

CARVEN 1

رياضة التمويل والاستثمار

الباب التاسع الدفعات المركبة



عزيزي الطالب

بإدراج مكالمة في مجموعات لشرح جميع أجزاء المنهج
لحسب نظام و التقييم =

١ - ٢ - ٣ - ٤ - ٥ - ٦ - ٧ - ٨ - ٩ - ١٠ - ١١ - ١٢

عنوان السنتر

بنها : ٨ من سليمان نصر متفرع من ثان كلية التجارة لاصية
مكتبة مكة

شبرا الخيمة : شارع الطار لاصية الفرع في خلف مدرسة التجارة بـ B
للحل سنتر الشرا

فرع العبور : أمام باب كلية التجارة الرئيسي

عنوان المكتبة

ش كلية التجارة الرئيسي أمام باب كلية التجارة أمام المسجد
مباشرة



إعداد

د/ سلمي أيمن

٧

١١

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات :

$$P_0 = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)^{-m}$$

(٢) مؤجلة بعد سداد الدفعات :

■ بعد الانتهاء من الدفع أو السداد لا يقوم المستثمر بأخذ جملة ماله ، ولكن يتركه حتى يتم استثماره لفترة زمنية أخرى m سنة تسمى فترة تاجيل بعد السداد .

■ إيجاد جملة الدفعات :

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r)^m$$

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات : تعامل كدفعات عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$$

② دفعات فورية تدفع أول كل فترة

■ إيجاد جملة الدفعات :

سواء كانت الدفعات عاجلة أو مؤجلة

$$(1+r) \text{ جملة الدفعة العادية} = \text{جملة الدفعة الفورية}$$

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات :

سواء كانت الدفعات عاجلة أو مؤجلة

$$(1+r) \text{ القيمة الحالية للدفعة العادية} = \text{القيمة الحالية للدفعة فورية}$$

خد بالك قبل الحل والتعويض في أي قانون :

(١) لو المعدل حقيقي سنوي : نعوض في القانون مباشرة .

(٢) لو المعدل حقيقي غير سنوي (فترى) :

■ يبقى المعدل كما هو .

■ نضرب المدة في عدد مرات إضافة الفائدة في السنة .

(٣) لو المعدل أسمي سنوي :

■ نقسم المعدل على عدد مرات إضافة الفائدة في السنة .

■ نضرب المدة في عدد مرات إضافة الفائدة في السنة .

٤ صيغة / دالة
الدفعات المركبة

أولاً : الدفعات المحدودة

■ هي دفعات متساوية تدفع على فترات زمنية منتظمة ومتساوية ، وتدفع لمدة محددة .

الرموز المستخدمة

P_n	الجملة	P_0	القيمة الحالية
v	مبلغ الدفعة	r	معدل الفائدة المركبة
n	عدد الدفعات	m	فترة التاجيل

■ وتنقسم الدفعات المحدودة إلى :



(١) عاجلة :

■ يتم الدفع بمجرد التعاقد أو الاتفاق ، أي لا توجد فترات

تأجيل قبل السداد ولا بعد السداد .

■ إيجاد جملة الدفعات : $\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times \text{مبلغ الدفعة المركبة}$

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات :

$$P_0 = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$$

(٢) مؤجلة قبل سداد الدفعات :

■ يتم الدفع أو بداية السداد بعد فترة m سنة من التعاقد

أو الاتفاق ، أي أن هناك فترة فاصلة بين التعاقد والسداد

تسمى فترة تاجيل قبل السداد .

■ إيجاد جملة الدفعات : تعامل كدفعات عاجلة

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

(9) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوى

- A) 17548.735 B) 51334.763
C) 30926.867 D) لا شئ مما سبق

(10) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوى

- A) 19654.583 B) 57494.935
C) 34638.091 D) لا شئ مما سبق

(11) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوى

- A) 13211.009 B) 5650.223
C) 5650.223 D) لا شئ مما سبق

(12) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوى

- A) 14796.330 B) 21740.664
C) 6328.250 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (1)

■ حل الأسئلة من (1 - 4) : **الدفعة عاجلة**

$$v = 1000 \quad r = 12\% \quad n = 10$$

(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$P_n = 1000 \times \frac{(1.12)^{10} - 1}{0.12} = 17548.735$$

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية :

$$(1+r) \text{ جملة الدفعة العادية } = \text{جملة الدفعة الفورية}$$

$$P_n = 17548.735 \times (1.12) = 19654.583$$

(3) القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_o = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$$

$$P_o = 1000 \times \frac{1 - (1.12)^{-10}}{0.12} = 5650.223$$

تمرين (1)

دفعة سنوية مبلغها 1000 جنيه لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 12% سنويا . فإن : $v = 1000$
(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية تساوى $P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

- A) 17548.735 B) 43459.687
C) 31874.849 D) لا شئ مما سبق

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية تساوى

- A) 17548.735 B) 19654.583
C) 31874.849 D) لا شئ مما سبق

(3) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية تساوى

- A) 12069.686 B) 7494.325
C) 19411.307 D) لا شئ مما سبق

(4) القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت فورية تساوى

- A) 13518.048 B) 8393.644
C) 6328.250 D) لا شئ مما سبق

(5) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى **مؤجلة قبل سداد**

- A) 30926.867 B) 17548.735
C) 43459.687 D) لا شئ مما سبق

(6) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى

- A) 34638.091 B) 19654.583
C) 48674.849 D) لا شئ مما سبق

(7) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى

- A) 13211.009 B) 31874.849
C) 3206.088 D) لا شئ مما سبق

(8) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى

- A) 14796.330 B) 3590.819
C) 7494.325 D) لا شئ مما سبق

(4) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :

$$(1+r) \text{ القيمة الحالية لدفعة عادية} = \text{القيمة الحالية لدفعة فورية}$$

$$P_0 = 5650.223 \times (1.12) = 6328.250$$

■ حل الأسئلة من (5 - 8) : **مؤجلة قبل السداد**

$$v = 1000 \quad r = 12\% \quad n = 10 \quad m = 5$$

(5) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_n = 17548.735 \quad \text{تعامل كدفعة عادية عاجلة}$$

(6) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية :

$$P_n = 19654.583 \quad \text{تعامل كدفعة فورية عاجلة}$$

(7) القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_0 = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_0 = 1000 \times \frac{1 - (1.12)^{-10}}{0.12} \times (1.12)^{-5}$$

$$P_0 = 3206.088$$

(8) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :

$$(1+r) \text{ القيمة الحالية لدفعة عادية} = \text{القيمة الحالية لدفعة فورية}$$

$$P_0 = 3206.088 \times (1.12) = 3590.819$$

■ حل الأسئلة من (9 - 12) : **مؤجلة بعد السداد**

$$v = 1000 \quad r = 12\% \quad n = 10 \quad m = 5$$

(9) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r)^m$$

$$P_n = 1000 \times \frac{(1.12)^{10} - 1}{0.12} \times (1.12)^5$$

$$P_n = 30926.867$$

(10) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية :

$$(1+r) \text{ جملة الدفعة العادية} = \text{جملة الدفعة الفورية}$$

$$P_n = 17548.735 \times (1.12) = 19654.583$$

(11) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_0 = 5650.223 \quad \text{تعامل كدفعة عادية عاجلة}$$

(12) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :

$$P_0 = 6328.250 \quad \text{تعامل كدفعة فورية عاجلة}$$

$$n = 10 \times 4 = 40$$

$$r = 16\% = 4\%$$

دفعة ربع سنوية مبلغها 200 جنيه لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 16% يضاف كل 3 شهور. فإن : $k = \frac{16\%}{4} = 4\%$

(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد تساوي

- A) 35569.2 B) 960.2
C) 19005.1 D) لا شيء مما سبق

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 5 سنوات بعد السداد تساوي

- A) 43308.22 B) 19765.31
C) 19005.1 D) لا شيء مما سبق

(3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد تساوي

- A) 1806.6 B) 3958.6
C) 2113.5 D) لا شيء مما سبق

(4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات بعد السداد تساوي

- A) 1806.6 B) 4116.9
C) 3958.6 D) لا شيء مما سبق

حل تمرين (2)

ملحوظة :

معدل الفائدة 16% يضاف كل 3 شهور **أسمى سنوي**

$$k = \frac{16}{3} = 4 \quad \text{عدد مرات إضافة الفائدة}$$

■ نقسم المعدل على عدد مرات إضافة الفائدة في السنة .

■ نضرب المدة في عدد مرات إضافة الفائدة في السنة . .

تمرين (٢)

دفعة ثلث سنوية مبلغها 200 جنيه لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة مركبة 15% يضاف كل 4 شهور. فإن :

(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 4 شهور وموجلة 3 سنوات قبل السداد تساوي

- A) 31151.4 B) 43833.15
C) 35924.23 D) لا شيء مما سبق

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور وموجلة سنتين بعد السداد تساوي

- A) 43833.15 B) 35924.23
C) 31151.4 D) لا شيء مما سبق

(3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 4 شهور وموجلة 3 سنوات قبل السداد تساوي

- A) 9659.05 B) 6226.31
C) 10142 D) لا شيء مما سبق

(4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور وموجلة سنتين بعد السداد تساوي

- A) 10142 B) 9659.05
C) 6226.31 D) لا شيء مما سبق

حل تمرين (٢)

ملحوظة :

معدل الفائدة 15% يضاف كل 4 شهور

$$k = \frac{12}{4} = 3 \quad \text{عدد مرات إضافة الفائدة}$$

■ تقسم المعدل على عدد مرات إضافة الفائدة في السنة .

■ نضرب المدة في عدد مرات إضافة الفائدة في السنة . .

$$v = 700 \quad r_3 = \frac{16\%}{3} = 5\% \quad n = 8 \times 3 = 24$$

(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 4 شهور وموجلة 3 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية موجلة قبل السداد تعامل كدفعة عادية عاجلة

$$v = 200 \quad r_4 = \frac{16\%}{4} = 4\% \quad n = 10 \times 4 = 40$$

(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور وموجلة 4 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية موجلة قبل السداد تعامل كدفعة عادية عاجلة

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$P_n = 200 \times \frac{(1.04)^{40} - 1}{0.04} = 19005.1$$

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور وموجلة 5 سنوات بعد السداد :

الدفعة فورية موجلة بعد السداد

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r) \times (1+r)^m$$

$$P_n = 200 \times \frac{(1.04)^{40} - 1}{0.04} \times (1.04) \times (1.04)^{20}$$

$$P_n = 43308.22$$

(3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور وموجلة 4 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية موجلة قبل السداد

$$P_o = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_o = 200 \times \frac{1 - (1.04)^{-40}}{0.04} \times (1.04)^{-16} = 2113.5$$

(4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور وموجلة 4 سنوات بعد السداد :

الدفعة فورية موجلة بعد السداد تعامل كدفعة فورية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)$$

$$P_o = 200 \times \frac{1 - (1.04)^{-40}}{0.04} \times (1.04) = 4116.9$$

20 جنيه أول كل 3 شهور لمدة 5 سنوات تالية بمعدل فائدة مركبة 8% يضاف 4 مرات في السنة . فإن :

(1) جملة الدفعات التي مبلغها 60 جنيه في نهاية الـ 10 سنوات تساوى

- A) 2805.68 B) 495.67
C) 1310.68 D) لا شئ مما سبق

(2) جملة الدفعات التي مبلغها 70 جنيه في نهاية الـ 10 سنوات تساوى

- A) 495.67 B) 1310.68
C) 2805.68 D) لا شئ مما سبق

(3) جملة الدفعات التي مبلغها 20 جنيه في نهاية الـ 10 سنوات تساوى

- A) 1310.68 B) 2805.68
C) 495.67 D) لا شئ مما سبق

(4) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 60 جنيه الآن :

- A) 447.79 B) 958.56
C) 67.74 D) لا شئ مما سبق

(5) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 70 جنيه الآن :

- A) 67.74 B) 447.79
C) 958.56 D) لا شئ مما سبق

(6) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 20 جنيه الآن :

- A) 169.34 B) 958.56
C) 67.74 D) لا شئ مما سبق

(7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

- A) 1474.09 B) 4612.03
C) 12715.01 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٤)

مدة 5 سنوات	مدة سنتين	مدة 3 سنوات
20 جنيه أول كل 3 شهور بمعدل فائدة 8% يضاف 4 مرات في السنة $k = 4$ $r_4 = 2\%$	70 جنيه آخر كل شهر بمعدل فائدة 12% يضاف كل شهر $k = 12$ $r_{12} = 1\%$	60 جنيه أول كل 4 شهور بمعدل فائدة 15% يضاف كل 4 شهور $k = 3$ $r_3 = 5\%$

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$P_n = 700 \times \frac{(1.05)^{24} - 1}{0.05} = 31151.4$$

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور وموجلة سنتين بعد السداد :

الدفعة فورية موجلة بعد السداد $m = 2(3) = 6$

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r) \times (1+r)^m$$

$$P_n = 700 \times \frac{(1.05)^{24} - 1}{0.05} \times (1.05) \times (1.05)^6$$

$$P_n = 43833.15$$

(3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 4 شهور وموجلة 3 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية موجلة قبل السداد $m = 3(3) = 9$

$$P_o = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_o = 700 \times \frac{1 - (1.05)^{-24}}{0.05} \times (1.05)^{-9} = 6226.31$$

(4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور وموجلة سنتين بعد السداد :

الدفعة فورية موجلة بعد السداد تعامل كدفعة فورية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)$$

$$P_o = 700 \times \frac{1 - (1.05)^{-24}}{0.05} \times (1.05) = 10142$$

تمرين (٤)

يودع شخص الدفعات التالية :

60 جنيه أول كل 4 شهور لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 15% يضاف كل 4 شهور .

70 جنيه آخر كل شهر لمدة 2 سنة تالية بمعدل فائدة مركبة 12% يضاف كل شهر .

تمرين (٥)

يودع شخص الدفعات التالية :

50 جنيه أول كل شهر لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة 12% يضاف كل شهر .

30 جنيه آخر كل 6 شهور لمدة 3 سنوات تالية بمعدل فائدة مركبة 14% يضاف كل 6 شهور .

40 جنيه أول كل 3 شهور لمدة سنتين تاليتين بمعدل فائدة مركبة 16% يضاف 4 مرات في السنة . فإن :

(1) جملة الدفعات التي مبلغها 50 جنيه في نهاية الـ 9 سنوات تساوي

- A) 6349.98 B) 3091.74
C) 4639.87 D) لا شيء مما سبق

(2) جملة الدفعات التي مبلغها 30 جنيه في نهاية الـ 9 سنوات تساوي

- A) 293.69 B) 512.37
C) 214.6 D) لا شيء مما سبق

(3) جملة الدفعات التي مبلغها 40 جنيه في نهاية الـ 9 سنوات تساوي

- A) 368.57 B) 370.15
C) 383.31 D) لا شيء مما سبق

(4) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 50 جنيه الآن :

- A) 1917.68 B) 88.69
C) 115.76 D) لا شيء مما سبق

(5) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 30 جنيه الآن :

- A) 115.67 B) 1917.69
C) 88.69 D) لا شيء مما سبق

(6) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 40 جنيه الآن :

- A) 88.69 B) 115.76
C) 1917.69 D) لا شيء مما سبق

(7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

- A) 2720.12 B) 2122.14
C) 1519.28 D) لا شيء مما سبق

(1) جملة الدفعات التي مبلغها 60 جنيه في نهاية المدة :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 60 \times \frac{(1.05)^9 - 1}{0.05} \times (1.05) \times (1.01)^{24} \times (1.02)^{20}$$

$$P_n = 1310.68$$

(2) جملة الدفعات التي مبلغها 70 جنيه في نهاية المدة :

الدفعة عادية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 70 \times \frac{(1.01)^{24} - 1}{0.01} \times (1.02)^{20} = 2805.68$$

(3) جملة الدفعات التي مبلغها 20 جنيه في نهاية المدة :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_n = 20 \times \frac{(1.02)^{20} - 1}{0.02} \times (1.02) = 495.67$$

(4) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 60 جنيه الآن :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_o = 60 \times \frac{1 - (1.05)^{-90}}{0.05} \times (1.05) = 447.79$$

(5) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 70 جنيه الآن :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد

$$P_o = 70 \times \frac{1 - (1.01)^{-24}}{0.01} \times (1.05)^{-9} = 958.56$$

(6) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 20 جنيه الآن :

الدفعة فورية مؤجلة قبل السداد

$$P_o = 20 \times \frac{1 - (1.02)^{-20}}{0.02} \times (1.02) \times (1.01)^{-24} \times (1.05)^{-9}$$

$$P_o = 169.34$$

(7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

$$P_o = 447.79 + 958.56 + 169.34 = 1575.69$$

(7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

$$P_0 = 1917.68 + 88.69 + 115.76 = 2122.14$$

ثانياً : الدفعات الدائمة

■ هي دفعات متساوية تدفع على فترات زمنية منتظمة ومتساوية ، وتدفع بصورة دائمة (إلى ما لا نهاية) .

■ وتنقسم الدفعات الدائمة إلى : *دفعات عادية* و *دفعات فورية* .

دفعات فورية

دفعات عادية

تدفع آخر كل فترة

دفعات عادية

(1) عاجلة :

■ إيجاد جملة الدفعات :

$$P_n = \infty$$

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات :

$$P_0 = v \times \frac{1}{r}$$

(2) مؤجلة قبل سداد الدفعات :

■ إيجاد جملة الدفعات : تعامل كدفعات عاجلة

$$P_n = \infty$$

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات :

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)^{-m}$$

(2) مؤجلة بعد سداد الدفعات :

■ إيجاد جملة الدفعات :

$$P_n = \infty$$

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات : تعامل كدفعات عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1}{r}$$

حالتين (5)

لدة سنتين	لدة 3 سنوات	لدة 4 سنوات
40 جنيه أول كل 3 شهور بمعدل فائدة 16% يضاف 4 مرات في السنة $k = 4$ $r_4 = 4\%$	30 جنيه آخر كل 6 شهور بمعدل فائدة 14% يضاف كل 6 شهور $k = 2$ $r_2 = 7\%$	50 جنيه أول كل شهر بمعدل فائدة 12% يضاف كل شهر $k = 12$ $r_{12} = 1\%$

(1) جملة الدفعات التي مبلغها 50 جنيه في نهاية المدة :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 50 \times \frac{(1.01)^{48} - 1}{0.01} \times (1.01) \times (1.07)^6 \times (1.04)^8$$

$$P_n = 6349.98$$

(2) جملة الدفعات التي مبلغها 30 جنيه في نهاية المدة :

الدفعة عادية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 30 \times \frac{(1.07)^6 - 1}{0.07} \times (1.04)^8 = 293.69$$

(3) جملة الدفعات التي مبلغها 40 جنيه في نهاية المدة :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_n = 40 \times \frac{(1.04)^8 - 1}{0.04} \times (1.04) = 383.31$$

(4) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 50 جنيه الآن :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = 50 \times \frac{1 - (1.01)^{-48}}{0.01} \times (1.01) = 1917.68$$

(5) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 30 جنيه الآن :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد

$$P_0 = 30 \times \frac{1 - (1.07)^{-6}}{0.07} \times (1.01)^{-48} = 88.69$$

(6) القيمة الحالية للدفعات التي مبلغها 40 جنيه الآن :

الدفعة فورية مؤجلة قبل السداد

$$P_0 = 40 \times \frac{1 - (1.04)^{-8}}{0.04} \times (1.04) \times (1.07)^{-6} \times (1.01)^{-48}$$

$$P_0 = 115.76$$

حل تمرين (٦)

■ حل الأسئلة من (١ - ٢) : **الدفعة عاجلة**

$$v = 2000 \quad r = 10\%$$

(١) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية :**

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} = 2000 \times \frac{1}{0.10} = 20000$$

(٢) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :**(١ + r) **القيمة الحالية لدفعة عادية = القيمة الحالية لدفعة فورية**

$$P_0 = 20000 \times (1.10) = 22000$$

■ حل الأسئلة من (٣ - ٤) : **مؤجلة قبل السداد**

$$v = 2000 \quad r = 10\% \quad m = 5$$

(٣) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية :**

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_0 = 2000 \times \frac{1}{0.10} \times (1.10)^{-5} = 12418.43$$

(٤) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :**(١ + r) **القيمة الحالية لدفعة عادية = القيمة الحالية لدفعة فورية**

$$P_0 = 12418.43 \times (1.10) = 13660.27$$

■ حل الأسئلة من (٥ - ٦) : **مؤجلة بعد السداد**

$$v = 2000 \quad r = 10\% \quad m = 5$$

(٥) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية :**

$$P_0 = 20000$$

تعامل كدفعة عادية عاجلة(٦) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :**

$$P_0 = 22000$$

تعامل كدفعة فورية عاجلة

تمرين (٧)

دفعة دائمة ربع سنوية مبلغها 200 جنيه بمعدل فائدة

مركبة 16% يضاف كل 3 شهور. فإن :

تدفع أول كل فترة

دفعات فورية

■ إيجاد جملة الدفعات :

سواء كانت الدفعات عاجلة أو مؤجلة

$$(1+r) \text{ جملة الدفعة العادية } = \text{ جملة الدفعة الفورية}$$

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات :

سواء كانت الدفعات عاجلة أو مؤجلة

$$(1+r) \text{ القيمة الحالية لدفعة عادية } = \text{ القيمة الحالية لدفعة فورية}$$

تمرين (٦)

دفعة سنوية دائمة مبلغها 2000 جنيه بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا. فإن :

(١) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية تساوي**

$$\text{A) } 20000 \quad \text{B) } 12418.43$$

$$\text{C) } 22000 \quad \text{D) لا شيء مما سبق}$$

(٢) **القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت فورية تساوي**

$$\text{A) } 20000 \quad \text{B) } 12418.43$$

$$\text{C) } 22000 \quad \text{D) لا شيء مما سبق}$$

(٣) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوي**

$$\text{A) } 20000 \quad \text{B) } 12418.43$$

$$\text{C) } 22000 \quad \text{D) لا شيء مما سبق}$$

(٤) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوي**

$$\text{A) } 20000 \quad \text{B) } 12418.43$$

$$\text{C) } 22000 \quad \text{D) لا شيء مما سبق}$$

(٥) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوي**

$$\text{A) } 20000 \quad \text{B) } 12418.43$$

$$\text{C) } 22000 \quad \text{D) لا شيء مما سبق}$$

(١٢) **القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوي**

$$\text{A) } 20000 \quad \text{B) } 12418.43$$

$$\text{C) } 22000 \quad \text{D) لا شيء مما سبق}$$

(3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور وموجلة 4 سنوات قبل السداد :

$$m = 4(4) = 16 \quad \text{الدفعة عادية موجلة قبل السداد}$$

$$P_o = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_o = 200 \times \frac{1}{0.04} \times (1.04)^{-16} = 2669.54$$

(4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور وموجلة 4 سنوات بعد السداد :

$$\text{الدفعة فورية موجلة بعد السداد} \quad \text{تعامل كدفعة فورية عاجلة}$$

$$P_o = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)$$

$$P_o = 200 \times \frac{1}{0.04} \times (1.04) = 5200$$

تمرين (٨)

اشترت شركة فندق يدر إيراد سنوي 90000 جنيه .
أحسب ثمن شراء الفندق اليوم والذي يحقق فائدة مركبة بمعدل 12% سنوياً . وذلك :

- (1) إذا كان الايراد يستحق في نهاية كل سنة .
- (2) إذا كان الايراد يستحق في بداية كل سنة .

حل تمرين (٨)

$$v = 90000 \quad r = 12\%$$

ثمن الشراء = القيمة الحالية (القيمة في الوقت الحاضر)

(1) إذا كان الايراد يستحق في نهاية كل سنة :

الدفعة عادية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1}{r} = 90000 \times \frac{1}{0.12} = 750000$$

(2) إذا كان الايراد يستحق في بداية كل سنة :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)$$

$$P_o = 90000 \times \frac{1}{0.12} \times (1.12) = 840000$$

(1) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور

$$A) 5000$$

$$B) 5200$$

$$C) 3958.6$$

$$D) \text{ لا شئ مما سبق}$$

(2) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور

$$A) 5000$$

$$B) 5200$$

$$C) 3958.6$$

$$D) \text{ لا شئ مما سبق}$$

(3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور وموجلة 4 سنوات قبل السداد تساوي

$$A) 5000$$

$$B) 5200$$

$$C) 3958.6$$

$$D) \text{ لا شئ مما سبق}$$

(4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور وموجلة 5 سنوات بعد السداد تساوي

$$A) 5000$$

$$B) 5200$$

$$C) 3958.6$$

$$D) \text{ لا شئ مما سبق}$$

حل تمرين (٧)

ملحوظة :

معدل الفائدة 16% يضاف كل 3 شهور أسس سنوي

$$k = \frac{12}{3} = 4 \quad \text{عدد مرات إضافة الفائدة}$$

- تقسم المعدل على عدد مرات إضافة الفائدة في السنة .
- تضرب المدة في عدد مرات إضافة الفائدة في السنة . .

$$v = 200 \quad r_4 = \frac{16\%}{4} = 4\%$$

(1) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور :

الدفعة عادية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1}{r} = 200 \times \frac{1}{0.04} = 5000$$

(2) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)$$

$$P_o = 200 \times \frac{1}{0.04} \times (1.04) = 5200$$

تمرين (٩)

اشترى شخص قطعة أرض زراعية تحتاج لاستصلاح زراعي لمدة 5 سنوات ثم بعدها تدر عائد سنوي دائر 9000 جنيه أحسب ثمن شراء قطعة الأرض اليوم والذي يحقق للمشتري فائدة مركبة بمعدل 15% سنوياً . وذلك :

(1) إذا كان الايراد يستحق في نهاية كل سنة .
(2) إذا كان الايراد يستحق في بداية كل سنة .

حل تمرين (٩)

$$v = 9000 \quad r = 12\% \quad m = 5$$

ثمن الشراء = القيمة الحالية (القيمة في الوقت الحاضر)

(1) إذا كان الايراد يستحق في نهاية كل سنة :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد

$$P_o = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_o = 9000 \times \frac{1}{0.15} \times (1.15)^{-5} = 29830.60$$

(2) إذا كان الايراد يستحق في بداية كل سنة :

الدفعة فورية مؤجلة قبل السداد

(1+r) القيمة الحالية لدفعة عادية = القيمة الحالية لدفعة فورية

$$P_o = 29830.60 \times (1.15) = 34305.19$$

تمارين للتطبيق

تمرين (١)

دفعة سنوية مبلغها 3000 جنيه لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً . فإن :

(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية تساوي

- A) 17548.735 B) 43459.687
C) 31874.849 D) لا شيء مما سبق

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوي

- A) 30926.867 B) 17548.735
C) 43459.687 D) لا شيء مما سبق

(3) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوي

- A) 17548.735 B) 51334.763
C) 30926.867 D) لا شيء مما سبق

(4) القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت فورية تساوي

- A) 13518.048 B) 8393.644
C) 21740.664 D) لا شيء مما سبق

(5) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوي

- A) 14796.330 B) 3590.819
C) 8393.644 D) لا شيء مما سبق

(6) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع آخر دفعة ، تساوي

- A) 14796.330 B) 21740.664
C) 6328.250 D) لا شيء مما سبق

تمرين (٢)

دفعة ربع سنوية مبلغها 400 جنيه لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 16% يضاف كل 3 شهور . فإن :

(1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد تساوي

- A) 71138.4 B) 1920.4
C) 38010.21 D) لا شيء مما سبق

(2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 5 سنوات بعد السداد تساوي

- A) 86616.44 B) 39530.62
C) 38010.21 D) لا شيء مما سبق

(3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع آخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد تساوي

- A) 3613.2 B) 7917.2
C) 4227 D) لا شيء مما سبق

(4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات بعد السداد تساوي

- A) 3613.2 B) 8233.8
C) 7917.2 D) لا شيء مما سبق