مراجعة

البرمجة الخطية

١) صياغة نموذج البرمجة الخطية للمشكلة الأصلية :

■ صياغة النموذج تعنى تحويل المشكلة أو التمرين من صورة كلامية إلى صورة رياضية ، ويتم ذلك وفقاً للخطوات التالية :

١) تحديد متغيرات القرار (المجاهيل) :

وهى مجموعة المنتجات والسلع المطلوب تحديد القيم المثلى لعدد الوحدات المنتجة من كل نوع ويقابلها ربح أو تكلفة ، ويرمز لها بالرموز $\{X_1 , X_2 , X_3 , \dots\}$.

٢) تحديد دالة الهدف :

وتعتبر معيار اتخاذ القرار لتحقيق هدف ما أما تعظيم الربح أو تخفيض (أو تصغير) التكلفة ، ويتم التعبير عنها كدالة من الدرجة الأولى (أو دالة خطية) فى متغيرات القرار .

وتاخذ الشكل التالى :

فى حالة التصغير	فى حالة التعظيم
$Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots$	$F = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots$
حيث أن :	حيث أن :
تكلفة الوحدة $c_1 , c_2 , \dots$	ربح الوحدة $c_1 , c_2 , \dots$

٣) تحديد الشروط (أو القيود) الجانبية :

وهى مجموعة قيود تتعلق بالعملية الانتاجية (مادة خام ، طاقة ، ساعات عمل ، ....) وتكتب فى صورة متباينات أو معادلات فى متغيرات القرار (المجاهيل) .

ويتم التعبير عنها بالشكل التالى :

حد مطلق $\left\{ \begin{matrix} \leqslant \\ = \\ \geqslant \end{matrix} \right.$

القيد الاول $\Rightarrow a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots$

القيد الثانى $\Rightarrow a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots$

$\geqslant$	$=$	$\leqslant$
حد أدنى ، لا يقل ، المطلوب الطلب ، على الاقل ، تزيد عن ، فاكثر، احتياجات ...	التساوى بالتحديد بالضبط	حد أقصى ، المتاح ، العرض المعروض ،لا تتعدى ، فاقل طاقة قصوى ، لا يزيد ، على الاكثر ، طاقة إنتاجية .

٤) القيود الغير سالبة :

وتفترض هذه القيود أن جميع المتغيرات القرارية غير سالبة ويتم التعبير عنها كما يلى :

(دائماً) $\Rightarrow X_1 \geqslant 0 \ , \ X_2 \geqslant 0 \ , \dots$

---

٢) الحل البيانى لمشكلة البرمجة الخطية:

■ يشترط لاستخدام الحل البيانى توافر الشروط التالية :

١) وجود متغيرين X_1 ، X_2 فقط مهما كان عدد القيود .

٢) الحد المطلق للقيود لازم يكون موجب ، ولو كان سالب نضرب القيد فى (-١) ونعكس علامة التباين .

■ خطوات الحل البيانى :

١) تحويل متباينات القيود إلى معادلات .

٢) رسم القيود بيانياً بمعرفة نقطتين لكل قيد عن طريق :

■ نعوض مره عن $(X_1 = 0)$ $\Leftarrow$ نجيب قيمة (X_2)

■ نعوض مره تانية عن $(X_2 = 0)$ $\Leftarrow$ نجيب قيمة (X_1)

٣) تحديد منطقة الحل المسموح به لكل قيد كما يلى :

شكل القيد \ اشارة X_2	موجبة	سالبة
الحد المطلق $\leqslant$ القيد	الحل أسفل الخط	الحل أعلى الخط
الحد المطلق $\geqslant$ القيد	الحل أعلى الخط	الحل أسفل الخط

٤) تحديد منطقة الحل المشترك بين القيود على الرسم .

٥) تحديد نقط الحلول الأساسية والمسموح بها الموجودة على حدود منطقة الحل المشترك وإيجاد احداثيات كل نقطة .

٦) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة وذلك بالتعويض فى دالة الهدف بإحداثيات نقط الحلول الأساسية ، نجد أن :

لو المشكلة تعظيم	لو المشكلة تصغير
الحل الأمثل الذى يعطى أكبر قيمة لدالة الهدف .	الحل الأمثل الذى يعطى أصغر قيمة لدالة الهدف

٢) الحل بالسمبلكس لمشكلة البرمجة الخطية:

■ **خطوات الحل بطريقة السمبلكس :**

١) تحويل متباينات القيود إلى معادلات كما يلى :

بإضافة المتغيرات الراكدة S_{xx} للجانب الأقل فى القيد

لا تظهر فى دالة الهدف

قبل الاضافة	بعد الاضافة
$2X_1 + 3X_2 \leqslant 6$	$\Rightarrow 2X_1 + 3X_2 + S_1 = 6$
$2X_1 + 3X_2 \geqslant 6$	$\Rightarrow 2X_1 + 3X_2 = 6 + S_2$
$2X_1 + 3X_2 = 6$ (والمشكلة تعظيم)	$\Rightarrow 2X_1 + 3X_2 + S_3 = 6$
$2X_1 + 3X_2 = 6$ (والمشكلة تصغير)	$\Rightarrow 2X_1 + 3X_2 = 6 + S_4$

٢) إعادة ترتيب المعادلات:

■ نجعل المتغيرات الراكدة (المتغرات المضافة) وحدها فى الجانب الايسر والحد المطلق وباقى الحدود فى الجانب الايمن بعد علامة يساوى ، مع مراعاة أنه عند نقل حد من طرف لاخر نغير الاشارة .

٣) إعادة كتابة دالة على الصورة التالية:

فى حالة التصغير	فى حالة التعظيم
$Z = 2X_1 + 3X_2$	$F = 2X_1 + 3X_2$
$Z = 0 + 2X_1 + 3X_2$	$F = 0 + 2X_1 + 3X_2$

٤) تكوين جدول السمبلكس الأول:

فى حالة التعظيم

النسبة	جميع المتغيرات الاصلية	الثوابت	
— نستبعد النسب التى مقامها صفر أو سالب	المعاملات الموجودة فى معادلات القيود ودالة الهدف	0 الحد المطلق فى كل معادلة	F S_1 S_2 S_3

فى حالة التصغير

النسبة	جميع المتغيرات الاصلية	الثوابت	
— نستبعد النسب التى مقامها صفر أو سالب	المعاملات الموجودة فى معادلات القيود ودالة الهدف	0 الحد المطلق فى كل معادلة	Z S_1 S_2 S_3

٥) اختبار أمثلية الحل :

لو المشكلة تعظيم	لو المشكلة تصغير
■ يكون الحل أمثل إذا كان صف دالة الهدف (F) لا يحتوى على قيم موجبة .	■ يكون الحل أمثل إذا كان عمود الثوابت لا يحتوى على قيم سالبة .

٦) تحسين الحل : (إذا كان الحل غير أمثل)

لو المشكلة تعظيم	لو المشكلة تصغير
■ نحدد العمود المحورى : العمود صاحب صاحب أكبر قيمة موجبة فى صف (F) . ■ نحدد الصف المحورى : الصف صاحب أصغر نسبة موجبة ناتجة من قسمة عناصر عمود الثوابت على عناصر العمود المحورى بعد تغيير إشارتها .	■ نحدد الصف المحورى : الصف صاحب أصغر قيمة سالبة فى عمود الثوابت .. ■ نحدد العمود المحورى : العمود صاحب أصغر نسبة موجبة ناتجة من قسمة عناصر صف دالة الهدف (Z) على عناصر الصف المحورى .

■ نحدد العنصر المحورى :

العنصر الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

٧) تكوين جدول السمبلكس الثانى :

■ نستبدل متغير الصف المحورى بمتغير العمود المحورى .

■ بالنسبة للعنصر المحورى فى الجدول الجديد

= مقلوب العنصر المحورى الجدول القديم

■ بالنسبة لعناصر العمود المحورى فى الجدول الجديد

$$\text{العنصر الجديد} = \frac{\text{عناصر العمود المحورى (فى الجدول السابق)}}{\text{العنصر المحورى}}$$

■ **بالنسبة لعناصر الصف المحورى فى الجدول الجديد**

$$\text{العنصر الجديد} = \frac{\text{عناصر الصف المحورى (فى الجدول السابق)}}{\text{العنصر المحورى}}$$

مع تغير إشارة الناتج

■ **بالنسبة لباقى العناصر :**

$$\text{العنصر الجديد} = \text{العنصر القديم} - \frac{\text{المقابل له فى الصف المحورى} \times \text{المقابل له فى العمود المحورى}}{\text{العنصر المحورى}}$$

نكرر الخطوات (٤) و (٥) و (٦) حتى نصل للحل الأمثل

٤) صياغة النموذج الرياضى للمشكلة البديلة :

المشكلة الأصلية	المشكلة البديلة

يتحول إلى

■ المتغيرات X_1 ، X_2 ، .. ⇐ ■ المتغيرات Y_1 ، Y_2 ، ..

■ عدد متغيرات القرار ⇐ ■ عدد القيود الهيكلية

■ عدد القيود الهيكلية ⇐ ■ عدد متغيرات القرار

■ معاملات دالة الهدف ⇐ ■ الحدود المطلقة للقيود

■ الحدود المطلقة للقيود ⇐ ■ معاملات دالة الهدف

■ معاملات القيود (العمود) ⇐ ■ معاملات القيود (صف)

■ دالة الهدف عظم (F) ⇐ ■ دالة الهدف صغر (Z)

■ دالة الهدف صغر (Z) ⇐ ■ دالة الهدف عظم (F)

■ القيود على الصورة (≼) ⇐ ■ القيود على الصورة (≽)

■ القيود على الصورة (≽) ⇐ ■ القيود على الصورة (≼)

■ **قبل صياغة المشكلة البديلة :**

يجب أن تكون القيود الهيكلية على الصورة التالية :

فى حالة التصغير	فى حالة التعظيم
الحد المطلق ≽ القيد	الحد المطلق ≼ القيد

ولو أحد القيود على خلاف ذلك نضرب القيد كله فى (-١) ونعكس علامة التباين .

٥) الحل الأمثل للمشكلة البديلة بالسمبلكس :

■ **يتم استنتاج الحل الأمثل للمشكلة البديلة من جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية ، كما يلى :**

المشكلة الاصلية عظم (F) ⇐ **المشكلة البديلة صغر (Z)**

١] كل متغير (S) يقابله متغير (Y) بنفس الدليل .

٢] كل متغير (X) يقابله متغير (S) بنفس الدليل .

٣] نحول كل عمود فى جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية إلى صف فى جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة مع تغيير الاشارة (ماعدا العمود الأول عمود الثوابت) .

المشكلة الاصلية صغر (Z) ⇐ **المشكلة البديلة عظم (F)**

١] كل متغير (S) يقابله متغير (Y) بنفس الدليل .

٢] كل متغير (X) يقابله متغير (S) بنفس الدليل .

٣] نحول كل صف فى جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية إلى عمود فى جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة مع تغيير الاشارة (ماعدا الصف الأول صف دالة الهدف) .

حالة حلول مثلى متعددة

حالة ظهور صفر فى صف دالة الهدف فى جدول الحل الأمثل

١) وفى هذه الحالة يمكن استنتاج حل أمثل ثانى باعتبار العمود الذى به (O) هو العمود المحورى ونكمل الحل حتى نحصل على الحل الأمثل الثانى .

٢) كما يمكن استنتاج عدد من الحلول المثلى باستخدام العلاقة :

$$S = (\theta)\, S_1 + (1 - \theta)\, S_2$$

حيث أن :

S	الحل الأمثل الجديد	$0 < \theta < 1$	θ
S_1	الحل الأمثل الأول	الحل الأمثل الثانى	S_2

تمرين (١) مصنع توشيبا العربى ينتج نوعين من أجهزة التليفزيون عادى وملون ، يتم إنتاجهم باستخدام خطين للتجميع ، الخط الأول ينتج التليفزيونات العادية و الخط الثانى ينتج التليفزيونات الملون ، الخط الأول إنتاجه لا يزيد عن 80 جهاز يوميا ، الخط الثانى إنتاجه لا يزيد عن 60 جهاز يوميا ، التليفزيون العادى يحتاج 4 مكونات الكترونية أما التليفزيون الملون يحتاج 6 مكونات الكترونية والمصنع يقوم باستيراد 600 وحدة الكترونية يوميا على الأكثر . المصنع لديه 160 عامل يحتاج الجهاز العادى عامل واحد فى حين يحتاج الجهاز الملون لعاملين ، ويحقق الجهاز العادى ربح قدره 50 جنيه فى حين ويحقق الجهاز الملون ربح قدره 80 جنيه . ما هو العدد الأمثل من الأجهزة العادية والملونة التى تحقق أقصى ربح ممكن .

■ **حل هذه المشكلة بيانياً ثم أجب :**

1) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 60)	B) (10, 20)	C) (60, 40)	D) لا شئ مما سبق

2) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 0)	B) (10, 20)	C) (60, 40)	D) لا شئ مما سبق

3) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (10, 20)	B) (40, 60)	C) (40, 80)	D) لا شئ مما سبق

4) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (10, 20)	B) (40, 60)	C) (80, 40)	D) لا شئ مما سبق

5) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (10, 20)	B) (40, 60)	C) (80, 40)	D) لا شئ مما سبق

6) أى النقاط التالية يعتبر حل المسموح به

A) (4, 2)	B) (40, 40)	C) (60, 90)	D) لا شئ مما سبق

7) الحل الأمثل هو

A) 6800	B) 4800	C) 4000	D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (١)

متغيرات القرار هى :

$X_1 \Rightarrow$ عدد الأجهزة العادية

$X_2 \Rightarrow$ عدد الأجهزة الملونة

١) صياغة نموذج البرمجة الخطية :

عظم : $F = 50X_1 + 80X_2$

تحت القيود :

قيد خط التجميع الأول	$X_1 \leqslant 80$
قيد خط التجميع الثانى	$X_2 \leqslant 60$
قيد المكونات الإلكترونية	$4X_1 + 6X_2 \leqslant 600$
قيد العمالة	$X_1 + 2X_2 \leqslant 160$
القيود غير السالبة	$X_1 \geqslant 0 \ , \ X_2 \geqslant 0$

٢) الحل البيانى لنموذج البرمجة الخطية :

■ **تحويل القيود إلى معادلات :**

$X_1 = 80$

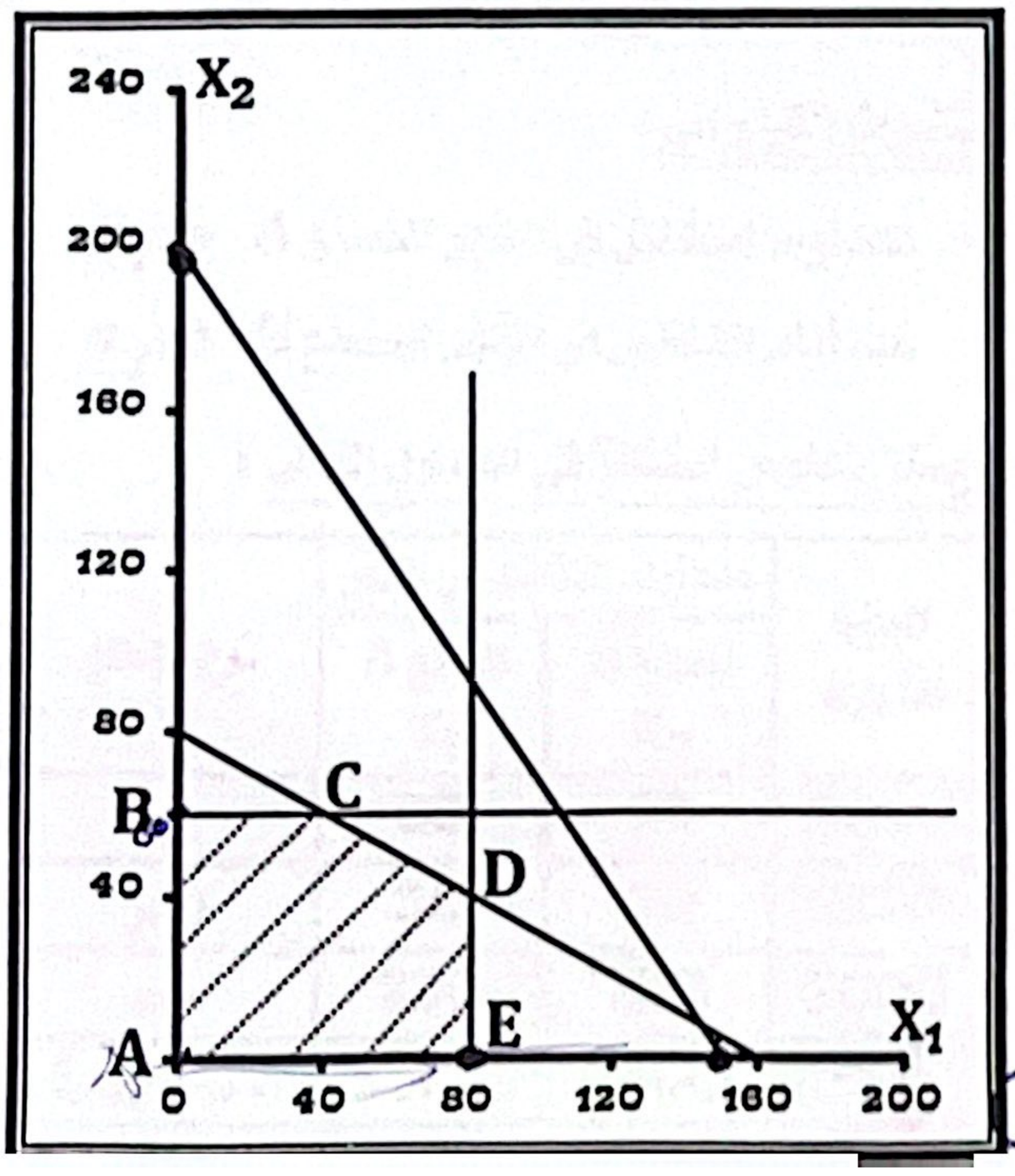
$X_2 = 60$

$4X_1 + 3X_2 = 600$

$X_1 + 2X_2 = 160$

■ **رسم القيود بيانياً :**

القيد الأول	القيد الثانى	القيد الثالث		القيد الرابع	
		X_1	X_2	X_1	X_2
$X_1 = 80$	$X_2 = 60$	0	200	0	80
		150	0	160	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D , E)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

النقطة (A) (0 ، 0)	النقطة (B) (60 ، 0)
النقطة (C) (60 ، 40)	النقطة (D) (40 ، 80)

النقطة (E) (0 ، 80)

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الرابع :

$$X_1 + 2X_2 = 160 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$X_2 = 60 \quad \Rrightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$X_1 + 120 = 160 \Rrightarrow X_1 = 160 - 120 = 40$$

⇐ بالنسبة للنقطة (D) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الرابع :

$$X_1 + 2X_2 = 160 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$X_1 = 80 \quad \Rrightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$80 + 2X_2 = 160$$

$$2X_2 = 160 - 80 = 80 \Rrightarrow \therefore X_2 = 40$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $50X_1 + 80X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$50 \times 0 + 80 \times 0$	0
B	$50 \times 0 + 80 \times 60$	4800
C	$50 \times 40 + 80 \times 60$	6800
D	$50 \times 80 + 80 \times 40$	7200
E	$50 \times 80 + 80 \times 0$	4000

من الجدول السابق نجد أن أكبر قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (D) والتى عندها :

$$F = 7200 \quad , \quad X_1 = 80 \quad , \quad X_2 = 40$$

تمرين (٢) شركة ضفة النهر للمطاط لديها مصنعين A، B كلا منهم ينتج ثلاثة أنواع من الإطارات هى فاخر ، جيد ، عادى ، المصنع A ينتج 60 إطار جيد و 30 إطار فاخر و200 إطار عادى ، المصنع B ينتج 50 إطار جيد و 40 إطار فاخر و100 إطار عادى .

وكان الطلب الشهرى لكل نوع 3000 إطار ، 1500 إطار 7000 إطار على الترتيب ، وكانت التكلفة اليومية للإنتاج هى 3500 جنيه فى المصنع A و 2500 جنيه فى المصنع B. ماهو العدد الأمثل من أيام التشغيل فى الشهر فى المصنعين والتى تجعل تكاليف الانتاج أقل ما يمكن .

■ حل هذه المشكلة بيانياً ثم أجب :

1) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (70, 0)	B) (50, 0)	C) (60, 40)	D) لا شئ مما سبق

2) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 70)	B) (0, 50)	C) (60, 40)	D) لا شئ مما سبق

3) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (10, 20)	B) (40, 60)	C) (40, 80)	D) لا شئ مما سبق

4) الحل الأمثل هو

A) 245000	B) 156250	C) 125000	D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢)

متغيرات القرار هى :

$X_1 \Rrightarrow$ عدد أيام التشغيل فى الشهر للمصنع A

$X_2 \Rrightarrow$ عدد أيام التشغيل فى الشهر للمصنع B

* يمكن تلخيص المشكلة فى الجدول التالى :

نوع الإطار	عدد أيام التشغيل فى الشهر		الطلب الشهرى
	المصنع A X_1	المصنع B X_2	
جيد	60	50	3000
فاخر	30	40	1500
عادى	200	100	7000
التكلفة اليومية	3500	2500	

١) صياغة نموذج البرمجة الخطية :

صغر : $Z = 2500X_1 + 3500X_2$

تحت القيود :

قيد الإطار الجيد $60X_1 + 50X_2 \geqslant 3000$

قيد الإطار الفاخر $30X_1 + 40X_2 \geqslant 1500$

قيد الإطار العادى $200X_1 + 100X_2 \geqslant 7000$

القيود غير السالبة $X_1 \geqslant 0 \, , \, X_2 \geqslant 0$

٢) الحل البيانى لنموذج البرمجة الخطية :

■ تحويل القيود إلى معادلات :

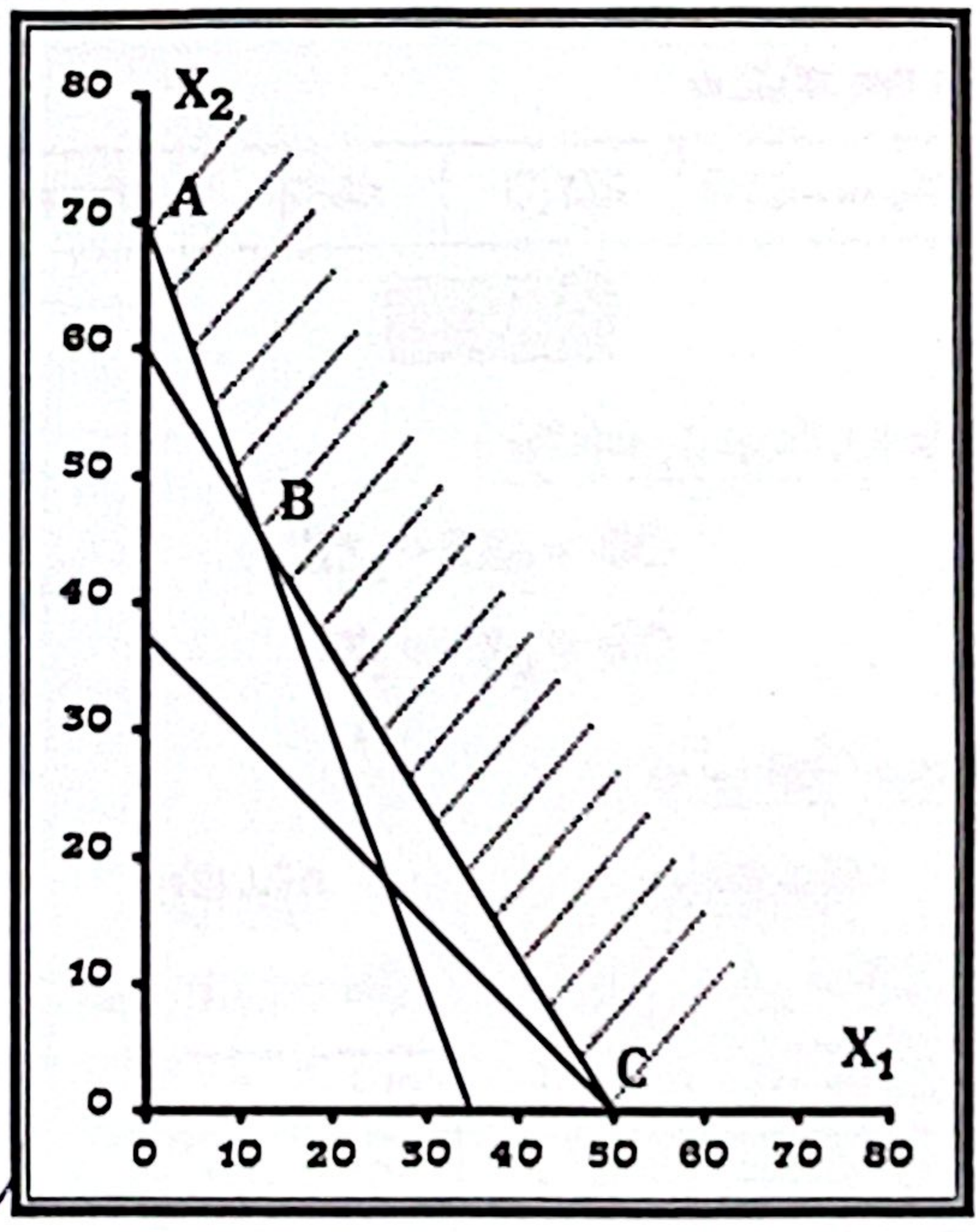
$$60X_1 + 50X_2 = 3000$$

$$30X_1 + 40X_2 = 1500$$

$$200X_1 + 100X_2 = 7000$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الثالث		القيد الثانى		القيد الأول	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
0	70	0	37.5	0	60
35	0	50	0	50	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(C) النقطة ⇒ (50 , 0) | (A) النقطة ⇒ (0 , 70)

(B) النقطة ⇒ (12.5 , 45)

⇐ بالنسبة للنقطة (B) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الثالث :

$60X_1 + 50X_2 = 3000 \quad \Rrightarrow (1)$

$200X_1 + 100X_2 = 7000 \quad \Rrightarrow (2)$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الأولى فى (- ٢) نحصل على :

$-120X_1 - 100X_2 = -6000 \quad \Rrightarrow (3)$

$200X_1 + 100X_2 = 7000 \quad \Rrightarrow (4)$

بالجمع

$80X_1 = 1000 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 12.5$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (١) كما يلى :

$750 + 50X_2 = 3000$

$\therefore 50X_2 = 3000 - 750$

$50X_2 = 2250 \quad \Rrightarrow \therefore X_2 = 45$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $2500X_1 + 3500X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$2500 \times 0 + 3500 \times 70$	245000
B	$2500 \times 12.5 + 3500 \times 45$	188750
C	$2500 \times 50 + 3500 \times 0$	125000

من الجدول السابق نجد أن أكبر قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$Z = 125000 \, , \, X_1 = 50 \, , \, X_2 = 0$

٦

تمرين (٢) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

عظم : $F = 4X_1 + 5X_2$

تحت القيود:

$$2X_1 + 3X_2 \leqslant 60$$
$$4X_1 + X_2 \leqslant 40$$
$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة بيانياً ثم أجب :

1) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 20)	B) (1, 2)	C) (6, 4)	D) لا شئ مما سبق

2) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 0)	B) (1, 2)	C) (6, 4)	D) لا شئ مما سبق

3) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1, 2)	B) (6, 16)	C) (4, 8)	D) لا شئ مما سبق

4) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1, 2)	B) (4, 6)	C) (10, 0)	D) لا شئ مما سبق

5) أى النقاط التالية تعتبر نقطة الحل الأمثل

A) (0, 20)	B) (6, 16)	C) (10, 0)	D) لا شئ مما سبق

6) الحل الأمثل هو

A) 100	B) 40	C) 104	D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

$$2X_1 + 3X_2 = 60$$
$$4X_1 + X_2 = 40$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الثانى

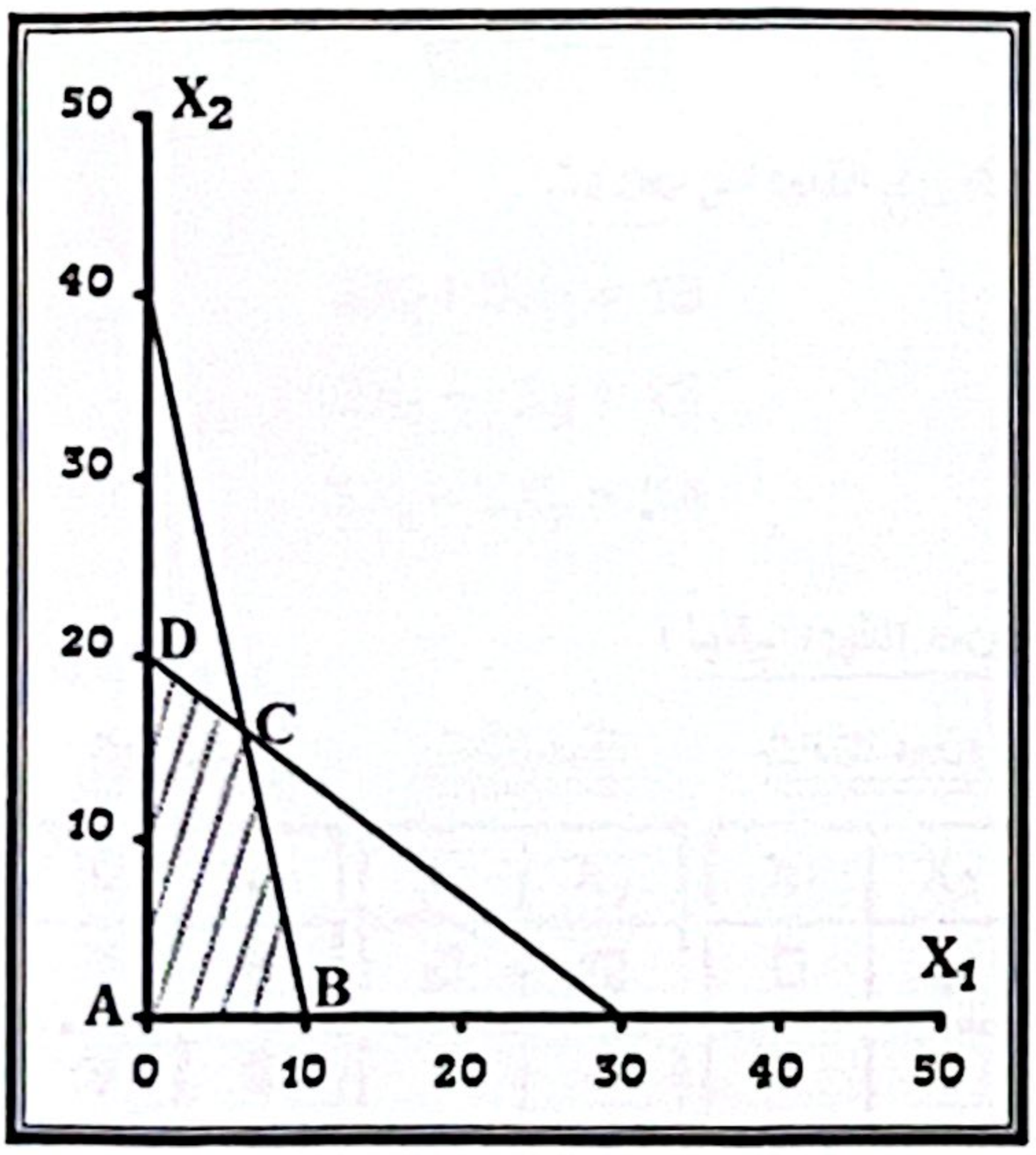
$4X_1 + X_2 = 40$

X_1	0	10
X_2	40	0

القيد الأول

$2X_1 + 3X_2 = 60$

X_1	0	30
X_2	20	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(A) النقطة ⇒ (0 ، 0) | (C) النقطة ⇒ (6 ، 16)

(B) النقطة ⇒ (10 ، 0) | (D) النقطة ⇒ (0 ، 20)

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع الخطين :

$$2X_1 + 3X_2 = 60 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$4X_1 + X_2 = 40 \quad \Rrightarrow (2)$$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الأولى فى (٤) والمعادلة الثانية فى (- ٢) نحصل على :

$$8X_1 + 12X_2 = 240 \quad \Rrightarrow (3)$$
$$-8X_1 - 2X_2 = -80 \quad \Rrightarrow (4)$$

بالجمع

$$10X_2 = 160 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 16$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى :

$$4X_1 + 16 = 40 \quad \Rrightarrow \quad \therefore 4X_1 = 40 - 16$$
$$4X_1 = 24 \quad \Rrightarrow \therefore X_1 = 6$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $4X_1 + 5X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$4\times0+5\times0$	0
B	$4\times10+5\times0$	40
C	$4\times6+5\times16$	104
D	$4\times0+5\times20$	100

من الجدول السابق نجد أن أكبر قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$$F = 104 \quad , \quad X_1 = 6 \quad , \quad X_2 = 16$$

تمرين (٤) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

عظم : $F = 50X_1 + 60X_2$

تحت القيود :

$$2X_1 + 3X_2 \leqslant 18$$
$$2X_1 + X_2 \leqslant 12$$
$$3X_1 + 3X_2 \leqslant 24$$
$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة بيانياً ثم أجب :

1) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 20)	B) (6, 0)	C) (6, 4)	D) لاشئ مما سبق

2) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 0)	B) (1, 2)	C) (6, 4)	D) لاشئ مما سبق

3) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1, 2)	B) (4.5, 3)	C) (4, 8)	D) لاشئ مما سبق

4) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1, 2)	B) (4, 6)	C) (0, 6)	D) لاشئ مما سبق

5) أى النقاط التالية تعتبر نقطة الحل الأمثل

A) (0, 6)	B) (4.5, 3)	C) (6, 0)	D) لاشئ مما سبق

6) الحل الأمثل هو

A) 300	B) 360	C) 405	D) لاشئ مما سبق

حل تمرين (٤)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

$$2X_1 + 3X_2 = 18$$
$$2X_1 + X_2 = 12$$
$$3X_1 + 3X_2 = 24$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الأول

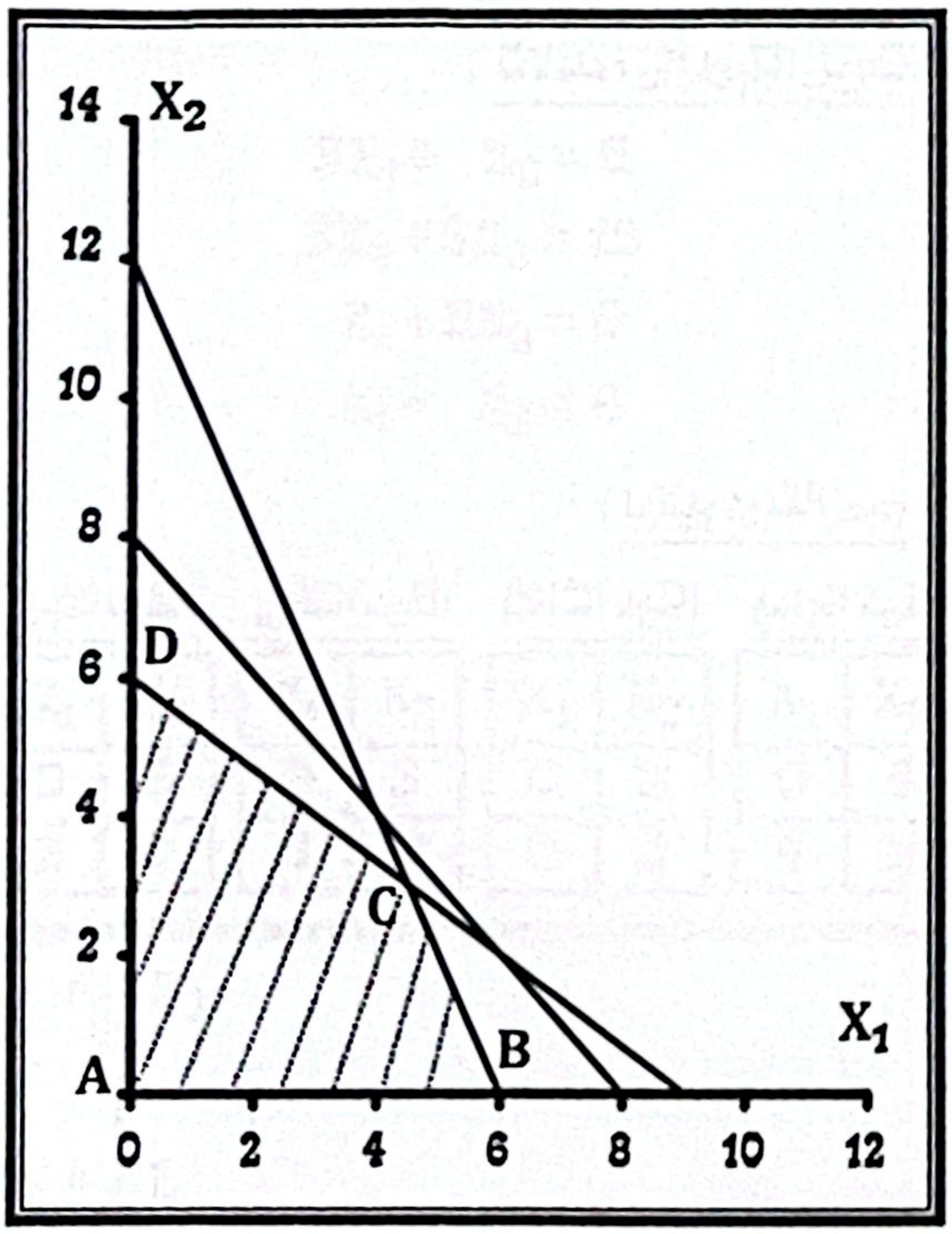
X_1	X_2
0	6
9	0

القيد الثانى

X_1	X_2
0	12
6	0

القيد الثالث

X_1	X_2
0	8
8	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(A) النقطة ⇒ (0 ، 0)

(B) النقطة ⇒ (6 ، 0)

(C) النقطة ⇒ (4.5 ، 3)

(D) النقطة ⇒ (0 ، 6)

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع الخطين :

$$2X_1 + 3X_2 = 18 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$2X_1 + X_2 = 12 \quad \Rrightarrow (2)$$

* بطرح المعادلة رقم (٢) من المعادلة رقم (١) كما يلى :

$$\begin{array}{r} 2X_1 + 3X_2 = 18 \\ -2X_1 - X_2 = 12 \\ \hline \end{array} \quad \text{بالطرح}$$

$$2X_2 = 6 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 3$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى :

$$2X_1 + 3 = 12 \quad \Rrightarrow \quad \therefore 2X_1 = 12 - 3$$

$$2X_1 = 9 \quad \Rrightarrow \therefore X_1 = 4.5$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $50X_1 + 60X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$50\times0 + 60\times0$	0
B	$50\times6 + 60\times0$	300
C	$50\times4.5 + 60\times3$	405
D	$50\times0 + 60\times6$	360

من الجدول السابق نجد أن أكبر قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$$F = 405 \quad , \quad X_1 = 4.5 \quad , \quad X_2 = 3$$

تمرين (٥) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

صغر : $Z = 30X_1 + 40X_2$

تحت القيود :

$$3X_1 + X_2 \geqslant 6$$

$$3X_1 + 5X_2 \geqslant 15$$

$$X_1 + 3X_2 \geqslant 6$$

$$X_1 + X_2 \geqslant 4$$

$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة بيانيا ثم أجب :

1) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 20)	B) (6, 0)	C) (6, 4)	D) لا شئ مما سبق

2) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0, 0)	B) (1, 2)	C) (6, 4)	D) لا شئ مما سبق

3) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1, 2)	B) (1, 3)	C) (4, 8)	D) لا شئ مما سبق

4) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1, 2)	B) (4, 6)	C) (0, 6)	D) لا شئ مما سبق

5) الحل الأمثل هو

A) 135	B) 150	C) 240	D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٥)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

$$3X_1 + X_2 = 6$$

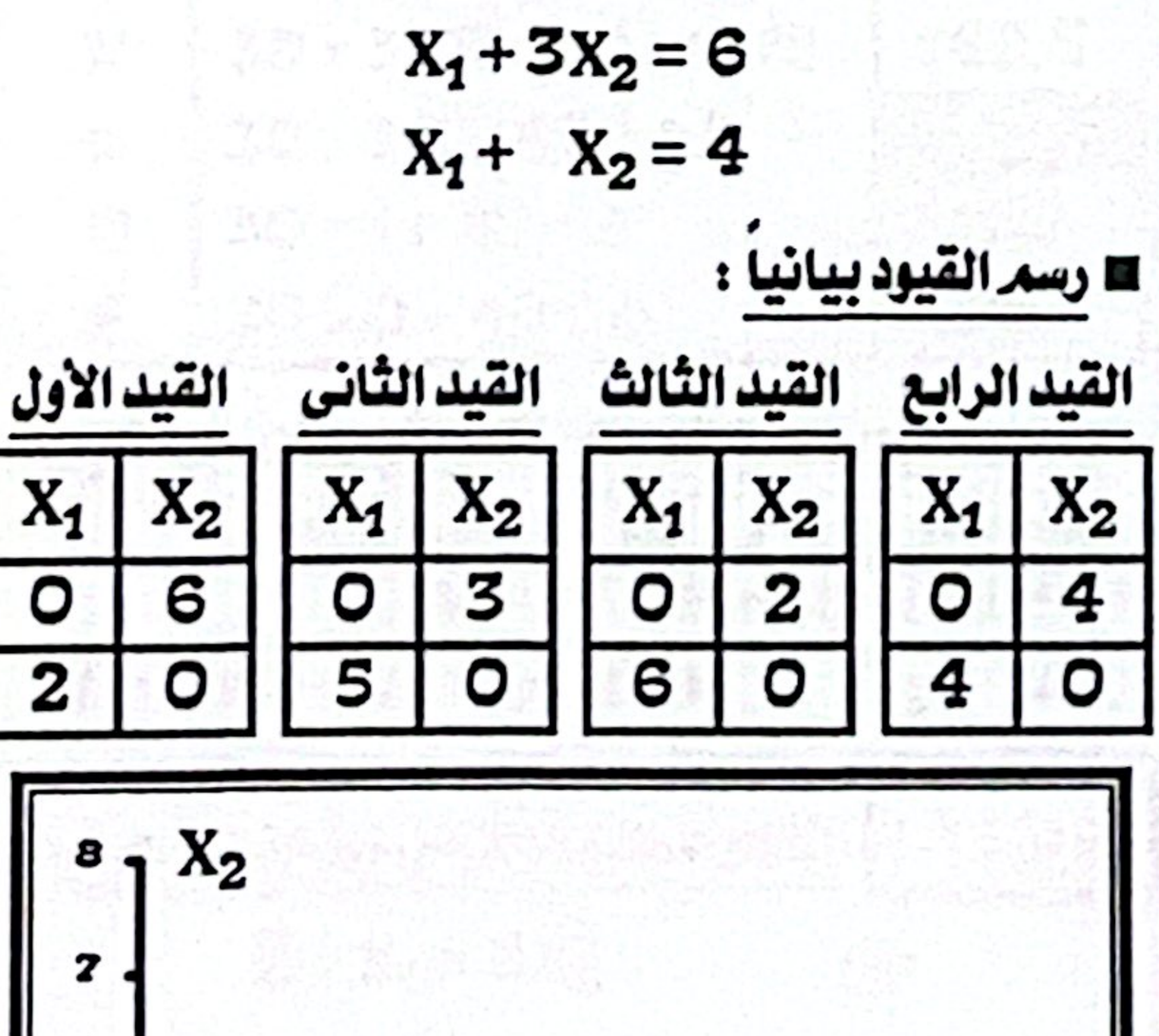
$$3X_1 + 5X_2 = 15$$

$$X_1 + 3X_2 = 6$$

$$X_1 + X_2 = 4$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الأول		القيد الثانى		القيد الثالث		القيد الرابع	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
0	6	0	3	0	2	0	4
2	0	5	0	6	0	4	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D , E)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

النقطة (A) (0 ، 6) | النقطة (B) (0.75 ، 3.75)

النقطة (C) (1.5 ، 2.5) | النقطة (D) (3 ، 1)

النقطة (E) (6 ، 0)

⇐ بالنسبة للنقطة (B) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الثالث :

$$3X_1 + 5X_2 = 15 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$X_1 + 3X_2 = 6 \quad \Rrightarrow (2)$$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الأولى فى (٣) والمعادلة الثانية فى (٥) وبالطرح نحصل على :

$$9X_1 + 15X_2 = 45 \quad \Rrightarrow (3)$$

$$-5X_1 - 15X_2 = -30 \quad \Rrightarrow (4)$$

بالطرح

$$4X_1 = 15 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 3.75$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى :

$$3.75 + 3X_2 = 6 \quad \Rrightarrow \quad \therefore 3X_2 = 6 - 3.75$$

$$3X_2 = 2.25 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 0.75$$

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الرابع :

$$3X_1 + 5X_2 = 15 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$X_1 + X_2 = 4 \quad \Rrightarrow (2)$$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الثانية فى (٣) وبالطرح نحصل على :

$$3X_1 + 5X_2 = 15 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$-3X_1 - 3X_2 = -12 \quad \Rrightarrow (3)$$

بالطرح

$$2X_2 = 3 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 1.5$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى :

$$X_1 + 1.5 = 4 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 4 - 1.5 = 2.5$$

⇐ بالنسبة للنقطة (D) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الرابع :

$$3X_1 + X_2 = 6 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$X_1 + X_2 = 4 \quad \Rrightarrow (2)$$

* بطرح المعادلة رقم (٢) من المعادلة رقم (١) كما يلى :

$$3X_1 + X_2 = 6$$

$$-X_1 - X_2 = 4$$

بالطرح

$$2X_1 = 2 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 1$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى :

$$1 + X_2 = 4 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 4 - 1 = 3$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $30X_1 + 40X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$30 \times 0 + 40 \times 0$	0
B	$30 \times 3.75 + 40 \times 0.75$	142.5
C	$30 \times 2.5 + 40 \times 1.5$	135
D	$30 \times 1 + 40 \times 3$	150
E	$30 \times 0 + 40 \times 6$	240

من الجدول السابق نجد أن أقل قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$$Z = 135 \quad , \quad X_1 = 2.5 \quad , \quad X_2 = 1.5$$

تمرين (٦) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

صغر : $Z = X_1 + 3X_2$

تحت القيود :

$$X_1 + X_2 \geqslant 5$$

$$X_1 \leqslant 4$$

$$X_2 \leqslant 3$$

$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة بيانياً ثم أجب :

1) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0,2)	B) (2,3)	C) (6,4)	D) لا شئ مما سبق

2) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

لا شئ مما سبق (D	C) (6,4)	B) (1,2)	A) (0,0)

3) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

لا شئ مما سبق (D	C) (4,8)	B) (4,3)	A) (1,2)

4) أى النقاط التالية تعتبر نقطة الحل الأمثل

لا شئ مما سبق (D	C) (4,1)	B) (4,3)	A) (2,3)

5) الحل الأمثل هو

لا شئ مما سبق (D	C) 13	B) 11	A) 7

حل تمرين (٦)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

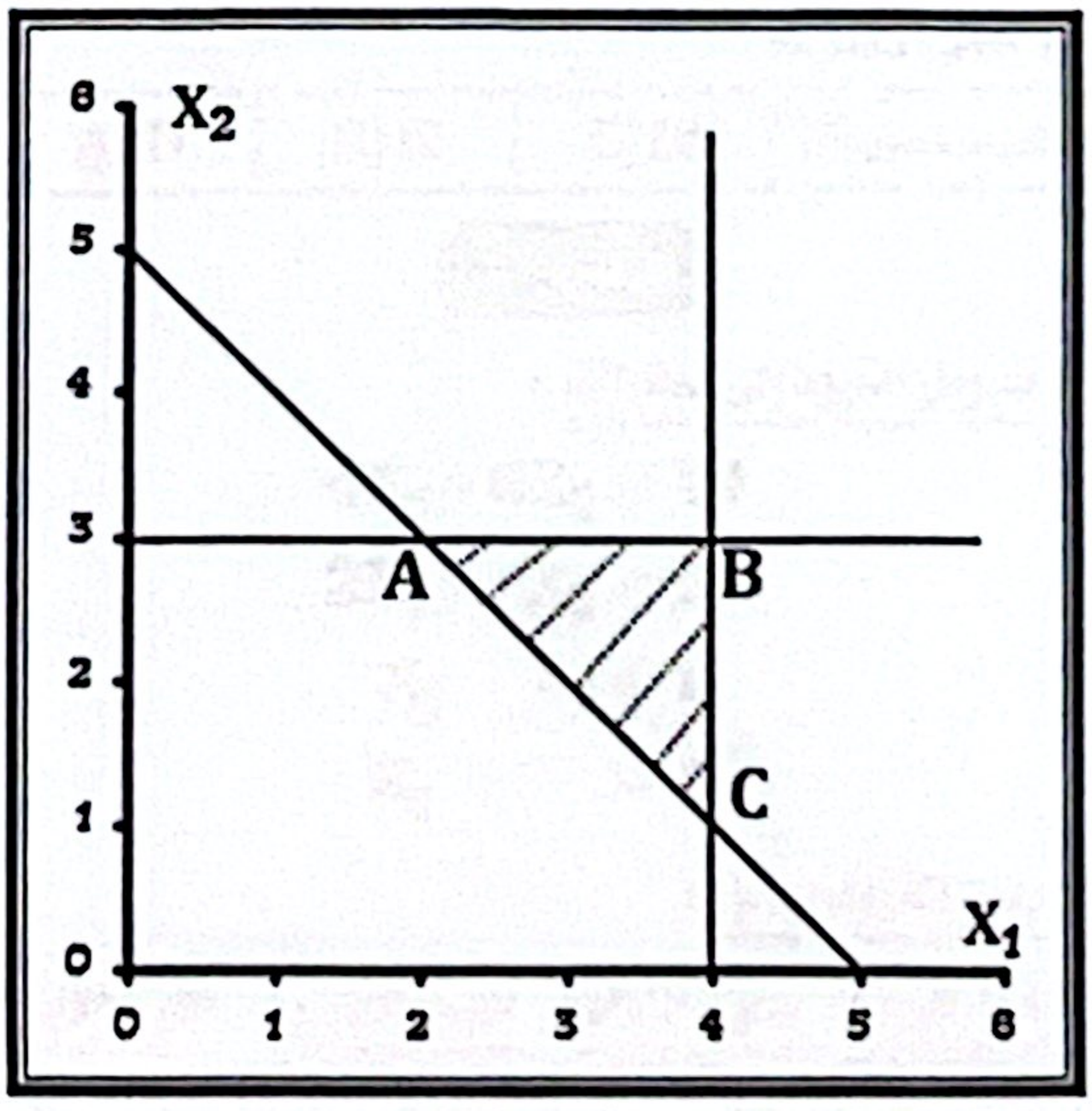
$$X_1 + X_2 = 5$$

$$X_1 = 4$$

$$X_2 = 3$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الثالث	القيد الثانى	القيد الأول	
$X_2 = 3$	$X_1 = 4$	X_1	X_2
		0	6
		9	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C)

⇐ بالنسبة للنقطة (A) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الثالث :

$$X_1 + X_2 = 5 \quad \Rightarrow (1)$$

$$X_2 = 3 \quad \Rightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$X_1 + 3 = 5 \quad \Rightarrow \quad \therefore X_1 = 2$$

⇐ بالنسبة للنقطة (B) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الثالث :

$$X_1 = 4 \quad \Rightarrow (1)$$

$$X_2 = 3 \quad \Rightarrow (2)$$

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الثانى :

$$X_1 + X_2 = 5 \quad \Rightarrow (1)$$

$$X_1 = 4 \quad \Rightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$4 + X_2 = 5 \quad \Rightarrow \quad \therefore X_2 = 1$$

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(A) النقطة ⇒ (2 ، 3) | (B) النقطة ⇒ (4 ، 3)

(C) النقطة ⇒ (4 ، 1)

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $X_1 + 3X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$2 + 3 \times 3$	11
B	$4 + 3 \times 3$	13
C	$4 + 3 \times 1$	7

من الجدول السابق نجد أن أقل قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$$Z = 7 \quad , \quad X_1 = 4 \quad , \quad X_2 = 1$$

تمرين (٧) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

عظم : $F = 4X_1 + 5X_2$

تحت القيود:

$$4X_1 + 6X_2 \leqslant 24$$
$$2X_1 + X_2 \leqslant 6$$
$$X_1 - X_2 \leqslant 1$$
$$X_1 \leqslant 2$$
$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة بيانياً ثم أجب :

1) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0,2)	B) (1,0)	C) (6,4)	D) لاشئ مماسبق

2) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (0,0)	B) (1,2)	C) (6,4)	D) لاشئ مماسبق

3) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1,2)	B) (2,1)	C) (4,8)	D) لاشئ مماسبق

4) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1,2)	B) (4,6)	C) (0,4)	D) لاشئ مماسبق

5) أى النقاط التالية يعتبر نقطة ركنية لمنطقة الحل المسموح به

A) (1,2)	B) (4,6)	C) (0,6)	D) لاشئ مماسبق

6) الحل الأمثل هو

A) 21	B) 18	C) 20	D) لاشئ مماسبق

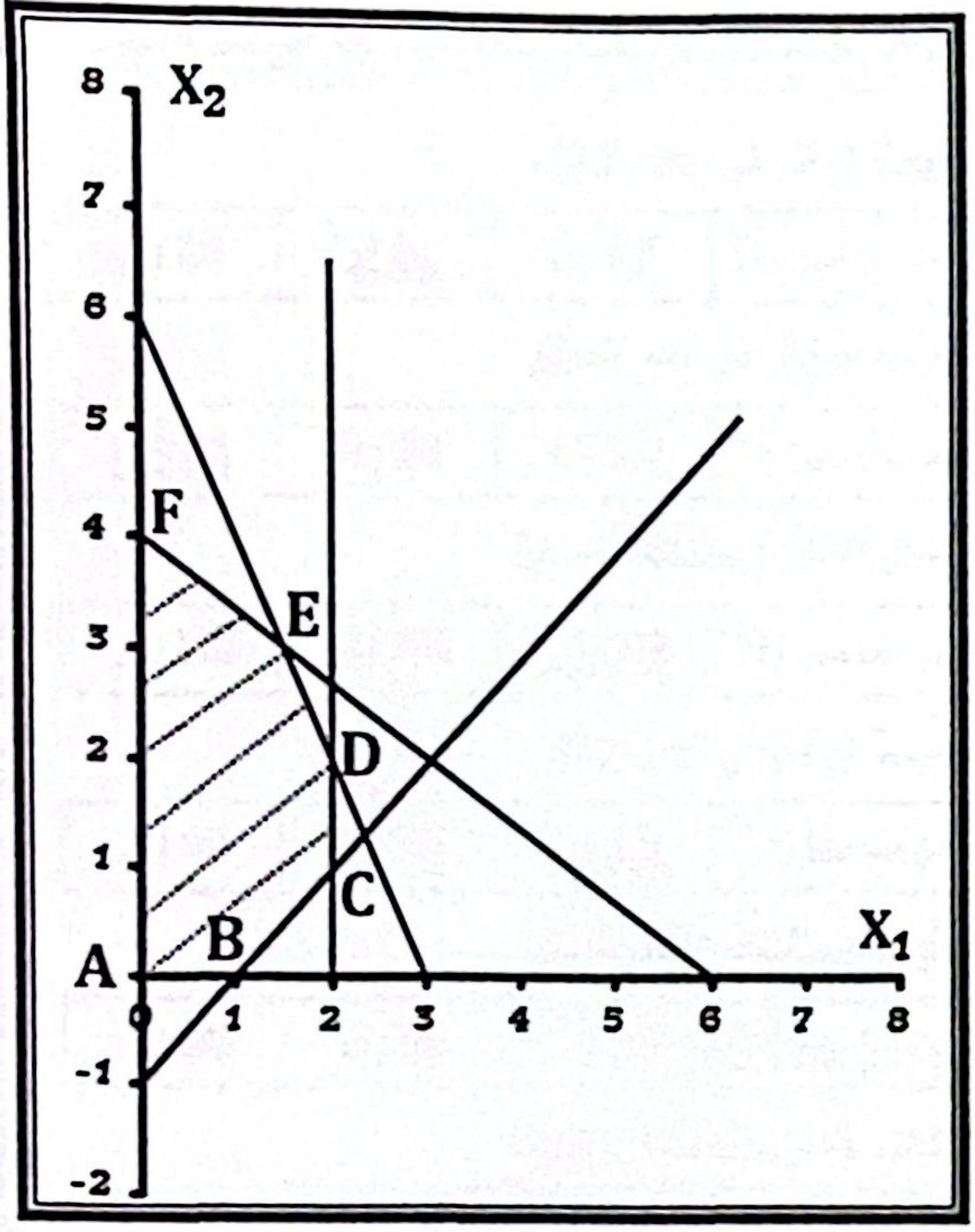
حل تمرين (٧)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

$$4X_1 + 6X_2 = 24$$
$$2X_1 + X_2 = 6$$
$$X_1 - X_2 = 1$$
$$X_1 = 2$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الأول		القيد الثانى		القيد الثالث		القيد الرابع
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	$X_1 = 2$
0	4	0	6	0	-1	
6	0	3	0	1	0	



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D , E , F)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(A) النقطة (0 ، 0)	(B) النقطة (1 ، 0)
(C) النقطة (2 ، 1)	(D) النقطة (2 ، 2)
(E) النقطة (1.5 ، 3)	(F) النقطة (0 ، 4)

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثالث مع خط القيد الرابع :

$$X_1 - X_2 = 1 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_1 = 2 \quad \Rrightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$2 - X_2 = 1 \Rrightarrow \therefore X_2 = 2 - 1 = 1$$

⇐ بالنسبة للنقطة (D) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الرابع :

$$2X_1 + X_2 = 6 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_1 = 2 \quad \Rrightarrow (1)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$2(2) + X_2 = 6 \Rrightarrow \therefore X_2 = 6 - 4 = 2$$

⇐ بالنسبة للنقطة (E) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الثانى :

$$4X_1 + 6X_2 = 24 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$2X_1 + X_2 = 6 \quad \Rrightarrow (2)$$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الثانية فى (٢) وبالطرح نحصل على:

$$4X_1 + 6X_2 = 24 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$-4X_1 - 2X_2 = -12 \quad \Rrightarrow (3)$$

بالطرح

$$4X_2 = 12 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 3$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى:

$$2X_1 + 3 = 6 \Rrightarrow \therefore 2X_1 = 3 \Rrightarrow \therefore X_1 = 1.5$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $4X_1 + 5X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$4\times0+5\times0$	0
B	$4\times1+5\times0$	4
C	$4\times2+5\times1$	13
D	$4\times2+5\times2$	18
E	$4\times1.5+5\times3$	21
F	$4\times0+5\times4$	20

من الجدول السابق نجد أن أقل قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (E) والتى عندها :

$$F = 21 \quad , \quad X_1 = 1.5 \quad , \quad X_2 = 3$$

تمرين (٨) اعتبر مشكلة البرمجة الخطية التالية :

عظم : $F = 20X_1 + 30X_2$

تحت القيود:

$$3X_1 + 2X_2 \leqslant 200 \Longrightarrow Y_1$$

$$X_1 + 2X_2 \leqslant 100 \Longrightarrow Y_2$$

$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة باستخدام السمبلكس ثم أجب :

1) قيمة (X_1) فى الحل الأمثل

A) 25	B) 50	C) 2.5	D) لاشئ مماسبق

2) قيمة (X_2) فى الحل الأمثل

A) 25	B) 50	C) 2.5	D) لاشئ مماسبق

3) الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

A) 115	B) 175	C) 600	D) لاشئ مماسبق

4) قيمة (Y_1) فى الحل الأمثل

A) 25	B) 50	C) 2.5	D) لاشئ مماسبق

5) قيمة (Y_2) فى الحل الأمثل

A) 25	B) 50	C) 2.5	D) لاشئ مماسبق

6) الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 115	B) 600	C) 1750	D) لاشئ مماسبق

حل تمرين (٨)

١) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

■ تحويل القيود إلى معادلات : (نضيف S_{xx} للجانب الأصغر)

$$3X_1 + 2X_2 + S_1 = 200$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 100$$

■ إعادة ترتيب المعادلات :

$$S_1 = 200 - 3X_1 - 2X_2$$

$$S_2 = 100 - X_1 - 2X_2$$

■ وضع دالة الهدف على الصورة :

$$F = 0 + 20X_1 + 30X_2$$

■ تكوين جدول السمبلكس الأول :

	الثوابت	X_1	X_2 ← العمود المحورى	النسبة
F	0	20	30	—
S_1	200	-3	-2	$\frac{200}{2} = 100$
↓ الصف المحورى S_2	100	-1	-2	$\frac{100}{2} = 50$

Scanned with CamScanner

■ **اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل**

نظراً لوجود معاملات موجبة فى دالة الهدف .

■ **تحسين الحل :**

العمود المحورى (X_2) : صاحب أكبر قيمة موجبة فى صف (F)

الصف المحورى (S_2) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة عمود الثوابت على العمود المحورى بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحورى (-2) : الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ **تكوين جدول السمبلكس الثانى :**

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى

= مقلوب العنصر المحورى = $^{-1}/_{2}$

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	30	-2
العنصر الجديد	-15	1

تقسم كل عنصر فى العمود المحورى على العنصر المحورى .

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	100	-1
العنصر الجديد	50	$^{-1}/_{2}$

تقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج .

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
0	$= 0 - (\frac{100 \times 30}{-2}) = 1500$
20	$= 20 - (\frac{-1 \times 30}{-2}) = 5$

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
200	$= 200 - (\frac{100 \times -2}{-2}) = 100$
-3	$= -3 - (\frac{-1 \times -2}{-2}) = -2$

■ **ويمكن تلخيص ماسبق فى جدول السمبلكس التالى :**

العمود المحورى

	الثوابت	X_2	S_2	النسبة
F	1500	5	-15	—
S_1	100	-2	1	50
X_2	50	$^{-1}/_{2}$	$^{-1}/_{2}$	100

الصف المحورى

■ **اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل**

نظراً لوجود معاملات موجبة فى دالة الهدف .

■ **تحسين الحل :**

العمود المحورى (X_1) : صاحب أكبر معامل موجب فى صف (F)

الصف المحورى (S_1) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة عمود الثوابت على العمود المحورى بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحورى (-2) : الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ **تكوين جدول السمبلكس الثالث :**

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى = $^{-1}/_{2}$

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	5	$^{-1}/_{2}$
العنصر الجديد	$-^{5}/_{2}$	$^{1}/_{4}$

تقسم كل عنصر فى العمود المحورى على العنصر المحورى .

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	1	100
العنصر الجديد	$^{1}/_{2}$	50

تقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج .

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
1500	$= 1500 - (\frac{100 \times 5}{-2}) = 1750$
-15	$= -15 - (\frac{1 \times 5}{-2}) = {}^{-25}/_{2}$

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_2) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 50 - (\frac{100 \times -1/2}{-2}) = 25$	50
$= -1/2 - (\frac{1 \times -1/2}{-2}) = -3/4$	$-1/2$

■ ويمكن تلخيص ماسبق فى جدول السمبلكس التالى :

	الثوابت	S_2	S_1
F	1750	$-5/2$	$-25/2$
X_1	50	$-1/2$	$1/2$
X_2	25	$1/4$	$-3/4$

■ اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

$F = 1750 \quad , \quad X_1 = 50 \quad , \quad X_2 = 25$

٢) صياغة النموذج الرياضى للمشكلة البديلة

صغر : $Z = 200Y_1 + 100Y_2$

تحت القيود:

$$3Y_1 + Y_2 \geqslant 20$$
$$2Y_1 + 2Y_2 \geqslant 30$$
$$Y_1 \geqslant 0 \quad , \quad Y_2 \geqslant 0$$

٣) إيجاد جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة

■ جدول الحل الأمثل للمشكلة الاصلية :

		الثوابت	S_2	S_1
			Y_2	Y_1
Z	F	1750	$-5/2$	$-25/2$
S_1	X_1	50	$-1/2$	$1/2$
S_2	X_2	25	$1/4$	$-3/4$

⇓

نحول كل عمود إلى صف مع تغيير الاشارة (ماعدا عمود الثوابت) .

■ فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :

	الثوابت	S_1	S_2
Z	1750	50	25
Y_2	$5/2$	$1/2$	$-1/4$
Y_1	$25/2$	$-1/2$	$3/4$

$Z = 1750 \ , \ Y_1 = \frac{5}{2} = 2.5 \ , \ Y_2 = \frac{25}{2} = 12.5$

تمرين (٩) اعتبر مشكلة البرمجة الخطية التالية :

صغر : $Z = 2500X_1 + 3500X_2$

تحت القيود:

$$5X_1 + 5X_2 \geqslant 250 \Rightarrow Y_1$$
$$4X_1 + 3X_2 \geqslant 150 \Rightarrow Y_2$$
$$X_1 + 2X_2 \geqslant 70 \Rightarrow Y_3$$
$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة باستخدام السمبلكس ثم أجب :

1) قيمة (X_1) فى الحل الأمثل

A) 25	B) 30	C) 20	D) لاشئ مماسبق

2) قيمة (X_2) فى الحل الأمثل

A) 20	B) 30	C) 20	D) لاشئ مماسبق

3) الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

A) 115000	B) 125000	C) 145000	D) لاشئ مماسبق

4) قيمة (Y_1) فى الحل الأمثل

A) 250	B) 300	C) 100	D) لاشئ مماسبق

5) قيمة (Y_2) فى الحل الأمثل

A) 250	B) 300	C) 100	D) لاشئ مماسبق

6) قيمة (Y_3) فى الحل الأمثل

A) 1000	B) 300	C) 100	D) لاشئ مماسبق

7) الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 115000	B) 125000	C) 145000	D) لاشئ مماسبق

حل تمرين (٩)

١) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

■ **تحويل القيود إلى معادلات :** (نضيف S_{xx} للجانب الأصغر)

$$5X_1 + 5X_2 = 250 + S_1$$
$$4X_1 + 3X_2 = 150 + S_2$$
$$X_1 + 2X_2 = 70 + S_3$$

■ **إعادة ترتيب المعادلات :**

$$S_1 = -250 + 5X_1 + 5X_2$$
$$S_2 = -150 + 4X_1 + 3X_2$$
$$S_3 = -70 + X_1 + 2X_2$$

■ **وضع دالة الهدف على الصورة :**

$$Z = 0 + 2500X_1 + 3500X_2$$

■ **تكوين جدول السمبلكس الأول :**

العمود المحورى

	الثوابت	X_1	X_2
Z	0	2500	3500
الصف المحورى S_1	-250	5	5
S_2	-150	4	3
S_3	-70	1	2
النسبة	—	$\frac{2500}{5} = 500$	$\frac{3500}{5} = 700$

■ **اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل**

نظراً لوجود قيم سالبة فى عمود الثوابت .

■ **تحسين الحل :**

الصف المحورى (S_1) : الصف صاحب أصغر قيمة سالبة فى عمود الثوابت .

العمود المحورى (X_1) : العمود صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة صف دالة الهدف على العناصر الموجبة فى الصف المحورى .

العنصر المحورى (5) : الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ **تكوين جدول السمبلكس الثانى :**

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى

= مقلوب العنصر المحورى = $\frac{1}{5}$

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	1	4	2500
العنصر الجديد	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	500

نقسم كل عنصر فى العمود المحورى على العنصر المحورى .

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	5	-250	نقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج .
العنصر الجديد	-1	50	

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (Z) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
0	$= 0 - (\frac{-250 \times 2500}{5}) = 125000$
3500	$= 3500 - (\frac{5 \times 2500}{5}) = 1000$

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_2) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
-150	$= -150 - (\frac{-250 \times 4}{5}) = 50$
3	$= 3 - (\frac{5 \times 4}{5}) = -1$

٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_3) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
-70	$= -70 - (\frac{-250 \times 1}{5}) = -20$
2	$= 2 - (\frac{5 \times 1}{5}) = 1$

■ **ويمكن تلخيص ماسبق فى جدول السمبلكس التالى :**

العمود المحورى

	الثوابت	S_1	X_2
Z	125000	500	1000
X_1	50	$\frac{1}{5}$	-1
S_2	50	$\frac{4}{5}$	-1
الصف المحورى S_3	-20	$\frac{1}{5}$	1
النسبة	—	2500	1000

■ **اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل**

نظراً لوجود قيم سالبة فى عمود الثوابت .

■ تحسين الحل :

الصف المحورى (S_3) : الصف صاحب أصغر قيمة سالبة فى عمود الثوابت .

العمود المحورى (X_2) : العمود صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة صف دالة الهدف على العناصر الموجبة فى الصف المحورى .

العنصر المحورى (1) : الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ تكوين جدول السمبلكس الثالث :

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى = 1

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	-1	-1	1000
العنصر الجديد	-1	-1	1000

نقسم كل عنصر فى العمود المحورى على العنصر المحورى .

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	$^1/_5$	-20
العنصر الجديد	$^{-1}/_5$	20

نقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج .

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (Z) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 125000 - (\frac{-20 \times 1000}{1}) = 145000$	125000
$= 500 - (\frac{^1/_5 \times 1000}{1}) = 300$	500

* العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_1) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 50 - (\frac{-20 \times -1}{1}) = 30$	50
$= ^1/_5 - (\frac{^1/_5 \times -1}{1}) = ^2/_5$	$^1/_5$

* العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_2) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 50 - (\frac{-20 \times -1}{1}) = 30$	50
$= ^4/_5 - (\frac{^1/_5 \times -1}{1}) = 1$	$^4/_5$

■ ويمكن تلخيص ماسبق فى جدول السمبلكس التالى :

	الثوابت	S_1	S_3
Z	145000	300	1000
X_1	30	$^2/_5$	-1
S_2	30	1	-1
X_2	20	$^{-1}/_5$	1

■ اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

نظراً لعدم وجود قيم سالبة فى عمود الثوابت .

$Z = 145000 \ , \ X_1 = 30 \ , \ X_2 = 20$

٢) صياغة النموذج الرياضى للمشكلة البديلة

■ المشكلة البديلة :

عظم : $F = 250Y_1 + 150Y_2 + 70Y_3$

تحت القيود :

$$5Y_1 + 4Y_2 + Y_3 \leqslant 2500$$

$$5Y_1 + 3Y_2 + 2Y_3 \leqslant 3500$$

$$Y_1 \geqslant 0 \ , \ Y_2 \geqslant 0 \ , \ Y_3 \geqslant 0$$

٣) إيجاد جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة

■ جدول الحل الأمثل للمشكلة الاصلية :

			Y_1	Y_3
		الثوابت	S_1	S_3
F	Z	145000	300	1000
S_1	X_1	30	$^2/_5$	-1
Y_2	S_2	30	1	-1
S_2	X_2	20	$^{-1}/_5$	1

⇓

نحول كل صف إلى عمود مع تغيير الاشارة (ماعدا صف دالة الهدف)

■ فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :

	الثوابت	S_1	Y_2	S_2
F	145000	-30	-30	-20
Y_1	300	$-2/5$	-1	$1/5$
Y_3	1000	1	1	-1

$$F = 145000$$

$$Y_1 = 300 \ , \ Y_2 = 0 \ , \ Y_3 = 1000$$

تمرين (١٠) اعتبر مشكلة البرمجة الخطية التالية :

صفر : $Z = 60X_1 + 40X_2 + 90X_3$

تحت القيود :

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 \geqslant 20$$

$$4X_1 + X_2 + 3X_3 \geqslant 40$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leqslant 30$$

$$X_1 \geqslant 0 \ , \ X_2 \geqslant 0 \ , \ X_3 \geqslant 0$$

■ حل هذه المشكلة باستخدام السمبلكس ثم أجب :

1) قيمة (X_1) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مما سبق

2) قيمة (X_2) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مما سبق

3) قيمة (X_3) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مما سبق

4) الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 115	B) 125	C) 600	D) لاشئ مما سبق

5) قيمة (Y_1) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مما سبق

6) قيمة (Y_2) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مما سبق

7) قيمة (Y_3) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مما سبق

حل تمرين (١٠)

١) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

■ تحويل القيود إلى معادلات : (نضيف S_{xx} للجانب الأصغر)

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 = 20 + S_1$$

$$4X_1 + X_2 + 3X_3 = 40 + S_2$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + S_3 = 70$$

■ إعادة ترتيب المعادلات :

$$S_1 = -20 + 3X_1 + 2X_2 + X_3$$

$$S_2 = -40 + 4X_1 + X_2 + 3X_3$$

$$S_3 = 30 - 2X_1 - 2X_2 - 3X_3$$

■ وضع دالة الهدف على الصورة :

$$Z = 0 + 60X_1 + 40X_2 + 90X_3$$

■ تكوين جدول السمبلكس الأول :

العمود المحورى

	الثوابت	X_1	X_2	X_3
Z	0	60	40	90
S_1	-20	3	2	1
الصف المحورى S_2	-40	4	1	3
S_3	30	-2	-2	-3
النسبة	—	$\frac{60}{4} = 15$	$\frac{40}{1} = 40$	$\frac{90}{3} = 30$

■ اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود قيم سالبة فى عمود الثوابت .

■ تحسين الحل :

الصف المحورى (S_2) : الصف صاحب أصغر قيمة سالبة فى عمود الثوابت .

العمود المحورى (X_1) : العمود صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة صف دالة الهدف على العناصر الموجبة فى الصف المحورى .

العنصر المحورى (4) : الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ **تكوين جدول السمبلكس الثانى :**

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى

= مقلوب العنصر المحورى = $^{1}/_{4}$

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	-2	3	60
العنصر الجديد	$^{-2}/_{4}$	$^{3}/_{4}$	15

نقسم كل عنصر فى العمود المحورى على العنصر المحورى .

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	3	1	-40
العنصر الجديد	$^{-3}/_{4}$	$^{-1}/_{4}$	10

نقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (Z) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 0 - (\frac{-40 \times 60}{4}) = 600$	0
$= 40 - (\frac{1 \times 60}{4}) = 25$	40
$= 90 - (\frac{3 \times 60}{4}) = 45$	90

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_1) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= -20 - (\frac{-40 \times 3}{4}) = 10$	-20
$= 2 - (\frac{1 \times 3}{4}) = {}^{5}/_{4}$	2
$= 1 - (\frac{3 \times 3}{4}) = {}^{-5}/_{4}$	1

٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_3) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 30 - (\frac{-40 \times -2}{4}) = 10$	30
$= -2 - (\frac{1 \times -2}{4}) = {}^{-3}/_{2}$	-2
$= -3 - (\frac{3 \times -2}{4}) = {}^{-3}/_{2}$	-3

■ **تكوين جدول السمبلكس الثانى :**

	الثوابت	S_2	X_2	X_3
Z	600	15	25	45
S_1	10	$^{3}/_{4}$	$^{5}/_{4}$	$^{-5}/_{4}$
X_1	10	$^{1}/_{4}$	$^{-1}/_{4}$	$^{-3}/_{4}$
S_3	10	$^{-2}/_{4}$	$^{-3}/_{2}$	$^{-3}/_{2}$

■ **اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل**

$Z = 600 \ , \ X_1 = 10 \ , \ X_2 = 0 \ , \ X_3 = 0$

٢) صياغة النموذج الرياضى للمشكلة البديلة

خد بالك :

المشكلة نهاية صغرى لازم تكون القيود ($\geqslant$)

نضرب القيد الثالث فى (-١) ونعكس علامة التباين ..

■ **تصبح المشكلة الاصلية :**

صغر : $Z = 60X_1 + 40X_2 + 90X_3$

تحت القيود:

$3X_1 + 2X_2 + X_3 \geqslant 20 \quad \Longrightarrow Y_1$

$4X_1 + X_2 + 3X_3 \geqslant 40 \quad \Longrightarrow Y_2$

$-2X_1 - 2X_2 - 3X_3 \geqslant -30 \quad \Longrightarrow Y_3$

$X_1 \geqslant 0 \ , \ X_2 \geqslant 0 \ , \ X_3 \geqslant 0$

■ **فتكون المشكلة البديلة :**

عظم : $F = 20Y_1 + 40Y_2 - 30Y_3$

تحت القيود:

$3Y_1 + 4Y_2 - 2Y_3 \leqslant 60$

$2Y_1 + Y_2 - 2Y_3 \leqslant 40$

$Y_1 + 3Y_2 - 3Y_3 \leqslant 90$

$Y_1 \geqslant 0 \ , \ Y_2 \geqslant 0 \ , \ Y_3 \geqslant 0$

٣) إيجاد جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة

■ جدول الحل الأمثل للمشكلة الاصلية :

			Y_2	S_2	S_3
		الثوابت	S_2	X_2	X_3
F	Z	600	15	25	45
Y_1	S_1	10	$^3/_4$	$^5/_4$	$^{-5}/_4$
S_1	X_1	10	$^1/_4$	$^{-1}/_4$	$^{-3}/_4$
Y_3	S_3	10	$^{-2}/_4$	$^{-3}/_2$	$^{-3}/_2$

⇓

نحول كل صف إلى عمود مع تغيير الاشارة (ماعدا صف دالة الهدف)

⇓

■ فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :

	الثوابت	Y_1	S_1	Y_3
F	600	-10	-10	-10
Y_2	15	$^{-3}/_4$	$^{-1}/_4$	$^2/_4$
S_2	25	$^{-5}/_4$	$^1/_4$	$^3/_2$
S_3	45	$^5/_4$	$^3/_4$	$^3/_2$

$F = 600 \ , \ Y_1 = 0 \ , \ Y_2 = 15 \ , \ Y_3 = 0$

تمرين (١١) جدول السمبلكس التالى يمثل مرحلة من مراحل حل نموذج برمجة خطية معين :

	الثوابت	S_1	X_2	النسبة
F	20	$^{-5}/_6$	$^2/_3$	
X_1	4	$^{-1}/_6$	$^{-4}/_6$	
S_2	2	$^1/_6$	$^{-4}/_3$	
S_3	5	$^{-1}/_6$	$^{-5}/_3$	
S_4	2	0	-1	

1) قيمة (X_1) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 3	C) 20	D) لاشئ مماسبق

2) قيمة (X_2) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 3	C) 20	D) لاشئ مماسبق

3) الحل الأمثل للمشكلة الاصلية

A) 15	B) 12	C) 21	D) لاشئ مماسبق

4) الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية حل أمثل متعدد

A) نعم	B) لا

5) قيمة (Y_1) فى الحل الأمثل

A) 2.5	B) 0.75	C) 1.5	D) لاشئ مماسبق

6) قيمة (Y_2) فى الحل الأمثل

A) 2.5	B) 0.75	C) 1.5	D) لاشئ مماسبق

7) قيمة (Y_3) فى الحل الأمثل

A) 2.5	B) 0.75	C) 1.5	D) لاشئ مماسبق

8) قيمة (Y_4) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مماسبق

9) الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 15	B) 12	C) 21	D) لاشئ مماسبق

حل تمرين (١١)

■ اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود معاملات موجبة فى دالة الهدف .

■ تحسين الحل :

العمود المحورى

	الثوابت	S_1	X_2	النسبة
F	20	$^{-5}/_6$	$^2/_3$	—
X_1	4	$^{-1}/_6$	$^{-4}/_6$	6
الصف المحورى S_2	2	$^1/_6$	$^{-4}/_3$	15
S_3	5	$^{-1}/_6$	$^{-5}/_3$	3
S_4	2	0	-1	2

العمود المحورى (X_2) : صاحب أكبر قيمة موجبة فى صف (F)

الصف المحورى (S_2) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة عمود الثوابت على العمود المحورى بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحورى $(^{-4}/_3)$: الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ **تكوين جدول السمبلكس الجديد :**

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى

= مقلوب العنصر المحورى = $^{-3}/_{4}$

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	-1	$^{-5}/_{3}$	$^{-4}/_{6}$	$^{2}/_{3}$
العنصر الجديد	$^{3}/_{4}$	$^{5}/_{4}$	$^{1}/_{2}$	$^{-1}/_{2}$

نقسم كل عنصر فى العمود المحورى على العنصر المحورى .

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	$^{1}/_{6}$	2
العنصر الجديد	$^{1}/_{8}$	$^{3}/_{2}$

نقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج .

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
20	$= 20 - (\frac{2 \times {}^{2}/_{3}}{{}^{-4}/_{3}}) = 21$
$^{-5}/_{6}$	$= {}^{-5}/_{6} - (\frac{{}^{1}/_{6} \times {}^{2}/_{3}}{{}^{-4}/_{3}}) = {}^{-3}/_{4}$

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
4	$= 4 - (\frac{2 \times {}^{-4}/_{6}}{{}^{-4}/_{3}}) = 3$
$^{-1}/_{6}$	$= {}^{-1}/_{6} - (\frac{{}^{1}/_{6} \times {}^{-4}/_{6}}{{}^{-4}/_{3}}) = {}^{-1}/_{4}$

٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_3) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
5	$= 5 - (\frac{2 \times {}^{-5}/_{3}}{{}^{-4}/_{3}}) = {}^{5}/_{2}$
$^{-1}/_{6}$	$= {}^{-1}/_{6} - (\frac{{}^{1}/_{6} \times {}^{-5}/_{3}}{{}^{-4}/_{3}}) = {}^{-3}/_{8}$

٧) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_4) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
2	$= 2 - (\frac{2 \times -1}{{}^{-4}/_{3}}) = {}^{1}/_{2}$
0	$= 0 - (\frac{{}^{1}/_{8} \times -1}{{}^{-4}/_{3}}) = {}^{-1}/_{8}$

■ **ويمكن تلخيص ماسبق فى جدول السمبلكس التالى :**

	الثوابت	S_1	S_2	النسبة
F	21	$^{-3}/_{4}$	$^{-1}/_{2}$	
X_1	3	$^{-1}/_{4}$	$^{1}/_{2}$	
X_2	$^{3}/_{2}$	$^{1}/_{8}$	$^{-3}/_{4}$	
S_3	$^{5}/_{2}$	$^{-3}/_{8}$	$^{5}/_{4}$	
S_4	$^{1}/_{2}$	$^{-1}/_{8}$	$^{3}/_{4}$	

■ **اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل**

نظراً لعدم وجود قيم موجبة فى صف دالة الهدف .

فيكون الحل الأمثل عندما :

$F = 21 \quad , \quad X_1 = 3 \quad , \quad X_2 = 1.5$

إيجاد جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة

■ **جدول الحل الأمثل للمشكلة الاصلية :**

		الثوابت	S_1	S_2
			Y_1	Y_2
Z	F	21	$^{-3}/_{4}$	$^{-1}/_{2}$
S_1	X_1	3	$^{-1}/_{4}$	$^{1}/_{2}$
S_2	X_2	$^{3}/_{2}$	$^{1}/_{8}$	$^{-3}/_{4}$
Y_3	S_3	$^{5}/_{2}$	$^{-3}/_{8}$	$^{5}/_{4}$
Y_4	S_4	$^{1}/_{2}$	$^{-1}/_{8}$	$^{3}/_{4}$

⇓

نحول كل عمود إلى صف مع تغيير الاشارة (ماعدا عمود الثوابت) .

■ **فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :**

	الثوابت	S_1	S_2	Y_3	Y_4
Z	21	3	$^3/_2$	$^5/_2$	$^1/_2$
Y_1	$^3/_4$	$^1/_4$	$^{-1}/_8$	$^3/_8$	$^1/_8$
Y_2	$^1/_2$	$^{-1}/_2$	$^3/_4$	$^{-5}/_4$	$^{-3}/_4$

$Z = 21 , Y_1 = \frac{3}{4} , Y_2 = \frac{1}{2} , Y_3 = 0 , Y_4 = 0$

تمرين (١٢) **جدول السمبلكس التالى يمثل مرحلة من مراحل حل نموذج برمجة خطية معين :**

	الثوابت	X_1	S_2	النسبة
F	4800	40	-80	
S_1	80	-1	0	$\frac{80}{1} = 80$
X_2	60	0	-1	تستبعد
S_3	240	-5	6	$\frac{240}{5} = 48$
S_4	40	-1	2	$\frac{40}{-1} = -40$

1) قيمة (X_1) فى الحل الأمثل

A) 60	B) 40	C) 0	D) لاشئ مما سبق

2) قيمة (X_2) فى الحل الأمثل

A) 60	B) 40	C) 0	D) لاشئ مما سبق

3) الحل الأمثل للمشكلة الاصلية

A) 4800	B) 6000	C) 6400	D) لاشئ مما سبق

4) الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية حل أمثل متعدد

A) نعم	B) لا

5) قيمة (Y_1) فى الحل الأمثل

A) 60	B) 40	C) 0	D) لاشئ مما سبق

6) قيمة (Y_2) فى الحل الأمثل

A) 60	B) 40	C) 0	D) لاشئ مما سبق

7) قيمة (Y_3) فى الحل الأمثل

A) 60	B) 40	C) 0	D) لاشئ مما سبق

8) قيمة (Y_4) فى الحل الأمثل

A) 15	B) 10	C) 20	D) لاشئ مما سبق

9) الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 3000	B) 4800	C) 6000	D) لاشئ مما سبق

حل تمرين (١٢)

■ **اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل**

نظراً لوجود معاملات موجبة فى دالة الهدف .

■ **تحسين الحل :**

العمود المحورى

	الثوابت	X_1	S_2	النسبة
F	4800	40	-80	—
S_1	80	-1	0	$\frac{80}{1} = 80$
X_2	60	0	-1	تستبعد
S_3	240	-5	6	$\frac{240}{5} = 48$
S_4 (الصف المحورى)	40	-1	2	$\frac{40}{-1} = -40$

العمود المحورى (X_1) : صاحب أكبر قيمة موجبة فى صف (F)

الصف المحورى (S_4) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة عمود الثوابت على العمود المحورى بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحورى (-1) : الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ **تكوين جدول السمبلكس الجديد :**

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى = -1

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	-5	0	-1	40
العنصر الجديد	5	0	1	-40

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	2	40
العنصر الجديد	2	40

تقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج .

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
4800	$= 4800 - (\frac{40 \times 40}{-1}) = 6400$
-80	$= -80 - (\frac{2 \times 40}{-1}) = 0$

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
80	$= 80 - (\frac{40 \times -1}{-1}) = 40$
0	$= 0 - (\frac{2 \times -1}{-1}) = -2$

٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_2) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
60	$= 60 - (\frac{40 \times 0}{-1}) = 60$
-1	$= -1 - (\frac{2 \times 0}{-1}) = -1$

٧) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_3) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
240	$= 240 - (\frac{40 \times -5}{-1}) = 40$
6	$= 6 - (\frac{2 \times -5}{-1}) = -4$

■ ويمكن تلخيص ماسبق فى جدول السمبلكس التالى :

	الثوابت	S_4	S_2	النسبة
F	6400	-40	0	
S_1	40	1	-2	
X_2	60	0	-1	
S_3	40	5	-4	
X_1	40	-1	2	

■ اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

$$F = 6400 \ , \ X_1 = 40 \ , \ X_2 = 60$$

خد بالك :

الحل الأمثل للمشكلة حل أمثل متعدد
لظهور صفر فى صف دالة الهدف فى جدول الحل الأمثل

■ إيجاد حل أمثل أخر :

العمود المحورى

	الثوابت	S_4	S_2	النسبة
F	6400	-40	0	—
S_1	40	1	-2	$\frac{40}{2} = 20$
X_2	60	0	-1	$\frac{60}{1} = 60$
الصف المحورى S_3	40	5	-4	$\frac{40}{5} = 10$
X_1	40	-1	2	تستبعد

العمود المحورى (S_2) : العمود الذى به (0) فى صف (F)

الصف المحورى (S_3) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة عمود الثوابت على العمود المحورى بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحورى (-4) : الناتج من تقاطع العمود المحورى مع الصف المحورى .

■ تكوين جدول السمبلكس الجديد :

١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى = $^{-1}/_{4}$

٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	2	-1	-2	0
العنصر الجديد	$^{-1}/_{2}$	$^{1}/_{4}$	$^{1}/_{2}$	0

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	5	40
العنصر الجديد	$^{5}/_{4}$	10

نقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج .

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
6400	$= 6400 - (\frac{40 \times 0}{-4}) = 6400$
-40	$= -40 - (\frac{5 \times 0}{-4}) = -40$

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
40	$= 40 - (\frac{40 \times -2}{-4}) = 20$
1	$= 1 - (\frac{5 \times -2}{-4}) = {}^{-3}/_{2}$

٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_2) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 60 - (\frac{40 \times -1}{-4}) = 50$	60
$= 0 - (\frac{5 \times -1}{-4}) = {}^{-5}/_{4}$	0

٧) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_1) :

العنصر الجديد	العنصر القديم
$= 40 - (\frac{40 \times 2}{-4}) = 60$	40
$= -1 - (\frac{5 \times 2}{-4}) = {}^{3}/_{2}$	-1

■ ويمكن تلخيص ماسبق فى جدول السمبلكس التالى :

	الثوابت	S_4	S_3	النسبة
F	6400	-40	0	
S_1	20	$-3/2$	$1/2$	
X_2	50	$-5/4$	$1/4$	
S_2	10	$5/4$	$-1/4$	
X_1	60	$3/2$	$-1/2$	

■ اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

$F = 6400 \ , \ X_1 = 60 \ , \ X_2 = 50$

■ إيجاد حل أمثل أخر بالعلاقة التالية :

$$S = (\theta)\, S_1 + (1 - \theta)\, S_2$$

الحل الأول $S_1 = (40,60)$

الحل الثانى $S_2 = (60,50)$

نفرض أن : $\theta = 0.3$

$S = (0.3)(40,60) + (0.7)(60,50)$

$S = (12,18) + (42,35) = (54,53)$

$\because F = 40X_1 + 80X_2$

$\therefore F = 40 \times 54 + 80 \times 53 = 6400$

■ يمكن إيجاد حل أمثل أخر بالعلاقة التالية :

$$S = (\theta)\, S_1 + (1 - \theta)\, S_2$$

الحل الأول $S_1 = (40,60)$

الحل الثانى $S_2 = (60,50)$

نفرض أن : $\theta = 0.4$

$S = (0.4)(40,60) + (0.6)(60,50)$

$S = (16,24) + (36,30) = (52,54)$

$\because F = 40X_1 + 80X_2$

$\therefore F = 40 \times 52 + 80 \times 54 = 6400$

إيجاد جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة

■ جدول الحل الأمثل الأول للمشكلة الاصلية :

		الثوابت	S_4	S_2
			Y_4	Y_2
Z	F	6400	-40	0
Y_1	S_1	40	1	-2
S_2	X_2	60	0	-1
Y_3	S_3	40	5	-4
S_1	X_1	40	-1	2

⇓

نحول كل عمود إلى صف مع تغيير الاشارة (ماعدا عمود الثوابت) .

⇓

■ فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :

	الثوابت	Y_1	S_2	Y_3	S_1
Z	6400	40	60	40	40
Y_4	40	-1	0	-5	1
Y_2	0	2	1	4	-2

$Z = 6400$

$Y_1 = 0 \ , Y_2 = 0 \ , Y_3 = 0 \ , Y_4 = 40$

② نموذج النقل

■ **أنواع مشاكل النقل :**

■ إذا كان إجمالى المعروض يساوى إجمالى المطلوب .

مشكلة نقل متوازنة

■ إذا كان إجمالى المعروض لا يساوى إجمالى المطلوب .

مشكلة نقل غير متوازنة

■ **خطوات حل نموذج النقل :**

1) إعدد مصفوفة (جدول) النقل والتى تاخذ الشكل التالى :

from \ to	1	2	3	..	Supply
1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	C_{13} X_{13}	- ..	S_1
2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	C_{23} X_{23}	- ..	S_2
:	- ..	- ..	- ..	- ..	:
Demand	D_1	D_2	D_3	..	

2) إيجاد الحل المبدئى المسموح به باستخدام :

■ طريقة الركن الشمالى الغربى .

■ طريقة أقل تكلفة (القطع القصير) .

■ طريقة روسيل التقريبية .

■ **خطوات حل مشاكل النقل غير المتوازنة :**

① **إذا كان إجمالى الطلب أقل من إجمالى العرض :**

■ إذا كانت تكاليف الانتاج = تكاليف التخزين

نضيف عمود كمصدر طلب بالفرق بتكاليف نقل = صفر

نبدأ أولاً بالخلايا الأصلية غير الوهمية

■ إذا كانت تكاليف الانتاج ≠ تكاليف التخزين

نضيف عمود كمصدر طلب بالفرق

■ وتكون تكاليف الخلايا الأصلية

= تكلفة الأنتاج + تكلفة النقل (من الجدول المعطى)

■ وتكون تكاليف الخلايا الوهمية (المضافة)

= تكلفة التخزين + تكلفة النقل (من الجدول المعطى)

نبدأ بالعمود المضاف ثم الذى يسبقه حتى أول عمود

② **إذا كان إجمالى العرض أقل من إجمالى الطلب :**

■ فى حالة عدم وجود ساعات عمل إضافية

نضيف صف كمصدر عرض بالفرق بتكاليف نقل = صفر

نبدأ أولاً بالخلايا الأصلية غير الوهمية

■ فى حالة وجود ساعات عمل إضافية

نضيف صف لكل مصدر بالوحدات المنتجة فى الوقت الاضافى

■ وتكون تكاليف الخلايا فى الوقت الأصلى

= تكلفة الأنتاج فى الوقت الرسمى + تكلفة النقل

■ وتكون تكاليف الخلايا فى الوقت الأضافى

= تكلفة الأنتاج فى الوقت الأضافى + تكلفة النقل

■ **ملاحظات :**

① **قبل اختبار أمثلية الحل المبدئى يجب التأكد من أن :**

عدد الخلايا المشغولة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة - 1

② **إذا كان الحل غير مسموح به . أى أن :**

عدد الخلايا المشغولة < عدد الصفوف + عدد الأعمدة - 1

فى هذه الحالة نحدد الخلية الفارغة صاحبة أقل تكلفة بين الخلايا الفارغة فى الجدول نشغلها بعدد وحدات يساوى (e)

3) اختبار أمثلية الحل باستخدام طريقة حجر الوطء :

■ نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة يتوافر فيه الشروط :

1] يبدأ المسار المغلق بالخلية الفارغة وينتهى بها .

2] يكون عدد أركانه أو خلاياه زوجية (4) أو (6) أو ..

3] يجب أن تكون خلايا الأركان مشغولة .

4] نعطى لخلايا المسار إشارات ترددية (+ ، - ، + ، ....) بداية من الخلية الفارغة .

■ نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق .

4) بعد اختبار أمثلية الحل إذا كان :

الحل أمثل

■ ينتهى الحل وتكون تكلفة النقل المحسوبة هى التكلفة المثلى .

الحل غير أمثل

■ يجب تحسين (أو تعديل) الحل وصولاً للحل الأمثل ، كما سيتضح فيما يلى ...

تمرين (١) إذا كانت لديك جدول النقل التالى :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	7	5	9	350
S_2	3	6	4	250
Demand	150	240	210	

1) يحقق نموذج النقل

A) وضع التوازن | B) وضع عدم التوازن

2) تكلفة النقل باستخدام طريقة الركن الشمالى الغربى

A) 3100 B) 3500 C) 3200 | D) خلاف ما سبق

3) الحل المبدئى باستخدام طريقة الركن الشمالى الغربى

A) حل مسموح به | B) حل غير مسموح به

4) باستخدام طريقة المسار الحرج يكون الحل المبدئى المتحصل عليه بطريقة الركن الشمالى الغربى

A) حل غير أمثل | B) حل أمثل

C) حل مبدئى | D) خلاف ما سبق

5) يكون القرار بناءاً على طريقة المسار الحرج

A) نقل 600 وحدة بمبلغ 3130 ولا يمكن تخفيضه أكثر من ذلك

B) نقل 520 وحدة بمبلغ 3130 ولا يمكن تخفيضه أكثر من ذلك

C) نقل 600 وحدة بمبلغ 3130 يمكن تخفيضه أكثر من ذلك

D) خلاف ما سبق

حل تمرين (١)

إجمالى العرض = إجمالى الطلب = 600

∴ نموذج النقل فى وضع توازن

إيجاد الحل المبدئى بطريقة الركن الشمالى الغربى

■ نبدأ باول خلية فى الجدول ($S_1 D_1$) الموجودة فى الركن الشمالى الغربى نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (150) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (150) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الأول الذى وصل طلبه إلى الصفر .

■ بعد استبعاد العمود الأول ننتقل للخلية ($S_1 D_2$) الموجودة فى الركن الشمالى الغربى الجديد نقارن بين العرض الطلب ونختار عدد الوحدات الأقل (200) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (200) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الأول الذى وصل عرضه إلى الصفر .

■ بعد استبعاد الصف الأول ننتقل للخلية ($S_2 D_2$) الموجودة فى الركن الشمالى الغربى الجديد نقارن بين العرض والطلب ونختار عدد الوحدات الأقل (40) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (40) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الثانى الذى وصل طلبه إلى الصفر .

■ بعد استبعاد العمود الثانى لا يتبقى سوى الخلية ($S_2 D_3$) نشغل هذه الخلية بالـ (210) وحدة الباقية من العرض والطلب .

■ يمكن عرض ما سبق فى جدول الحل المبدئى التالى :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply	
S_1	7 ⇓ 150	5 200	9	~~350~~	~~280~~ 0
S_2	3	6 40	4 210	~~250~~	~~210~~ 0
Demand	~~150~~ 0 -	~~240~~ ~~40~~ 0	~~210~~ 0 -	600	

■ خد بالك : الحل السابق مسموح به لأن

4 خلايا مشغولة = 2 صف + 3 عمود - 1

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$= 150(7) + 200(5) + 40(6) + 210(4) = 3130$

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

■ نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .

■ نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق .

الخلية	المسار المغلق والتغير فى التكلفة
S_1D_3	$S_1D_3 \rightarrow S_1D_2 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_2D_3$ $= 9 - 5 + 6 - 4 = +6$
S_2D_1	$S_2D_1 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_1D_2 \rightarrow S_1D_1$ $= 3 - 6 + 5 - 7 = -5$ ⇐

الحل المبدئى ليس حل أمثل لوجود قيم سالبة للتغير فى التكاليف

Scanned with CamScanner

تحسين الحل

- نختار الخلية (S_2D_1) صاحبة أكبر تغير بإشارة سالبة .
- نحدد عدد الوحدات الأقل من بين الخلايا صاحبة الأشارة السالبة فى مسار الخلية (S_1D_1) ⇐ (40)
- يضاف (40) وحدة للخلايا صاحبة الاشارة الموجبة .
- نطرح (40) وحدة من الخلايا صاحبة الاشارة السالبة .
- ويمكن توضيح ذلك كما يلى :

(-)	(+)	(-)	(+)
S_2D_1	⇒ S_2D_2	⇒ S_1D_2	⇒ S_1D_1
فارغة	40	200	150
40	فارغة	240	110

- ويكون جدول الحل بعد التحسين كما يلى :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	7 — 110	5 — 240	9	350
S_2	3 — 40	6	4 — 210	250
Demand	150	240	210	600

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

- تكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .
- نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق .

الخلية	المسار المغلق والتغير فى التكلفة
S_1D_3	$S_1D_3 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_3$ $= 9 - 7 + 3 - 4 = +1$
S_2D_2	$S_2D_2 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_1D_2$ $= 6 - 3 + 7 - 5 = +5$

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة | الحل وحيد

- وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$$= 110(7) + 240(5) + 40(3) + 210(5) = 2930$$

ملحوظة : فى الحل الأمثل

- إذا كانت قيم التغير موجبة فقط يكون الحل وحيد .
- إذا كانت قيم التغير موجبة أو أصفار يكون الحل متعدد .

تمرين (٢) إذا كانت لديك البيانات التالية :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	2	1	8	10
S_2	7	4	3	25
S_3	6	2	4	20
Demand	15	18	22	

1) يكون إجمالى الكميات المعروضة

A) 60 | B) 55 | C) 45 | D) خلاف ما سبق

2) هل يحقق النموذج وضع التوازن

A) نعم | B) لا

3) تكون التكلفة الكلية باستخدام طريقة أقل تكلفة

A) 300 | B) 185 | C) 253 | D) خلاف ما سبق

4) هل الحل الذى تم التوصل إليه حل مسموح به

A) نعم | B) لا

5) هل الحل الذى تم التوصل إليه حل أمثل

A) نعم | B) لا

حل تمرين (٢)

إجمالى العرض = إجمالى الطلب = 55

∴ نموذج النقل فى وضع توازن

إيجاد الحل المبدئى بطريقة أقل تكلفة

- نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة فى الجدول (S_1D_2) نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (10) نشغل بها هذه الخلية ، ثم نطرح (10) وحدات من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ، نستبعد الصف الأول الذى وصل عرضه إلى الصفر .
- ننتقل للخلية (S_3D_2) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (8) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح (8) وحدات من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الثانى الذى وصل طلبه إلى الصفر .

الخلية	التغير فى التكلفة
S_1D_3	$S_1D_3 - S_1D_2 + S_3D_2 - S_3D_1 + S_2D_1 - S_2D_3$ $= 8 - 1 + 2 - 6 + 7 - 3 = 7$
S_2D_2	$S_2D_2 - S_2D_1 + S_3D_1 - S_3D_2$ $= 4 - 7 + 6 - 2 = 1$
S_3D_3	$S_3D_3 - S_3D_2 + S_2D_1 - S_3D_1$ $= 4 - 3 + 7 - 6 = 2$

الحل المبدئى ليس حل أمثل لوجود قيم سالبة للتغير فى التكاليف

تحسين الحل

- نختار الخلية (S_1D_1) صاحبة أكبر تغير بإشارة سالبة .
- نحدد عدد الوحدات الأقل من بين الخلايا صاحبة الاشارة السالبة فى مسار الخلية (S_1D_1) ⇐ (10)
- يضاف (10) وحدة للخلايا صاحبة الاشارة الموجبة .
- نطرح (10) وحدة من الخلايا صاحبة الاشارة السالبة .
- ويمكن توضيح ذلك كما يلى :

(-)	(+)	(-)	(+)
S_1D_1	S_3D_1	S_3D_2	S_1D_2
0	12	8	10
10	2	18	0

- ويكون جدول الحل بعد التحسين كما يلى :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	2 : 10	1	8	10
S_2	7 : 3	4	3 : 22	25
S_3	6 : 2	2 : 18	4	20
Demand	15	18	22	55

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

- نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .
- نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق .

■ نتنقل للخلية (S_2D_3) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (22) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (22) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الثالث الذى وصل طلبه إلى الصفر

■ نتنقل للخلية (S_3D_2) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (12) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (12) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد الصف الثالث الذى وصل عرضه إلى الصفر .

■ تتبقى الخلية (S_2D_1) نشغل هذه الخلية بالـ (3) وحدات الباقية من العرض والطلب .

■ يمكن عرض ما سبق فى جدول الحل المبدئى التالى :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	2	1 : 10	8	~~10~~ 0 -
S_2	7 : 3	4	3 : 22	~~25~~ ~~3~~ 0
S_3	6 : 12	2 : 8	4	~~20~~ ~~12~~ 0
Demand	~~15~~ 0 -	~~18~~ ~~8~~ 0	~~22~~ 0 -	55

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$= 10(1) + 3(7) + 22(3) + 12(6) + 8(2) = 185$

■ خد بالك : الحل السابق مسموح به لأن

5 خلايا مشغولة = 3 صف + 3 عمود - 1

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

- نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .
- نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق .
- يمكن تلخيص ما سبق فى الجدول التالى :

الخلية	التغير فى التكلفة
S_1D_1	$S_1D_1 - S_3D_1 + S_3D_2 - S_1D_2$ $= 2 - 6 + 1 - 4 = -3$ ⇐

الخلية	التغير فى التكلفة
S_1D_2	$S_1D_2 - S_1D_1 + S_3D_1 - S_3D_2$ $= 1 - 2 + 6 - 2 = 3$
S_1D_3	$S_1D_3 - S_2D_3 + S_2D_1 - S_1D_1$ $= 8 - 3 + 7 - 2 = 10$
S_2D_2	$S_2D_2 - S_2D_1 + S_3D_1 - S_3D_2$ $= 4 - 7 + 6 - 2 = 1$
S_3D_3	$S_3D_3 - S_2D_3 + S_2D_1 - S_3D_1$ $= 4 - 3 + 7 - 6 = 2$

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة **الحل وحيد**

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$$= 10(2) + 3(7) + 22(3) + 2(6) + 18(2) = 155$$

تمرين (٣) إذا كان لديك مشكلة النقل التالية :

from \ to	1	2	3	4	Supply
A	4	7	5	6	30
B	7	3	2	9	40
C	5	4	8	5	30
Demand	20	20	30	30	

1) هل يحقق النموذج وضع التوازن

A) نعم | B) لا

2) تكون التكلفة باستخدام طريقة روسيل التقريبية

A) 300 | B) 185 | C) 253 | D) خلاف ما سبق

3) هل الحل الذى تم التوصل إليه حل مسموح به

A) نعم | B) لا

4) هل الحل الذى تم التوصل إليه حل أمثل

A) نعم | B) لا

5) الحل الأمثل

A) وحيد | B) متعدد

حل تمرين (٢)

إجمالى العرض = إجمالى الطلب = 100

∴ نموذج النقل فى وضع توازن

إيجاد الحل المبدئى بطريقة روسيل التقريبية

1] نضيف عمود يسمى (التكلفة العظمى) نضع فيه أكبر تكلفة فى كل صف ، ونضيف صف يسمى (التكلفة العظمى) نضع فيه أكبر تكلفة فى كل عمود . ويكون ذلك كما يلى :

from \ to	1	2	3	4	supply	التكلفة العظمى
A	4	7	5	6	30	7
B	7	3	2	9	40	9
C	5	4	8	5	30	8
Demand	20	20	30	30	100	
التكلفة العظمى	7	7	8	9		

2] نعمل جدول نقل جديد بتكاليف نقل جديدة لكل خلية من الخلايا ، حيث أن :

تكلفة النقل الجديدة	=	التكلفة العظمى للصف	+	التكلفة العظمى للعمود	-	تكلفة النقل القديمة

فيكون الجدول كما يلى :

from \ to	1	2	3	4	Supply
A	10	7	10	10	30
B	9	13	15 ⇓ 30	9	40
C	10	11	8	12	30
Demand	20	20	30	30	100

3] نبدأ بالخلية (B3) صاحبة أكبر تكلفة فى الجدول الجديد نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (30) نشغل بها هذه الخلية ، ثم نطرح (30) وحدات من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ، نستبعد العمود الثالث الذى وصل طلبه إلى الصفر .

4] نكون جدول جديد بعد حذف العمود الثالث ، كما يلى :

from \ to	1	2	4	Supply	التكلفة العظمى
A	4	7	6	30	7
B	7	3	9	10	9
C	5	4	5	30	5
Demand	20	20	30	70	
التكلفة العظمى	7	7	9		

from \ to	1	2	4	Supply
A	10	7	10	30
B	9	13 10	9	10
C	7	8	9	30
Demand	20	20	30	70

5] نبدأ بالخلية (B2) صاحبة أكبر تكلفة فى الجدول الجديد نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (10) نشغل بها هذه الخلية ، ثم نطرح (10) وحدات من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ، نستبعد الصف الثانى الذى وصل عرضه إلى الصفر .

6] نكون جدول جديد بعد حذف الصف الثانى كما يلى :

from \ to	1	2	4	Supply	التكلفة العظمى
A	4	7	6	30	7
C	5	4	5	30	5
Demand	20	10	30	60	
التكلفة العظمى	5	7	6		

from \ to	1	2	4	Supply
A	8 20	7	7	30
C	5	8	6	30
Demand	20	10	30	60

7] نختار بالخلية (B1) صاحبة أكبر تكلفة فى الجدول الجديد نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (20) نشغل بها هذه الخلية ، ثم نطرح (20) وحدات من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ، نحذف العمود الأول الذى وصل طلبه إلى الصفر .

8] نكون جدول جديد بعد حذف العمود الأول ، كما يلى :

from \ to	2	4	Supply	التكلفة العظمى
A	7	6	10	7
C	4	5	30	5
Demand	10	30	40	
التكلفة العظمى	7	6		

from \ to	2	4	Supply
A	7	7 10	10
C	8 10	6 20	30
Demand	10	30	40

9] نختار بالخلية (C2) صاحبة أكبر تكلفة فى الجدول الجديد نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار الكمية الأقل (10) نشغل بها هذه الخلية ، ثم نطرح (10) وحدات من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ، نحذف العمود الثانى الذى وصل طلبه إلى الصفر .

10] بعد حذف العمود الثانى يتبقى العمود الرابع نبدأ بالخلية (A4) صاحبة أكبر تكلفة نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (10) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (10) من العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ، نحذف الصف الأول الذى وصل عرضه إلى الصفر .

11] بعد حذف الصف الأول يتبقى للخلية (C4) نحملها بباقى الكميات المعروضة والمطلوبة (20) .

from \ to	1	2	4	Supply
A	8 20	7	7	30
C	5	8	6	30
Demand	20	10	30	60

تابع الحل >>>

ويكون جدول الحل المبدئى كما يلى :

from \ to	D_1	2	3	4	Supply
A	4 — 20	7	5	6 — 10	30
B	7	3 — 10	2 — 30	9	40
C	5	4 — 10	8	5 — 20	30
Demand	20	20	30	30	100

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$= 20(4) + 10(3) + 30(2) + 10(4) + 20(5) = 370$

■ خد بالك : الحل السابق مسموح به لأن

6 خلايا مشغولة = 3 صف + 4 عمود - 1

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

■ تكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .

■ نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق .

■ يمكن تلخيص ما سبق فى الجدول التالى :

الخلية	التغير فى التكلفة
A2	A2 - A4 + C4 - C2 = 7 - 6 + 5 - 4 = 2
A3	A3 - A4 + C4 - C2 + B2 - B3 = 5 - 6 + 5 - 4 + 3 - 2 = 1
B1	B1 - B2 + C2 - C4 + A4 - A1 = 7 - 3 + 4 - 5 + 6 - 4 = 5
B4	B4 - B2 + C2 - C4 = 9 - 3 + 4 - 5 = 5
C1	C1 - C4 + A4 - A1 = 5 - 5 + 6 - 4 = 2
C3	C3 - C2 + B2 - B3 = 8 - 4 + 3 - 2 = 5

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة

الحل وحيد

تمرين (٤) إذا كانت لديك جدول الحل التالى :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	6	7	1 — 400	400
S_2	15 — 400	4	5 — 300	700
S_3	15	3 — 300	6	300
Demand	400	300	700	

1) تكلفة النقل الكلية تساوى

A) 6100 B) 6500 C) 6000 D) خلاف ما سبق

2) الحل المبدئى السابق

A) حل مسموح به B) حل غير مسموح به

3) يعتبر الحل السابق

A) حل غير أمثل B) حل أمثل

حل تمرين (٤)

■ الحل السابق غير مسموح به لأن :

عدد الخلايا المشغولة < عدد الصفوف + عدد الأعمدة - 1

4 خلايا مشغولة < 3 صف + 3 عمود - 1

⇐ نحوله إلى حل مسموح به عن طريق شغل الخلية الفارغة ($S_2 D_2$) صاحبة أقل تكلفة بين الخلايا الفارغة فى الجدول بعدد وحدات يساوى (e) .

■ فيكون جدول الحل المبدئى كما يلى :

from \ to	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	6	8	1 — 400	400
S_2	8 — 400	4 — e	5 — 300	700
S_3	7	3 — 300	6	300
Demand	400	300	700	1400

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$= 400(1) + 400(8) + 300(5) + 300(3)$

$= 6000$

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار المتعرج

- نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .
- نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق ، كما يلى :

الخلية	المسار المغلق والتغير فى التكلفة
S_1D_1	$S_1D_1 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_2D_1$ $= 6 - 1 + 5 - 8 = 2$
S_1D_2	$S_1D_2 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_2D_2$ $= 8 - 1 + 5 - 4 = 8$
S_3D_1	$S_3D_1 \rightarrow S_3D_2 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_2D_1$ $= 7 - 3 + 4 - 8 = 0$
S_3D_3	$S_3D_3 \rightarrow S_3D_2 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_2D_3$ $= 6 - 3 + 4 - 5 = 2$

الحل المبدئى حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة | الحل متعدد

تمرين (٥) إذا كان لديك مشكلة النقل التالية :

from \ to	1	2	3	Supply
A	12	15	18	90
B	14	20	9	80
Demand	150	60	90	

1) هل يحقق النموذج وضع التوازن

A) نعم | B) لا

2) تكون التكلفة باستخدام طريقة القطع القصير

A) 3000 | B) 1800 | C) 2500 | D) خلاف ما سبق

3) هل الحل الذى تم التوصل إليه حل مسموح به

A) نعم | B) لا

4) هل الحل الذى تم التوصل إليه حل أمثل

A) نعم | B) لا

5) الحل الأمثل

A) وحيد | B) متعدد

حل تمرين (٥)

إجمالى العرض = 170 ⇔ وإجمالى الطلب = 300

∴ نموذج النقل فى وضع عدم توازن

نوزن النموذج : العرض (170) أقل من الطلب (300) :

نضيف صف كمصدر عرض بالفرق وتكون تكاليف النقل بصفر

from \ to	1	2	3	Supply
A	12	15	18	90
B	14	20	9	80
C وهمى	0	0	0	130
Demand	150	60	90	300

إيجاد الحل المبدئى بطريقة أقل تكلفة

نبدأ أولاً بالخلايا غير الوهمية (المضافة)

- نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة فى الجدول (B3) نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (80) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (80) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد الصف الثانى الذى وصل عرضه إلى الصفر .
- وبعد حذف الصف الثانى نتجه للخلية (A1) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (90) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (90) من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد الصف الأول الذى وصل عرضه إلى الصفر .
- ثم نكرر الخطوات السابقة كما يظهر فى الجدول التالى :

from \ to	1	2	3	Supply
A	12 (90)	15	18	90
B	14	20	9 (80)	80
C وهمى	0 (60)	0 (60)	0 (10)	130
Demand	150	60	90	300

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$= 90(12) + 80(9) + 60(0) + 60(0) + 10(0)$

$= 1800$

■ خد بالك : الحل السابق مسموح به لأن

5 خلايا مشغولة = 3 صف + 3 عمود - 1

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

■ نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .

■ نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق ، كما يلى :

الخلية	المسار المغلق والتغير فى التكلفة
A2	A2 → A1 → C1 → C2 = 15 - 12 + 0 - 0 = 3
A3	A3 → A1 → C1 → C3 = 18 - 12 + 0 - 0 = 6
B1	B1 → C1 → C3 → B3 = 14 - 0 + 0 - 9 = 5
B2	B2 → C2 → C3 → B3 = 20 - 0 + 0 - 9 = 11

الحل المبدئى حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة | الحل وحيد

أسئلة اختيار من متعدد

1) من فروض نموذج النقل إجمالى الكمية المطلوبة لا تساوى الكمية المعروضة

B) لا | A) نعم

2) يعتبر نموذج النقل نموذج متوازن إذا كان إجمالى الطلب يساوى إجمالى العرض

B) لا | A) نعم

3) فى طريقة حجر الوطء يبدأ المسار المغلق بخلية فارغة وينتهى عندها باقصر مسافة ممكنة

B) لا | A) نعم

4) فى طريقة حجر الوطء عدد المسارات الحرجة يساوى

C) عدد الخلايا الفارغة والمشغولة | A) عدد الخلايا الفارغة

D) خلاف ما سبق | C) عدد الخلايا المشغولة

تمرين (٦) إذا كان لديك مشكلة النقل التالية :

from \ to	1	2	3	4	Supply
A	7	10	14	8	30
B	7	11	12	6	40
C	5	8	15	9	30
Demand	20	20	25	30	

المطلوب : أوجد أقل تكلفة نقل ممكنة باستخدام طريقة أقل تكلفة ، وذلك إذا كانت :

1) تكاليف الانتاج = تكاليف التخزين

2) تكاليف الانتاج وتكاليف التخزين كما يلى :

المصنع	تكاليف الانتاج	تكاليف التخزين
A	50	5
B	51	6
C	52	4

حل تمرين (٦)

إذا كانت تكاليف الانتاج = تكاليف التخزين

نوزن النموذج : الطلب (95) أقل من العرض (100) :

نضيف عمود وهمى بالفرق وتكون تكاليف النقل بصفر

from \ to	1	2	3	4	5	Supply
A	7	10	14	8	0	30
B	7	11	12	6	0	40
C	5	8	15	9	0	30
Demand	20	20	25	30	5	100

■ نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة فى الجدول (C1) نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (20) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (20) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الأول الذى وصل طلبه إلى الصفر .

إذا كانت تكاليف الانتاج ≠ تكاليف التخزين

نوزن النموذج : الطلب (95) أقل من العرض (100) :

نضيف عمود وهمى بالفرق

■ وتكون تكاليف الخلايا الأصلية

= تكلفة الأنتاج + تكلفة النقل (من الجدول المعطى)

■ وتكون تكاليف الخلايا الوهمية (المضافة)

= تكلفة التخزين + تكلفة النقل (من الجدول المعطى)

from \ to	1	2	3	4	5	Supply
A	57	60	64	58	55	30
B	58	62	63	57	57	40
C	57	60	67	61	56	30
Demand	20	20	25	30	5	100

نبدأ بالعمود المضاف ثم الذى يسبقه حتى أول عمود

■ نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة فى العمود المضاف (A5) نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (5) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (5) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الخامس الذى وصل طلبه إلى الصفر .

■ وبعد حذف العمود الخامس نتجه للخلية (B4) صاحبة أقل تكلفة فى العمود الرابع نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (30) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (30) من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الرابع الذى وصل طلبه إلى الصفر .

■ ثم نكرر الخطوات السابقة كما يظهر فى الجدول التالى :

from \ to	1	2	3	4	5	Supply
A	57 10	60	64 15	58	55 5	30
B	58	62	63 10	57 30	57	40
C	57 10	60 20	67	61	56	30
Demand	20	20	25	30	5	100

■ وبعد حذف العمود الأول نتجه للخلية (B4) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (30) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (30) من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الرابع الذى وصل طلبه إلى الصفر .

■ ثم نكرر الخطوات السابقة كما يظهر فى الجدول التالى :

from \ to	1	2	3	4	5	Supply
A	7	10 10	14 15	8	0 5	30
B	7	11	12 10	6 30	0	40
C	5 20	8 10	15	9	0	30
Demand	20	20	25	30	5	100

نبدأ أولا بالخلايا الأصلية غير الوهمية

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

= 10(10) + 15(14) + 5(0) + ____ + 10(8)

= 790

■ خد بالك : الحل السابق مسموح به لأن

7 خلايا مشغولة = 3 صف + 5 عمود - 1

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

■ تكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .

■ نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق ، كما يلى :

الخلية	المسار المغلق والتغير فى التكلفة
A1	A1 → A2 → C2 → C1 = 7 - 10 + 8 - 5 = 0
A4	A4 → A3 → B3 → B4 = 8 - 14 + 12 - 6 = 0
B1	B1 → B3 → A3 → A2 → C2 → C1 = 7 - 12 + 14 - 10 + 8 - 5 = 2
B2	B2 → B3 → A3 → A2 = 11 - 12 + 14 - 10 = 3
:	: : : : :

كمل الحل كما سبق

الحل المبدئى حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة

الحل متعدد

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$= 10(57) + 15(64) + 5(0) + _____ + 20(60)$

$= 5915$

■ خد بالك : الحل السابق مسموح به لأن

7 خلايا مشغولة = 3 صف + 5 عمود - 1

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

■ تكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .

■ نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق ، كما يلى :

الخلية	المسار المغلق والتغير فى التكلفة
A2	A2 → A1 → C1 → C2 = 60 - 57 + 57 - 60 = 0
A4	A4 → A3 → B3 → B4 = 58 - 64 + 63 - 57 = 0
B1	B1 → B3 → A3 → A1 = 58 - 64 + 63 - 57 = 2
B2	B2 → B3 → A3 → A2 → C1 → C2 = 62 - 63 + 64 - 57 + 57 - 60 = 3
:	: : : : :

كمل الحل كما سبق

الحل المبدئى حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة | الحل متعدد

تمرين (٧)

إذا كان لديك مشكلة النقل التالية :

from \ to	1	2	3	4	Supply
A	10	14	8	15	25
B	12	11	15	9	30
C	13	10	12	14	35
Demand	20	30	25	35	

المطلوب :

أوجد أقل تكلفة نقل ممكنة باستخدام طريقة أقل تكلفة .

إذا فرض أنه : لا يوجد لدى المصانع ساعات عمل إضافية .

حل تمرين (٧)

لا يوجد لدى المصانع ساعات عمل إضافية

نوزن النموذج : العرض (90) أقل من الطلب (100) :

نضيف صف وهمى بالفرق وتكون تكاليف النقل بصفر

from \ to	1	2	3	4	Supply
A	10	14	8	15	25
B	12	11	15	9	30
C	13	10	12	14	35
D	0	0	0	0	10
Demand	20	30	25	25	100

■ نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة فى الجدول (A3) نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (25) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (25) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد كلا من العمود الثالث الذى وصل طلبه إلى الصفر ، والصف الأول الذى وصل عرضه إلى الصفر .

■ وبعد حذف العمود الثالث والصف الأول نتجه للخلية (B4) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بهذه الخلية ونختار الأقل (25) نشغل به هذه الخلية ثم نطرح الرقم (25) من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الرابع الذى وصل طلبه إلى الصفر .

■ ثم نكرر الخطوات السابقة كما يظهر فى الجدول التالى :

from \ to	1	2	3	4	Supply
A	10 e	14	8 25	15	25
B	12 5	11	15	9 25	30
C	13 5	10 30	12	14	35
D	0 10	0	0	0	10
Demand	20	30	25	25	100

نبدأ أولاً بالخلايا الأصلية غير الوهمية

35

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هى

$= 25(8) + 5(12) + 25(9) + 5(13) + 30(10) + 10(0)$

$= 850$

■ خد بالك : الحل السابق غير مسموح به لأن

6 خلايا مشغولة < 4 صف + 4 عمود - 1

⇐ نحوله إلى حل مسموح به عن طريق شغل الخلية الفارغة (A1) صاحبة أقل تكلفة بين الخلايا الفارغة فى الجدول بعدد وحدات يساوى (e) .

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

■ تكون مسار مغلق لكل خلية فارغة فى جدول الحل المبدئى .

■ نحسب التغير فى التكلفة لكل مسار مغلق ، كما يلى :

الخلية	المسار المغلق والتغير فى التكلفة
A2	A2 → A1 → C1 → C2 = 14 - 10 + 13 - 10 = 7
A4	A4 → A3 → B1 → B4 = 15 - 10 + 12 - 7 = 8
B2	B2 → B1 → C1 → C2 = 11 - 12 + 13 - 10 = 2
B3	B3 → B1 → A1 → A3 = 15 - 12 + 10 - 8 = 5
:	: : : : :

كمل الحل كما سبق

الحل المبدئى حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة | الحل وحيد

تمرين (٨) إذا كان لديك مشكلة النقل التالية :

from \ to	1	2	3	4	Supply
A	7	10	14	8	30
B	7	11	12	6	40
C	5	8	15	9	30
Demand	20	20	30	40	

المطلوب :

أوجد أقل تكلفة نقل ممكنة باستخدام طريقة أقل تكلفة .

إذا علمت أن :

■ المصنع الأول سوف يعمل وقت إضافى لتوفير وحدتين من العجز ، والمصنع الثانى سوف يعمل وقت إضافى لتوفير 8 وحدات من العجز .

■ تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة فى أى مصنع خلال الوقت الرسمى 50 جنيه .

■ تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة فى أى مصنع خلال الوقت الأضافى 150% من تكلفة الانتاج فى الوقت الرسمى .

حل تمرين (٨)

يوجد لدى المصانع ساعات عمل إضافية

نوزن النموذج : العرض (100) أقل من الطلب (110) :

نضيف صف لكل مصنع بالوحدات المنتجة فى الوقت الاضافى

■ وتكون تكاليف الخلايا فى الوقت الأصلى

= تكلفة الأنتاج فى الوقت الرسمى + تكلفة النقل

= 50 جنيه + تكلفة النقل (من الجدول المعطى)

■ وتكون تكاليف الخلايا فى الوقت الأضافى

= تكلفة الأنتاج فى الوقت الأضافى + تكلفة النقل

= 75 جنيه + تكلفة النقل (من الجدول المعطى)

تكلفة الأنتاج فى الوقت الأضافى

= 50 جنيه × 150% = 75 جنيه

from \ to		1	2	3	4	Supply
A	Regular	57	60 10	64 20	58 e	30
	Over	82	85	89 2	83	2
B	Regular	57	61	62	56 40	40
	Over	82	86	87 8	81	8
C	Regular	55 20	58 10	65	59	30
	Over	80 e	83	90	84	0
Demand		20	20	30	40	110

35

نبدأ بتلبية احتياجات الأسواق من الانتاج فى الوقت الرسمى أولا ثم استكمال باقى الاحتياجات من الانتاج فى الوقت الاضافى .

■ نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة رسمية (C1) نشغل هذه الخلية بـ (20) وحدة ونستبعد العمود الأول .

■ ثم نختار الخلية صاحبة أقل تكلفة رسمية (B4) نشغل هذه الخلية بـ (40) وحدة ونستبعد العمود الرابع والصف الثانى الرسمى .

■ ثم نختار الخلية صاحبة أقل تكلفة رسمية (C2) نشغل هذه الخلية بـ (10) وحدة ونستبعد الصف الثالث الرسمى .

■ ثم نختار الخلية صاحبة أقل تكلفة رسمية (A2) نشغل هذه الخلية بـ (10) وحدة ونستبعد العمود الثانى .

■ ثم نختار الخلية صاحبة أقل تكلفة رسمية (A3) نشغل هذه الخلية بـ (20) وحدة ونستبعد الصف الأول الرسمى .

■ ثم نختار الخلية صاحبة أقل تكلفة إضافية (B3) نشغل هذه الخلية بـ (8) وحدة ونستبعد الصف الثانى الأضافى .

■ ثم نختار الخلية صاحبة أقل تكلفة إضافية (A3) نشغل هذه الخلية بـ (2) وحدة ونستبعد الصف الأول الأضافى .

■ **وتكون تكلفة النقل الكلية هى**

$$= 10(58) + ____ + 2(89) + 20(64) + 10(60)$$

$$= 6674$$

■ **خد بالك : الحل السابق غير مسموح به لأن**

7 خلايا مشغولة < 6 صف + 4 عمود - 1

⇐ **نحوله إلى حل مسموح به كما يلى :**

■ نبدأ بالخلية (C1) صاحبة أقل تكلفة إضافية بين خلايا التكاليف الأضافية الفارغة فى الجدول بـ (e) وحدة .

■ ثم الخلية (B1) صاحبة أقل تكلفة رسمية بين خلايا التكاليف الرسمية الفارغة فى الجدول بـ (e) وحدة .

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار الحرج

الحل المبدئى حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة | **الحل متعدد**

تأكد من الحل بنفسك

3 مشكلة التخصيص

■ **مشكلة التخصيص :**

تتمثل فى تحديد التخصيص الأمثل لموارد إنتاجية مختلفة لأداء وظائف مختلفة ، بحيث يكون عدد الموارد الانتاجية يساوى عدد الوظائف المطلوبة ، وكل مورد يتم تخصيصه لأداء وظيفة واحدة فقط .

■ **خطوات التخصيص الأمثل : الطريقة المجرية**

لو المشكلة تصغير

1) طرح أقل قيمة فى كل صف من باقى قيم الصف .

لو المشكلة تعظيم

1) طرح كل قيم الصف من أكبر قيمة فى كل صف .

2) طرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود .

3) اختبار أمثلية الحل ، عن طريق رسم أقل عدد ممكن من الخطوط الأفقية والرأسية لتغطية العناصر الصفرية فى الصفوف والأعمدة ، فإذا كان :

عدد الخطوط المرسومة أقل من عدد الصفوف (الأعمدة) .	عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف (الأعمدة) .
⇓	⇓
الحل غير أمثل	**الحل أمثل**

4) تحسين الحل كما يلى : (أن كان التخصيص غير أمثل)

■ نحدد أصغر قيمة غير مغطاه .

■ نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .

■ نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .

5) نكرر الخطوة (3) و (4) حتى نحصل على التخصيص الأمثل

تمرين (١) إذا كان لديك مصفوفة التكاليف التالية :

	1	2	3	4	5
A	3	8	2	10	3
B	8	7	2	9	7
C	6	4	2	7	5
D	8	4	2	3	5
E	9	10	6	9	10

■ **في التخصيص الأمثل**

1) العامل A يعمل على الاله رقم

A) 5 | B) 4 | C) 2 | D) لاشئ مماسبق

2) العامل B يعمل على الاله رقم

A) 2 | B) 3 | C) 1 | D) لاشئ مماسبق

3) العامل C يعمل على الاله رقم

A) 2 | B) 1 | C) 4 | D) لاشئ مماسبق

4) العامل D يعمل على الاله رقم

A) 4 | B) 1 | C) 3 | D) لاشئ مماسبق

5) العامل E يعمل على الاله رقم

A) 5 | B) 2 | C) 4 | D) لاشئ مماسبق

6) أقل تكلفة تخصيص هى

A) 20 | B) 22 | C) 21 | D) لاشئ مماسبق

حل تمرين (١) امتحان 2015

1) نطرح أصغر قيمة فى كل صف من باقى قيم الصف :

المصفوفة المختزلة المبدئية

	1	2	3	4	5
A	1	6	0	8	1
B	6	5	0	7	5
C	4	2	0	5	3
D	6	2	0	1	3
E	3	4	0	3	4

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة التكلفة البديلة الكلية

	1	2	3	4	5
A	0	4	0	7	0
B	5	3	0	6	4
C	3	0	0	4	2
D	5	0	0	0	2
E	2	2	0	2	3

3) اختبار أمثلية الحل :

الحل غير أمثل لان عدد الخطوط المرسومة أقل من عدد الصفوف (أو عدد الأعمدة) .

4) تحسين الحل :

■ أصغر قيمة غير مغطاه = 2

■ نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .

■ نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .

■ فتكون مصفوفة التكلفة البديلة المنقحة كما يلى :

	1	2	3	4	5
A	0	6	2	7	0
B	3	3	0	4	2
C	1	0	0	2	0
D	5	2	2	0	2
E	0	2	0	0	1

5) اختبار أمثلية الحل :

الحل أمثل لان عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف .

6) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : وحيد

التخصيص	التكلفة
A → 5	3
B → 3	2
C → 2	4
D → 4	3
E → 1	9
التكلفة الكلية	21

تمرين (٢) إذا كان لديك مصفوفة التكاليف التالية :

	1	2	3	4
A	1	4	6	3
B	9	7	10	9
C	4	5	11	7
D	8	7	8	5

1) العامل A يعمل على الاله رقم

A) 1 | B) 2 | C) 3 | D) 4

2) العامل B يعمل على الاله رقم

A) 1 B) 2 **C) 3** D) 4

3) العامل C يعمل على الاله رقم

A) 1 **B) 2** C) 3 D) 4

4) العامل D يعمل على الاله رقم

A) 1 B) 2 C) 3 **D) 4**

5) أقل تكلفة تخصيص هى

A) 20 B) 22 **C) 21** D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢)

1) نطرح أصغر قيمة فى كل صف من باقى قيم الصف :

المصفوفة المختزلة المبدئية

	1	2	3	4
A	0	3	5	2
B	2	0	3	2
C	0	1	7	3
D	3	2	3	0

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة التكلفة البديلة الكلية

	1	2	3	4
A	0	3	2	2
B	2	0	0	2
C	0	1	4	3
D	3	2	0	0

3) اختبار أمثلية الحل :

الحل غير أمثل لان عدد الخطوط المرسومة أقل من عدد الصفوف (أو عدد الأعمدة) .

4) تحسين الحل :

- أصغر قيمة غير مغطاه = 1
- نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .
- نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .

- فتكون مصفوفة التكلفة البديلة المنقحة كما يلى :

	1	2	3	4
A	0	2	1	1
B	3	0	0	2
C	0	0	3	2
D	4	2	0	0

5) اختبار أمثلية الحل :

الحل أمثل لان عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف .

6) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : وحيد

التخصيص	التكلفة
A ⟶ 1	1
B ⟶ 3	5
C ⟶ 2	10
D ⟶ 4	5
التكلفة الكلية	21

تمرين (٣)

إذا كان لديك مصفوفة التكاليف التالية :

	1	2	3	4	5
A	3	8	2	M	3
B	M	7	2	9	7
C	6	4	2	M	5
D	M	4	2	3	5
E	9	M	6	9	10

1) العامل A يعمل على الاله رقم

A) 4 **B) 5** C) 2 D) لا شئ مما سبق

2) العامل B يعمل على الاله رقم

A) 2 B) 5 **C) 3** D) لا شئ مما سبق

3) العامل C يعمل على الاله رقم

A) 2 B) 1 C) 4 D) لا شئ مما سبق

4) العامل D يعمل على الاله رقم

A) 4 B) 1 C) 3 D) لا شئ مما سبق

5) العامل E يعمل على الاله رقم

A) 5 B) 2 C) 4 D) لا شئ مما سبق

6) أقل تكلفة تخصيص هى

A) 20 B) 23 C) 25 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٣) امتحان 2015

ملحوظة (M) : تعتبر تكلفة كبيرة نظراً لأن التخصيص يكون غير ممكن لأسباب عديدة منها نقص الخبرة والتاهيل والمعرفة الفنية وغيرها من الأسباب التى تجعل التخصيص غير ممكن .

1) نطرح أصغر قيمة فى كل صف من باقى قيم الصف :

المصفوفة المختزلة المبدئية

	1	2	3	4	5
A	1	6	0	M-2	1
B	M-2	5	0	7	5
C	4	2	0	M-2	3
D	M-2	2	0	1	3
E	3	M-6	0	3	4

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة التكلفة البديلة الكلية

	1	2	3	4	5
A	0	4	0	M-3	0
B	M-3	3	0	6	4
C	3	0	0	M-3	2
D	M-3	0	0	0	2
E	2	M-8	0	2	3

3) اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

4) تحسين الحل :

- أصغر قيمة غير مغطاه = 2
- نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .
- نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .

- فتكون مصفوفة التكلفة البديلة المنقحة كما يلى :

	1	2	3	4	5
A	0	6	2	M-1	(0)
B	M-5	3	(0)	6	2
C	1	(0)	0	M-3	0
D	M-5	0	0	(0)	0
E	(0)	M-8	0	2	1

5) اختبار أمثلية الحل :

الحل أمثل لان عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف .

6) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : وحيد

التخصيص	التكلفة
A ⟶ 5	3
B ⟶ 3	2
C ⟶ 2	4
D ⟶ 4	3
E ⟶ 1	9
التكلفة الكلية	21

تمرين (٤) إذا كان لديك مصفوفة الارباح التالية :

	1	2	3	4	5
A	20	15	22	21	25
B	16	19	24	18	22
C	14	22	23	16	28
D	21	15	19	17	30
E	18	20	21	27	26

- في التخصيص الأمثل

1) العامل A يعمل على الاله رقم

A) 1 B) 4 C) 2 D) لا شئ مما سبق

2) العامل B يعمل على الاله رقم

A) 2 B) 3 C) 1 D) لا شئ مما سبق

3) العامل C يعمل على الاله رقم

A) 2 B) 1 C) 4 D) لا شئ مما سبق

4) العامل D يعمل على الاله رقم

A) 4 B) 1 C) 3 D) لاشئ مماسبق

5) العامل E يعمل على الاله رقم

A) 5 B) 2 C) 4 D) لاشئ مماسبق

6) أكبر ربح تخصيص هى

A) 120 B) 122 C) 123 D) لاشئ مماسبق

حل تمرين (٤)

1) نطرح كل قيم الصف من أكبر قيمة فى كل صف :

مصفوفة خسارة الفرصة المضاعة

	1	2	3	4	5
A	5	10	3	4	0
B	8	5	0	6	2
C	14	6	5	12	0
D	9	15	11	13	0
E	9	7	6	0	1

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة خسارة الفرصة المضاعة الكلية

	1	2	3	4	5
A	0	5	3	4	0
B	3	0	0	6	2
C	9	1	5	12	0
D	4	10	11	13	0
E	4	2	6	0	1

3) اختبار أمثلية الحل :

الحل غير أمثل لان عدد الخطوط المرسومة أقل من عدد الصفوف (أو عدد الأعمدة) .

4) تحسين الحل :

- أصغر قيمة غير مغطاه = 1
- نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .
- نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .

- فتكون مصفوفة الخسارة المضاعة الكلية المنقحة كما يلى :

	1	2	3	4	5
A	0	5	3	4	1
B	3	0	0	6	3
C	8	0	4	11	0
D	3	9	10	12	0
E	4	2	6	0	2

5) اختبار أمثلية الحل :

الحل أمثل لان عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف .

6) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : وحيد

التخصيص	الربح
A ⟶ 1	20
B ⟶ 3	24
C ⟶ 2	22
D ⟶ 5	30
E ⟶ 4	27
الارباح الكلية	123

تمرين (٥)

إذا كان لديك مصفوفة الارباح التالية :

	1	2	3	4
A	10	14	12	13
B	8	7	8	10
C	15	15	14	12
D	9	11	10	11

- في التخصيص الأمثل

1) العامل A يعمل على الاله رقم

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2) العامل B يعمل على الاله رقم

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

3) العامل C يعمل على الاله رقم

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Scanned with CamScanner

4) العامل D يعمل على الاله رقم

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

5) أكبر ربح تخصيص هى

A) 90 B) 94 C) 49 D) لاشئ مما سبق

حل تمرين (٥)

1) نطرح كل قيم الصف من أكبر قيمة فى كل صف :

مصفوفة خسارة الفرصة المضاعة

	1	2	3	4
A	4	0	2	1
B	2	3	2	0
C	0	0	1	3
D	2	0	1	0

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة خسارة الفرصة المضاعة الكلية

	1	2	3	4
A	4	0	2	1
B	2	3	2	0
C	0	0	0	3
D	2	0	0	0

3) اختبار أمثلية الحل :

الحل أمثل لان عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف .

4) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : وحيد

التخصيص	الربح
A ⟶ 2	14
B ⟶ 4	10
C ⟶ 1	15
D ⟶ 3	10
الارباح الكلية	49

تمرين (٦) إذا كان لديك مصفوفة التكاليف التالية :

	1	2	3	4
A	24	27	18	20
B	26	23	20	31
C	24	22	34	26
D	19	21	21	22
E	30	25	28	27

أوجد الحل الأمثل الذى يخفض التكاليف لأقل حد ممكن

حل تمرين (٦)

خد بالك : عدد الصفوف لا يساوى عدد الاعمدة ، لذلك نضيف عمود خامس وهمى بتكاليف تساوى صفر ، وهذا العمود الوهمى يعنى أن أحد الموظفين سيكون عاطل لبعض الوقت .

■ نضيف عمود وهمى بتكاليف تساوى صفر :

وهمى

	1	2	3	4	5
A	24	27	18	20	0
B	26	23	20	31	0
C	24	22	34	26	0
D	19	21	21	22	0
E	30	25	28	27	0

1) نطرح أصغر قيمة فى كل صف من باقى قيم الصف :

المصفوفة المختزلة المبدئية

يلاحظ أن : أن أصغر قيمة فى كل صف هى الصفر وهو مايعنى أن المصفوفة الناتجة هى نفس مصفوفة التكاليف .

	1	2	3	4	5
A	24	27	18	20	0
B	26	23	20	31	0
C	24	22	34	26	0
D	19	21	21	22	0
E	30	25	28	27	0

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة التكلفة البديلة الكلية

	1	2	3	4	5
A	5	6	0	0	0
B	7	2	2	11	0
C	5	1	16	6	0
D	0	0	3	2	0
E	11	4	10	7	0

3) اختبار أمثلية الحل :

الحل غير أمثل لان عدد الخطوط المرسومة أقل من عدد الصفوف (أو عدد الأعمدة) .

4) تحسين الحل :

- أصغر قيمة غير مغطاه = 1
- نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .
- نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .
- فتكون مصفوفة التكلفة البديلة المنقحة كما يلى :

	1	2	3	4	5
A	5	6	0	0	1
B	6	1	1	10	0
C	4	0	15	5	0
D	0	0	3	2	1
E	10	3	9	6	0

5) اختبار أمثلية الحل :

الحل غير أمثل لان عدد الخطوط المرسومة أقل من عدد الصفوف (أو عدد الأعمدة) .

6) تحسين الحل :

- أصغر قيمة غير مغطاه = 1
- نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .
- نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .
- فتكون مصفوفة التكلفة البديلة المنقحة كما يلى :

	1	2	3	4	5
A	5	6	0	0	0
B	7	2	2	11	0
C	5	1	16	6	0
D	0	0	3	2	0
E	11	4	10	7	0

7) اختبار أمثلية الحل :

الحل أمثل لان عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف .

8) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : وحيد

التكلفة	التخصيص
20	A ⟶ 4
20	B ⟶ 3
22	C ⟶ 2
19	D ⟶ 1
0	E ⟶ 5
81	التكلفة الكلية

تمرين (٧) إذا كان لديك مصفوفة الارباح التالية :

	1	2	3
A	10	12	15
B	13	10	12
C	14	17	20

أوجد الحل الأمثل الذى يعطى أكبر ربح ممكن

حل تمرين (٧)

1) نطرح كل قيم الصف من أكبر قيمة فى كل صف :

مصفوفة خسارة الفرصة المضاعة

	1	2	4
A	5	2	0
B	0	3	1
D	6	3	0

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة خسارة الفرصة المضاعة الكلية

	1	2	4
A	5	0	0
B	0	1	1
C	6	1	0

3) اختبار أمثلية الحل :

الحل أمثل لان عدد الخطوط المرسومة يساوى عدد الصفوف .

4) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى :

التخصيص	الربح
A ⟶ 2	12
B ⟶ 1	13
C ⟶ 3	20
الارباح الكلية	45

تمرين (٨) إذا كان لديك مصفوفة التكاليف التالية :

	I	II	III	IV
A	30	25	26	28
B	26	32	24	20
C	20	22	18	27
D	23	20	21	19

أوجد الحل الأمثل الذى يعطى أقل تكلفة ممكنة

حل تمرين (٨)

1) نطرح أصغر قيمة فى كل صف من باقى قيم الصف :

المصفوفة المختزلة المبدئية

	I	II	III	IV
A	5	0	1	3
B	6	12	4	0
C	2	4	0	9
D	4	1	2	0

2) نطرح أصغر قيمة فى كل عمود من باقى قيم العمود :

مصفوفة التكلفة البديلة الكلية

	I	II	III	IV
A	3	0	1	3
B	4	12	4	0
C	0	4	0	9
D	2	1	2	0

3) اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

4) تحسين الحل :

- أصغر قيمة غير مغطاه = 1
- نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .
- نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .
- فتكون مصفوفة المنقحة الأولى كما يلى :

	I	II	III	IV
A	2	0	0	3
B	3	12	3	0
C	0	5	0	10
D	1	1	1	0

5) اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

6) تحسين الحل :

- أصغر قيمة غير مغطاه = 1
- نطرح هذه القيمة من قيم الخلايا غير المغطاه .
- نضيف هذه القيمة إلى قيم الخلايا المغطاه الواقعة عند تقاطع الخطوط فقط .
- فتكون مصفوفة المنقحة الثانية كما يلى :

	I	II	III	IV
A	2	0	0	4
B	2	11	2	0
C	0	5	0	11
D	0	0	0	0

7) اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل .

8) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : متعدد

التخصيص الثانى	
التخصيص	التكلفة
A → II	25
B → IV	20
C → III	18
D → I	23
التكلفة الكلية	86

التخصيص الأول	
التخصيص	التكلفة
A → II	25
B → IV	20
C → I	20
D → III	21
التكلفة الكلية	86

التخصيص الثالث	
التخصيص	التكلفة
A → III	26
B → IV	20
C → I	20
D → II	20
التكلفة الكلية	86

تمرين (٩) مدير شركة حسن علام للطرق والكبارى يرغب فى تحديد الوقت المطلوب لرصف الطرق ، وكان الوقت المتاح (المقدر) لدى المقاولون لرصف الطرق قد تم عرضه على المدير طبقا للجدول التالى :

	A	B	C
I	14	21	19
II	18	16	12
III	23	27	32
IV	25	28	30
V	16	24	22
VI	17	20	24
الوقت المتاح	48	40	45

وضح كيف يمكن للمدير أن يخصص المقاولين لأستكمال رصف الطرق فى أقل وقت ممكن .

تابع الحل »»»

حل تمرين (٩)

■ **خطوات التخصيص الأمثل : طريقة الدليل المعدلة**

1) إيجاد دليل فرق الوقت لكل وظيفة كما يلى :

دليل فرق الوقت = الفرق بين أقل وقتين فى الصف

2) نختار أكبر دليل ونحدد أقل وقت فى الصف صاحب أكبر دليل ونضعه فى دائرة ويكون هو التخصيص الأول ونطرح هذا الوقت من وقت الألة فى العمود .

3) ثم نختار الدليل الأكبر التالى كما سبق ، حتى يستنفذ وقت أحدى الآلات .

4) نكرر الخطوات السابقة حتى يتم توزيع كل الوظائف على كل الآلات أو الموظفين .

نرجع للتمرين

1) إيجاد دليل فرق الوقت والتخصيص لكل طريق كما يلى :

	A	B	C	دليل الفرق	
I	(14)	21	19	5	-
II	18	16	(12)	4	-
III	23	(27)	32	4	-
IV	25	28	(30)	3	5
V	(16)	24	22	6	-
VI	(17)	20	24	3	7
الوقت المتاح	48 32 18 1	40 13	45 33 3		

2) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : وحيد

التخصيص	الوقت
I ⟶ A	14
II ⟶ C	12
III ⟶ B	27
IV ⟶ C	30
V ⟶ A	16
VI ⟶ A	17
أقل وقت	116

لا يمكن وضع دائرتين فى أى صف

⇓

لا يوجد تقسيم للوظيفة على أكثر من آلة

تمرين (١٠) أوجد الحلول المثلى لمشكلة التخصيص التالية حسب الوقت المطلوب :

	A	B	C	D
I	5	7	7	9
II	6	4	5	7
III	4	3	6	4
IV	8	10	9	5
V	10	6	11	12
VI	9	5	8	14
VI	8	12	9	14
VIII	8	10	11	13
الوقت المتاح	20	12	18	10

حل تمرين (١٠)

1) إيجاد دليل فرق الوقت والتخصيص لكل وظيفة كما يلى :

	A	B	C	D	دليل الفرق		
I	(5)	7	7	9	2	2	-
II	6	4	(5)	7	1	1	-
III	(4)	3	6	(4)	1	0	0
IV	8	10	9	(5)	3	-	-
V	10	(6)	11	12	4	-	-
VI	9	(5)	8	14	3	-	-
VI	8	12	(9)	14	1	1	-
VIII	(8)	10	11	13	2	3	-
الوقت المتاح	20	12	18	10			
	12	6	13	5			
	7	1	4	1			
	3						

2) تحديد برنامج التخصيص الأمثل كما يلى : متعدد

التخصيص الثانى		التخصيص الأول	
الوقت	التخصيص	الوقت	التخصيص
5	I → A	5	I → A
5	II → C	5	II → C
4	III → D	4	III → A
5	IV → D	5	IV → D
6	V → B	6	V → B
5	VI → B	5	VI → B
9	VII → C	9	VII → C
8	VIII → A	8	VIII → A
47	أقل وقت	47	أقل وقت

① أسلوب بيرت

■ مفاهيم هامة:

1) المشروع :
مجموعة من الأنشطة المرتبة فى إطار زمنى معين .

2) شبكة الأعمال :
رسم بيانى للأحداث و الأنشطة التى يتكون منها المشروع .

3) الحدث :
هو نقطة زمنية قد تمثل بداية نشاط أو نهاية نشاط ويتم تمثيله على الشبكة بدائرة تحمل رقم هذا الحدث .

4) النشاط :
هو مجهود يحتاج إلى إمكانيات (وقت وموارد وتكاليف) لتنفيذه ، ويتم تمثيله على الشبكة بسهم واحد فقط يصل بين حدث بداية النشاط و حدث نهاية النشاط ، ويكتب أسم النشاط على السهم وبجانبه وقت تنفيذه ، ولا يجوز تمثيل النشاط الواحد باكثر من سهم .

5) النشاط الحرج :
هو النشاط الذى إذا تاخر تنفيذه يتسبب فى تاخير تنفيذ المشروع ككل عن موعده المحدد .

6) المسار الحرج :
هو أطول مسار على الشبكة من حيث الوقت من حدث بداية المشروع إلى حدث نهاية المشروع ، مع العلم أنه قد يكون لنفس الشبكة أكثر من مسار حرج .

7) الوقت المتفائل (O) :
هو أقصر وقت ممكن لتنفيذ النشاط فى ظل توافر أفضل ظروف ممكنة لتنفيذ النشاط .

8) الوقت المتشائم (P) :
هو أطول وقت ممكن لتنفيذ النشاط فى ظل توافر أسواء ظروف ممكنة لتنفيذ النشاط .

9) الوقت الأكثر احتمالاً (M) :
هو الوقت الأكثر واقعية لتنفيذ الأنشطة .

■ عند رسم شبكة الاعمال نراعى ما يلى:

1) الانشطة تسير فى اتجاه واحد من اليسار إلى اليمين .
2) كل نشاط له حدث بداية وله حدث نهاية .
3) قد يشترك نشاط مع أخر فى حدث بداية أو حدث نهاية .
4) هناك حدث بداية واحد وحدث نهاية واحد لكل شبكة .
5) ترقيم الاحداث من البداية للنهاية ولا يجوز التكرار .

■ حسابات المسار الحرج:

1) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط :

ممكن يكون معطى	أو	نحسبه بالعلاقة التالية
نرمز له بالرمز E		$E = \frac{O + 4M + P}{6}$

2) الوقت المبكر للحدث : ⇐ (⊡)
هو الوقت الذى يمضى من بداية المشروع وحتى ينتهى هذا الحدث . عند حساب الوقت المبكر نراعى ما يلى :

■ الوقت المبكر لحدث بداية المشروع دائما يساوى صفر .
■ الوقت المبكر لأى حدث يحسب بالعلاقة التالية :

الوقت المبكر للحدث =
الوقت المبكر للحدث السابق + الوقت المتوقع للنشاط السابق للحدث

■ فى حالة وجود أكثر مسار يؤدى للحدث نختار أكبر وقت .

3) الوقت المتاخر للحدث : ⇐ (Δ)
هو الوقت الذى يجب أن لا يتاخر عنه تنفيذ الحدث حتى يتم الانتهاء من المشروع فى الموعد المحدد له بدون تاخير . عند حساب الوقت المتاخر نراعى ما يلى :

■ الوقت المتاخر لحدث نهاية المشروع يساوى الوقت المبكر لحدث نهاية المشروع ، وكذلك الوقت المتاخر لحدث بداية المشروع يساوى الوقت المبكر لحدث بداية المشروع
■ الوقت المتاخر لأى حدث يحسب بالعلاقة التالية :

الوقت المتاخر للحدث =
الوقت المتاخر للحدث السابق - الوقت المتوقع للنشاط السابق للحدث

■ فى حالة وجود أكثر مسار يؤدى للحدث نختار أقل وقت .

4) **الراكد الحر (ST) :**

$$ST = \text{E} \ominus \boxdot_{\text{البداية}} \ominus \boxdot_{\text{النهاية}}$$

مقدار الوقت الذى يمكن أن يتاخر به تنفيذ نشاط دون أن يؤثر على الوقت المبكر لتنفيذ النشاط التالى له .

خد بالك : النشاط الحرج يتوافر فيه (3) شروط هى :

1) الوقت المبكر لحدث البداية = الوقت المتاخر لحدث البداية
2) الوقت المبكر لحدث النهاية = الوقت المتاخر لحدث النهاية
3) الفرق بين الوقت المبكر لحدث البداية والنهاية
= الفرق بين الوقت المتاخر لحدث البداية والنهاية
= الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط .

■ حساب احتمال إتمام المشروع فى مدة زمنية معينة (T) نتبع الخطوات التالية :

1) نرسم شبكة الأعمال ونحدد المسار الحرج (أطول مسار).
2) نحسب الوقت المتوقع لاتمام المشروع (e)
= مجموع أزمنة أنشطة المسار الحرج
3) نحسب تباين وقت إتمام المشروع (σ^2)
= مجموع σ^2 لكل أنشطة المسار الحرج
4) نحسب الانحراف المعيارى لوقت إتمام المشروع (σ)
= الجذر التربيعى لتباين وقت إتمام المشروع (σ^2)

حيث أن :

$$\sigma^2_{\text{النشاط}} = \left(\frac{P - O}{6}\right)^2$$

5) نحسب الاحتمال كما يلى :

■ $P(X < T) = P\left(Z < \frac{T - e}{\sigma}\right) = P(Z < \pm A)$

■ $P(X > T) = P\left(Z > \frac{T - e}{\sigma}\right) = P(Z > \pm A)$

1) $P(Z < A)$	$= \frac{1}{2} + P(O < Z < A)$
2) $P(Z > -A)$	
3) $P(Z > A)$	$= \frac{1}{2} - P(O < Z < A)$
4) $P(Z < -A)$	

■ تحديد أدنى تكلفة لتنفيذ المشروع :

1) رسم شبكة الأعمال وحساب الوقت المبكر والوقت المتاخر لكل حدث وفقا للوقت العادى .
2) تحديد المسار الحرج ووقت تنفيذ المشروع ، وإجمالى تكاليف تنفيذ المشروع وفقاً للتكلفة العادية .
3) حساب أدنى تكلفة لتنفيذ المشروع وفقا لما يلى :

■ نحسب ميل التكلفة لكل نشاط بالعلاقة التالية :

$$\text{ميل التكلفة} = \frac{\text{التكلفة العاجلة} - \text{التكلفة العادية}}{\text{الوقت العادى} - \text{الوقت العاجل}}$$

■ نحسب مقدار التخفيض لكل نشاط ، بالعلاقة التالية :

مقدار التخفيض للنشاط = الوقت العادى - الوقت العاجل

■ نحسب الراكد الحر (ST) لكل نشاط كما سبق .

■ نقوم بترتيب أنشطة المسار الحرج تصاعدياً حسب ميل التكلفة مع كتابة مقدار التخفيض أسفل كل نشاط .

■ نخفض النشاط صاحب أقل ميل تكلفة بمقدار التخفيض الخاص بالنشاط أو أقل راكد حر على الشبكة أيهما أقل .

■ فى حالة وجود أكثر من مسار حرج على الشبكة ، يتم تحديد الأنشطة المشتركة بين المسارات الحرجة ونختار النشاط المشترك صاحب أقل ميل تكلفة ، ويتم تخفيضه بمقدار التخفيض الخاص بالنشاط أو أقل راكد حر على الشبكة أيهما أقل (كما سبق) .

■ حساب وقت تنفيذ المشروع بعد التخفيض .

■ حساب إجمالى تكاليف تنفيذ المشروع بعد التخفيض :

$$\text{إجمالى تكاليف تنفيذ المشروع} = \text{إجمالى التكاليف العادية للمشروع} + \text{التكاليف الإضافية للتخفيض}$$

حيث أن :

$$\text{التكاليف الإضافية للتخفيض} = \text{ميل التكلفة للنشاط المخفض} \times \text{مقدار التخفيض}$$

■ نقوم برسم شبكة الاعمال مرة أخرى بعد التخفيض ونكرار نفس الخطوات السابقة حتى يتم الوصول إلى الوقت الأمثل المراد حساب أدنى تكلفة عنده .

تمرين (١) إذا كان لديك مشروع يتكون من عدد من الانشطة كما يلى :

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت المتفائل	الوقت الاكثر احتمالا	الوقت المتشائم
A	1 - 2	2	5	8
B	2 - 3	6	9	12
C	2 - 4	5	13	17
D	3 - 4	5	8	11
E	4 - 5	3	6	9
F	1 - 5	3	12	21
G	5 - 6	1	4	7

■ ارسم شبكة الاعمال ثم أجب :

1) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (A)

A) 5 | B) 9 | C) 13 | D) لا شئ مما سبق

2) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (B)

A) 5 | B) 9 | C) 13 | D) لا شئ مما سبق

3) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (C)

A) 5 | B) 9 | C) 13 | D) لا شئ مما سبق

4) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (D)

A) 5 | B) 9 | C) 13 | D) لا شئ مما سبق

5) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (E)

A) 5 | B) 9 | C) 13 | D) لا شئ مما سبق

6) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (F)

A) 5 | B) 9 | C) 12 | D) لا شئ مما سبق

7) الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (G)

A) 5 | B) 4 | C) 13 | D) لا شئ مما سبق

8) وقت تنفيذ المشروع

A) 32 | B) 28 | C) 16 | D) لا شئ مما سبق

9) أى الانشطة التالية يعتبر نشاط حرج

A) A | B) D | C) B | D) كل ما سبق

10) أى الانشطة التالية يعتبر نشاط حرج

A) A | B) B | C) E | D) لا شئ مما سبق

11) تباين المسار الحرج

A) 5 | B) 9 | C) 12 | D) كل ما سبق

12) احتمال تنفيذ المشروع فى أقل من 37 أسبوع

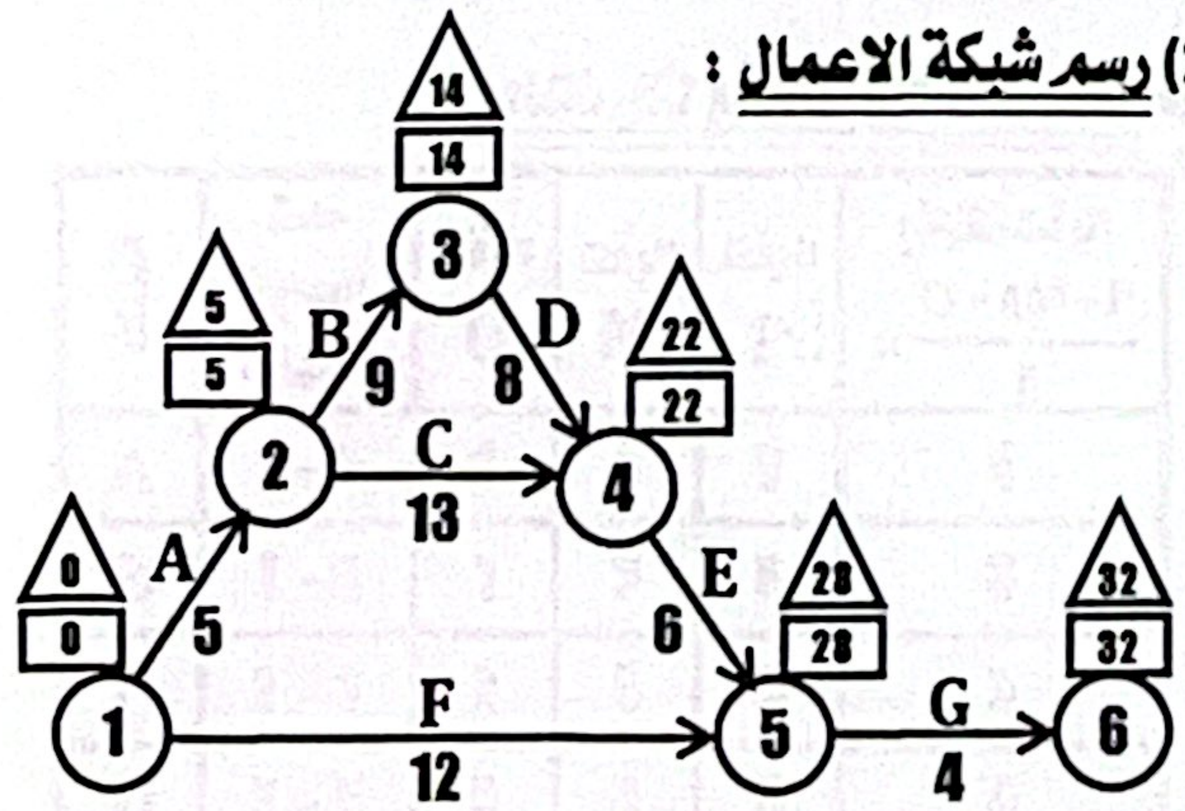
A) 0.4871 | B) 0.9871 | C) 0.0129 | D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (١)

1) حساب الوقت المتوقع لكل نشاط :

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت O	الوقت M	الوقت P	الوقت المتوقع $\frac{O+4M+P}{6}$ =
A	1 - 2	2	5	8	5
B	2 - 3	6	9	12	9
C	2 - 4	5	13	17	13
D	3 - 4	5	8	11	8
E	4 - 5	3	6	9	6
F	1 - 5	3	12	21	12
G	5 - 6	1	4	7	4

2) رسم شبكة الاعمال :



3) تحديد المسار الحرج ووقت تنفيذ المشروع :

النوع	وقت المسار	المسارات
حرج	5 + 9 + 8 + 6 + 4 = 32	A → B → D → E → G
غير حرج	5 + 13 + 6 + 4 = 28	A → C → E → G
غير حرج	12 + 4 = 16	A → G

■ ويكون وقت تنفيذ المشروع

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 32 أسبوع

4) تباين المسار الحرج :

تباين المسار الحرج = مجموع σ^2 لكل أنشطة المسار الحرج

■ **حساب تباين أنشطة المسار الحرج :**

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت O	الوقت P	تباين النشاط $=\left(\frac{P-O}{6}\right)^2$
A	2 - 1	2	8	1
B	3 - 2	6	12	1
D	4 - 3	5	11	1
E	5 - 4	3	9	1
G	6 - 5	1	7	1
تباين المسار الحرج (σ^2)				5

5) **احتمال تنفيذ المشروع فى أقل من 37 أسبوع كما يلى :**

$$P(X < 37) = P\left(Z < \frac{37-32}{\sqrt{5}}\right)$$

$$P(Z < 2.23) = 0.5 + 0.4871 = 0.9871$$

تمرين (٢) **إذا كان لديك مشروع يتكون من عدد من الانشطة كما يلى :**

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت المتفائل	الوقت الاكثر احتمالا	الوقت المتشائم
A	2 - 1	2	4	6
B	4 - 1	1	3	5
C	3 - 2	2	3	4
D	5 - 3	3	4	5
E	5 - 2	2	5	8
F	5 - 4	3	5	7

■ **ارسم شبكة الاعمال ثم أجب :**

1) **الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (A)**

A) 4 | B) 3 | C) 5 | D) لا شئ مما سبق

2) **الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (B)**

A) 5 | B) 3 | C) 4 | D) لا شئ مما سبق

3) **الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (C)**

A) 5 | B) 4 | C) 3 | D) لا شئ مما سبق

4) **الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط (F)**

A) 5 | B) 3 | C) 4 | D) لا شئ مما سبق

5) **المسار الحرج لهذه الشبكه هو**

A) A → C → D | B) A → E | C) B → F | D) لا شئ مما سبق

6) **وقت تنفيذ المشروع**

A) 11 | B) 12 | C) 10 | D) لا شئ مما سبق

7) **أى الانشطة التالية يعتبر نشاط حرج**

A) A | B) D | C) C | D) كل ما سبق

8) **أى الانشطة التالية لا يعتبر نشاط حرج**

A) A | B) E | C) C | D) لا شئ مما سبق

9) **تباين المسار الحرج**

A) 0.667 | B) 0.833 | C) 0.333 | D) كل ما سبق

10) **احتمال تنفيذ المشروع فى أقل من 10 أسبوع**

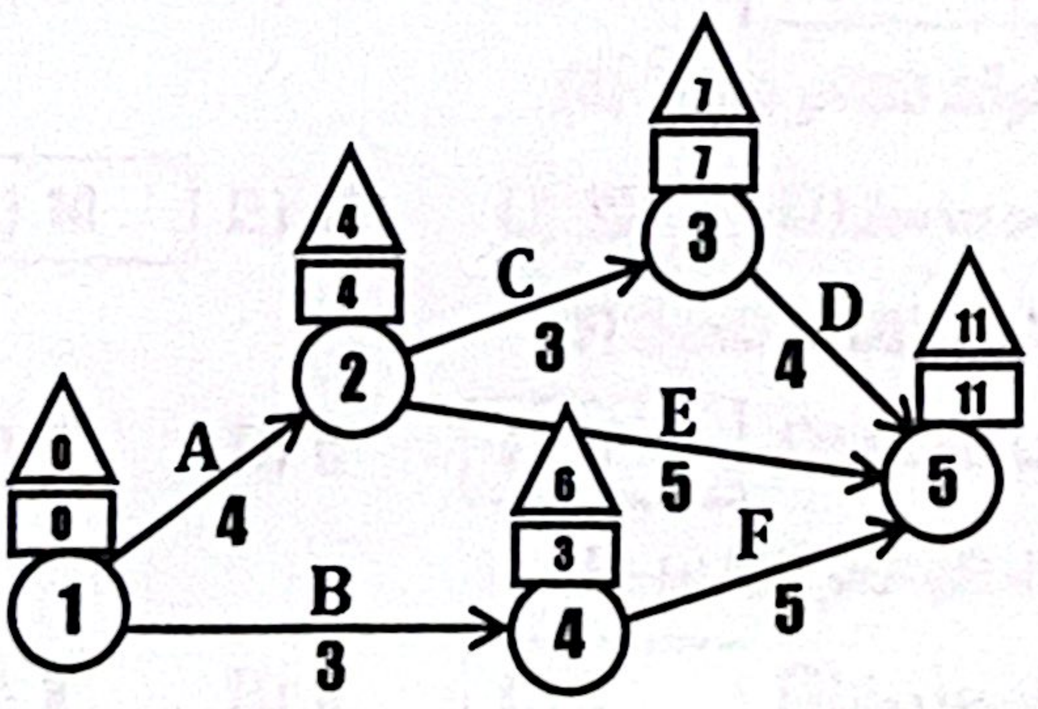
A) 0.0228 | B) 0.1112 | C) 0.0129 | D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢) **امتحان 2017**

■ **حساب الوقت المتوقع لكل نشاط :**

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت O	الوقت M	الوقت P	الوقت المتوقع $=\frac{O+4M+P}{6}$
A	1 - 2	2	4	6	4
B	1 - 4	1	3	5	3
C	2 - 3	2	3	4	3
D	3 - 5	3	4	5	4
E	2 - 5	2	5	8	5
F	4 - 5	3	5	7	5

■ **رسم شبكة الاعمال :**



تمرين (٣) إذا كان لديك مشروع يتكون من عدد من الانشطة كما يلى :

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت المتفائل	الوقت الاكثر احتمالا	الوقت المتشائم
A	2 - 1	4	6	8
B	3 - 1	1	1.5	5
C	4 - 2	2	3	4
D	5 - 2	3	4	11
E	3 - 2	3	4	5
F	7 - 4	3	5.5	11
G	7 - 5	1.5	3	4.5
H	6 - 3	2.5	3.5	7.5
I	7 - 6	1.5	2	2.5
K	8 - 7	2	3	4

■ **ارسم شبكة الاعمال ثم أجب :**

1) الوقت المبكر للحدث (4)

A) 9 | B) 10 | C) 2 | D) لا شئ مما سبق

2) الوقت المبكر للحدث (6)

A) 11 | B) 10 | C) 14 | D) لا شئ مما سبق

3) الوقت المبكر للحدث (8)

A) 16 | B) 15 | C) 14 | D) لا شئ مما سبق

4) الوقت المبكر للحدث (3)

A) 9 | B) 10 | C) 2 | D) لا شئ مما سبق

5) الوقت المبكر للحدث (5)

A) 11 | B) 10 | C) 9 | D) لا شئ مما سبق

6) الوقت المتاخر للحدث (4)

A) 6 | B) 8 | C) 9 | D) لا شئ مما سبق

7) الوقت المتاخر للحدث (6)

A) 14 | B) 13 | C) 15 | D) لا شئ مما سبق

8) الوقت المتاخر للحدث (2)

A) 4 | B) 5 | C) 6 | D) لا شئ مما سبق

9) الراكد الحر للنشاط (F)

A) 2 | B) 5 | C) 1 | D) لا شئ مما سبق

■ **تحديد المسار الحرج ووقت تنفيذ المشروع :**

النوع	وقت المسار	المسارات
حرج	4 + 3 + 4 = 11	A → C → D
غير حرج	4 + 5 = 9	A → E
غير حرج	3 + 5 = 8	B → F

■ **ويكون وقت تنفيذ المشروع**

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 11 أسبوع

■ **تحديد الأنشطة الحرجه وغير الحرجة :**

النشاط	⊙ البداية	⊙ النهاية	Δ البداية	Δ النهاية	E	ST	نوع النشاط
A	0	4	0	4	4	0	حرج
B	0	3	0	6	3	0	غير حرج
C	4	7	4	7	3	0	حرج
D	7	11	7	11	4	0	حرج
E	4	11	4	11	5	2	غير حرج
F	3	11	6	11	5	11	غير حرج

■ **تباين المسار الحرج :**

تباين المسار الحرج = مجموع σ^2 لكل أنشطة المسار الحرج

■ **حساب تباين أنشطة المسار الحرج :**

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت O	الوقت P	تباين النشاط $=\left(\frac{P-O}{6}\right)^2$
A	1 - 2	2	6	$=\frac{4}{9}$
C	2 - 3	2	4	$=\frac{1}{9}$
D	3 - 5	3	5	$=\frac{1}{9}$
تباين المسار الحرج (σ^2)				$=\frac{6}{9}=0.667$

■ **احتمال تنفيذ المشروع فى أقل من 10 أسبوع كما يلى :**

$$P(X < 11) = P\left(Z < \frac{10-11}{\sqrt{0.667}}\right)$$

$$P(Z < -1.22) = 0.5 - 0.3888 = 0.1112$$

10) الراكد الحر للنشاط (G)

A) 2 | B) 5 | C) 7 | D) لاشئ مما سبق

11) أى الانشطة التالية يعتبر نشاط غير حرج

A) C | B) F | C) G | D) كل ما سبق

12) وقت تنفيذ المشروع

A) 18 | B) 16 | C) 19 | D) لاشئ مما سبق

13) أى الانشطة التالية يعتبر نشاط حرج

A) H | B) G | C) F | D) كل ما سبق

14) احتمال إتمام المشروع بإنحراف 3 أسابيع عن المتوقع

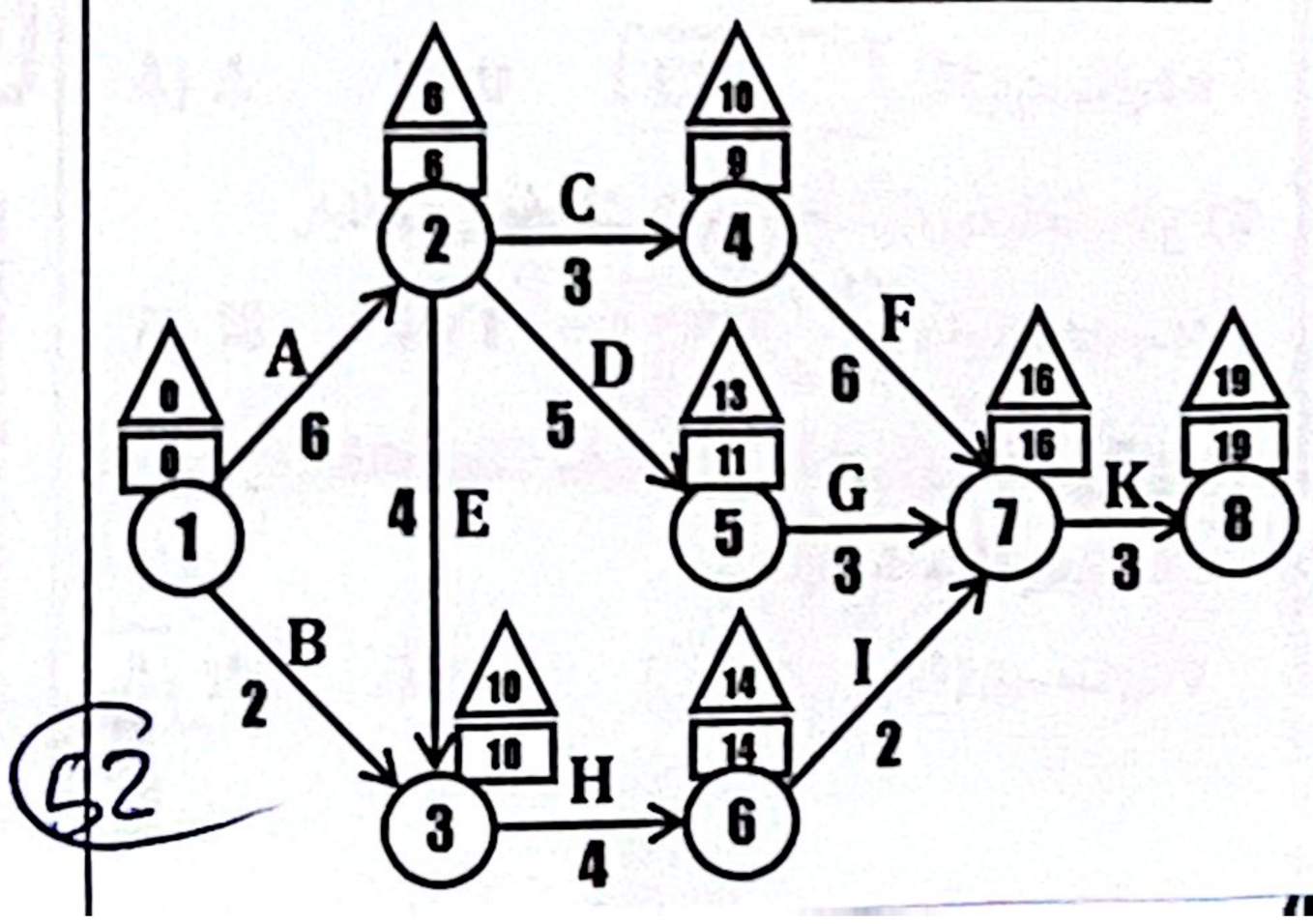
A) 0.989 | B) 0.898 | C) 0.089 | D) لاشئ مما سبق

حل تمرين (٢) امتحان 2015

■ **حساب الوقت المتوقع لكل نشاط :**

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت O	الوقت M	الوقت P	الوقت المتوقع $= \frac{O+4M+P}{6}$
A	1 - 2	4	6	8	6
B	1 - 3	1	1.5	5	2
C	2 - 4	2	3	4	3
D	2 - 5	3	4	11	5
E	2 - 3	3	4	5	4
F	4 - 7	3	5.5	11	6
G	5 - 7	1.5	3	4.5	3
H	3 - 6	2.5	3.5	7.5	4
I	6 - 7	1.5	2	2.5	2
K	7 - 8	2	3	4	3

■ **رسم شبكة الاعمال :**



■ **تحديد المسار الحرج ووقت تنفيذ المشروع :**

نوع المسار	وقت المسار	المسارات
غير حرج	6 + 3 + 6 + 3 = 18	A→C→F→K
غير حرج	6 + 5 + 3 + 3 = 17	A→D→G→K
حرج	6 + 4 + 4 + 2 + 3 = 19	A→E→H→I→K
غير حرج	2 + 4 + 2 + 3 = 11	B→H→I→K

■ **ويكون وقت تنفيذ المشروع**

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 19 أسبوع

■ **تحديد الأنشطة الحرجه وغير الحرجة :**

النشاط	البداية	النهاية	البداية	النهاية	E	ST	نوع النشاط
A	0	6	0	6	6	0	حرج
B	0	10	0	10	2	8	غير حرج
C	6	9	6	10	3	0	غير حرج
D	6	11	6	13	5	0	غير حرج
E	6	10	6	10	4	0	حرج
F	9	16	10	16	6	1	غير حرج
G	11	16	13	16	3	2	غير حرج
H	10	14	10	14	4	0	حرج
I	14	16	14	16	2	0	حرج
K	16	19	16	19	3	0	حرج

■ **حساب تباين أنشطة المسار الحرج :**

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت O	الوقت P	تباين النشاط $= \left(\frac{P-O}{6}\right)^2$
A	1 - 2	4	8	$= \frac{4}{9}$
E	2 - 3	3	5	$= \frac{1}{9}$
H	3 - 6	2.5	7.5	$= \frac{25}{36}$
I	6 - 7	1.5	2.5	$= \frac{1}{36}$
K	7 - 8	2	4	$= \frac{1}{9}$

■ تباين المسار الحرج :

تباين المسار الحرج = مجموع σ^2 لكل أنشطة المسار الحرج

تباين المسار الحرج $\sigma^2 = \frac{25}{18} = 1.39$

■ احتمال تنفيذ المشروع بانحراف 3 أسابيع :

$$P(16 < X < 22) = P(\frac{16-19}{\sqrt{1.39}} < Z < \frac{22-19}{\sqrt{1.39}})$$

$$P(-2.54 < Z < 2.54)$$

$$= 0.4945 + 0.4945 = 0.989$$

تمرين (٤) إذا أعطيت البيانات التالية اللازمة لتنفيذ أحد المشروعات :

النشاط	الوقت العادى	الوقت العاجل	⊡ البداية	⊡ النهاية	Δ البداية	Δ النهاية	ميل التكلفة
A	4	3	0	4	0	4	50
B	3	2	4	7	4	17	80
C	3	1	7	20	17	20	20
D	10	6	4	14	4	14	30
E	6	5	14	20	14	20	60

■ أجب عن الأسئلة التالية :

1) أى مما يلى لا يعتبر نشاط حرج

A) A | **B) B** | C) E | D) لا شئ مما سبق

2) عند تخفيض زمن تنفيذ المشروع يتم اختيار النشاط التالى لتخفيضه أولا

A) A | B) B | **C) E** | D) لا شئ مما سبق

3) يتم تخفيض النشاط المختار للتخفيض بمقدار

A) 10 | B) 1 | **C) 4** | D) لا شئ مما سبق

4) ويكون مقدار الزيادة فى تكاليف تنفيذ المشروع نتيجة تخفيض ذلك النشاط هو

A) 120 | B) 20 | C) 30 | D) لا شئ مما سبق

S3

حل تمرين (٤) امتحان 2019

■ تحديد الأنشطة الحرجه وغير الحرجة :

النشاط	⊡ البداية	⊡ النهاية	Δ البداية	Δ النهاية	E	ST	نوع النشاط
			الوقت العادى	الراكد الحر			
A	0	4	0	4	4	0	حرج
B	4	7	4	17	3	0	غير حرج
C	7	20	17	20	3	10	غير حرج
D	4	14	4	14	10	0	حرج
E	14	20	14	20	6	0	حرج

■ تحديد المسار الحرج :

$$A \rightarrow D \rightarrow E = 4 + 10 + 6 = 20$$

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 20 أسبوع

■ التخفيض الأول :

أقل ميل تكلفة

أنشطة المسار الحرج	D	A	E
ميل التكلفة	30	50	60
مقدار التخفيض	4	1	1

■ يمكن تخفيض النشاط D بمقدار 4 أسابيع ، حيث أن :

⇐ مقدار التخفيض للنشاط D = 4 ⇒

⇐ أقل راكد حر موجب على الشبكة = 10

نختار إيهما أقل

مقدار الزيادة فى تكاليف تنفيذ المشروع = (4) 30 = 120

تمرين (٥) إذا أعطيت البيانات التالية اللازمة لتنفيذ أحد المشروعات :

النشاط	الوقت العادى	الوقت العاجل	⊡ البداية	⊡ النهاية	Δ البداية	Δ النهاية	ميل التكلفة
A	10	8	0	10	0	10	150
B	9	6	10	19	10	29	70
C	9	5	19	38	29	38	80
D	16	11	10	26	10	26	120
E	12	10	26	38	26	38	100

■ يمكن تخفيض النشاط E بمقدار أسبوعين ، حيث أن :

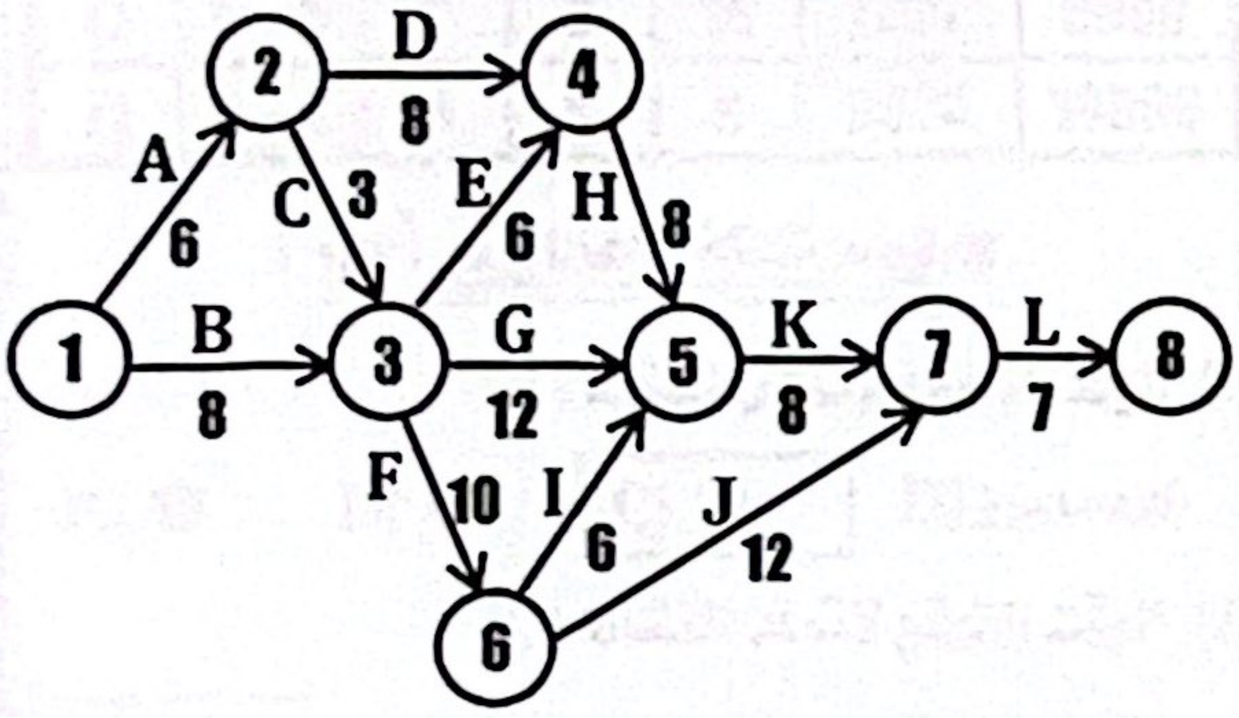
⇐ مقدار التخفيض للنشاط E = 2 ⇒

⇐ أقل راكد حر موجب على الشبكة = 10

نختار إيهما أقل

مقدار الزيادة فى تكاليف تنفيذ المشروع = (2) 100 = 200

تمرين (٦) الشكل التالى يعبر عن أحد المشروعات التى تنفذها أحدى الشركات ، ويتضح على الرسم الوقت العادى المتوقع (بالأسبوع) للأنتهاء من كل نشاط :



■ أجب عن الأسئلة التالية :

1) الوقت المبكر للحدث رقم (6) يساوى

A) 21 B) 23 **C) 25** D) خلاف ما سبق

2) الوقت المتاخر للحدث رقم (5) يساوى

A) 19 B) 20 C) 21 D) خلاف ما سبق

3) الوقت المتوقع لتنفيذ هذا المشروع يساوى .. أسبوع

A) 35 B) 37 **C) 39** D) خلاف ما سبق

4) إذا كان الوقت العاجل للنشاط F (الذى له أقل ميل تكلفة) يساوى 6، وكان ميل التكلفة له يساوى 750 جنيه ، فانه يمكن تخفيض الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع بمقدار...

A) ثلاث أسابيع B) أربع أسابيع **C) أسبوعين** D) أسبوع

5) تزداد تكاليف تنفيذ المشروع بعد التخفيض بمقدار

A) 750 B) 2250 **A) 1500** B) 3000

54

■ أجب عن الأسئلة التالية :

1) أى مما يلى يعتبر نشاط حرج

A) B B) C **C) E** D) لا شئ مما سبق

2) أى مما يلى لا يعتبر نشاط حرج

A) A **B) B** C) E D) لا شئ مما سبق

3) عند تخفيض زمن تنفيذ المشروع يتم اختيار النشاط التالى لتخفيضه أولا

A) C B) D **C) E** D) لا شئ مما سبق

4) يتم تخفيض النشاط المختار للتخفيض بمقدار

A) 5 **B) 2** C) 14 D) لا شئ مما سبق

5) ويكون مقدار الزيادة فى تكاليف تنفيذ المشروع نتيجة تخفيض ذلك النشاط هو

A) 120 **B) 200** C) 140 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٥) امتحان 2019

■ تحديد الأنشطة الحرجه وغير الحرجة :

نوع النشاط	ST (الراكد الحر)	E (الوقت العادى)	△ النهاية	△ البداية	⊡ النهاية	⊡ البداية	النشاط
حرج	0	10	10	0	10	0	A
غير حرج	0	9	29	10	19	10	B
غير حرج	10	9	38	29	38	19	C
حرج	0	16	26	10	26	10	D
حرج	0	12	38	26	38	26	E

■ تحديد المسار الحرج :

$A \rightarrow D \rightarrow E = 10 + 16 + 12 = 38$

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 38 أسبوع

■ التخفيض الأول :

أنشطة المسار الحرج	E	D	A
ميل التكلفة	100	120	150
مقدار التخفيض	2	5	2

أقل ميل تكلفة

تمرين (٧) إذا كان لديك بيانات المشروع التالى :

النشاط	الأحداث	الوقت بالاسبوع			التكلفة العادية	التكلفة العاجلة
		OT	MT	PT		
A	1 - 2	4	10	16	10000	14500
B	2 - 3	12	18	24	18000	24000
C	2 - 4	10	28	34	15000	18000
D	3 - 4	10	16	22	5000	12500
E	4 - 5	6	12	18	4000	7000
F	1 - 5	6	24	42	12000	15600
G	5 - 6	2	8	14	7200	9000
H	6 - 7	4	6	8	8000	10000

■ ارسم شبكة الاعمال ثم أجب :

1) الوقت المتوقع لإتمام النشاط (A)

A) 16 B) 4 **C) 10** D) خلاف ما سبق

2) الوقت المتوقع لإتمام النشاط (C)

A) 26 B) 28 C) 10 D) خلاف ما سبق

3) تباين وقت إتمام النشاط (A)

A) 36 B) 4 **C) 16** D) خلاف ما سبق

4) تباين وقت إتمام النشاط (C)

A) 36 B) 4 C) 16 D) خلاف ما سبق

5) الانحراف المعيارى لوقت إتمام النشاط (B)

A) 2 B) 0.667 C) 4 D) خلاف ما سبق

6) الانحراف المعيارى لوقت إتمام النشاط (F)

A) 2 B) 0.667 **C) 6** D) خلاف ما سبق

7) الوقت المبكر للحدث رقم (2) يساوى

A) 15 **B) 10** C) 6 D) خلاف ما سبق

8) الوقت المبكر للحدث رقم (4) يساوى

A) 44 B) 28 C) 56 D) خلاف ما سبق

9) الوقت المبكر للحدث رقم (6) يساوى

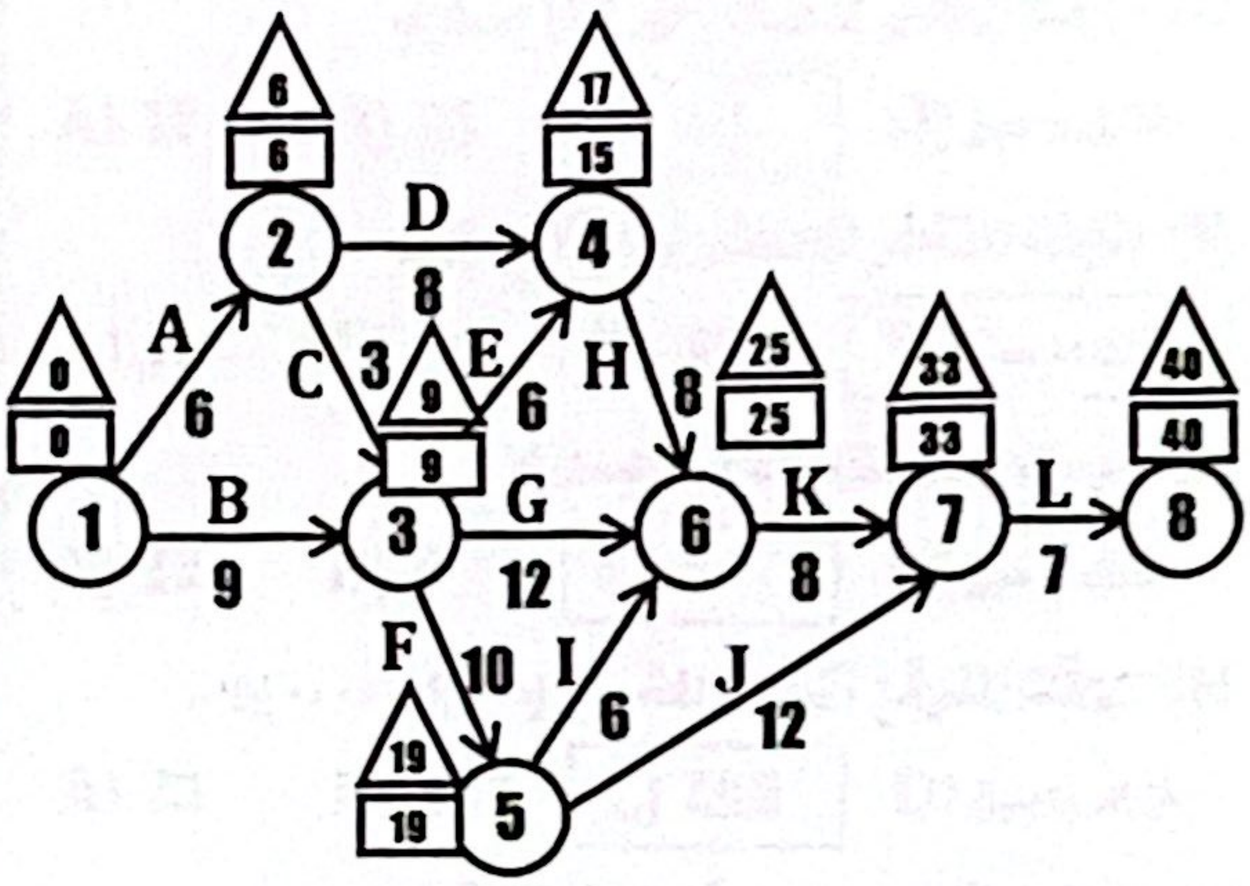
A) 70 **B) 64** C) 56 D) خلاف ما سبق

10) الوقت المبكر للحدث رقم (7) يساوى

A) 72 B) 64 C) 56 **D) خلاف ما سبق**

حل تمرين (٦) امتحان 2023

■ حساب الوقت المبكر والمتاخر لكل نشاط :



■ تحديد المسار الحرج :

$B \rightarrow F \rightarrow I \rightarrow K \rightarrow L = 9 + 10 + 6 + 8 + 7 = 40$

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 39 أسبوع

■ حساب الراكد الحر لكل نشاط :

النشاط	البداية	النهاية	E	ST
A	0	6	6	0
B	0	9	9	0
C	6	9	3	0
D	6	15	8	1
E	9	15	6	0
F	9	19	10	0
G	9	25	12	4
H	15	25	8	2
I	19	25	6	0
J	19	33	12	2
K	25	33	8	0
L	33	40	7	0

■ التخفيض الأول :

النشاط	ميل التكلفة	مقدار التخفيض	أقل راكد حر
F	750	4	2

لـ أيهما أقل ما

■ يمكن تخفيض النشاط F بمقدار أسبوعين .

مقدار الزيادة فى تكاليف تنفيذ المشروع = 750 (2) = 1500

59

11) الوقت المتاخر للحدث رقم (1) يساوى

A) 10 | **B) 0** | C) 28 | D) خلاف ما سبق

12) الوقت المتاخر للحدث رقم (5) يساوى

A) 72 | B) 64 | **C) 56** | D) خلاف ما سبق

13) الوقت المتاخر للحدث رقم (7) يساوى

A) 71 | B) 64 | C) 56 | **D) خلاف ما سبق**

14) الراكد الحر للنشاط (C)يساوى

A) 32 | B) 0 | **C) 8** | D) خلاف ما سبق

15) الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع يساوى ..... يوم

A) 70 | B) 497 | **C) 490** | D) خلاف ما سبق

16) الانحراف المعيارى لوقت تنفيذ المشروع يساوى

A) 20.44 | B) 70 | **C) 4.52** | D) خلاف ما سبق

■ **باعتبار الوقت المتوقع هو الوقت العادى والوقت المتفائل هو الوقت العاجل فإن :**

17) ميل التكلفة للنشاط (A)يساوى

A) 833 | **B) 750** | C) 500 | D) خلاف ما سبق

18) مقدار التخفيض للنشاط (H)يساوى

A) ??? | B) 24 | **C) 2** | D) خلاف ما سبق

19) أول نشاط يمكن تخفيضه هو النشاط

A) H | **B) G** | C) E | D) خلاف ما سبق

20) تكلفة تنفيذ المشروع بعد التخفيض الأول تساوى

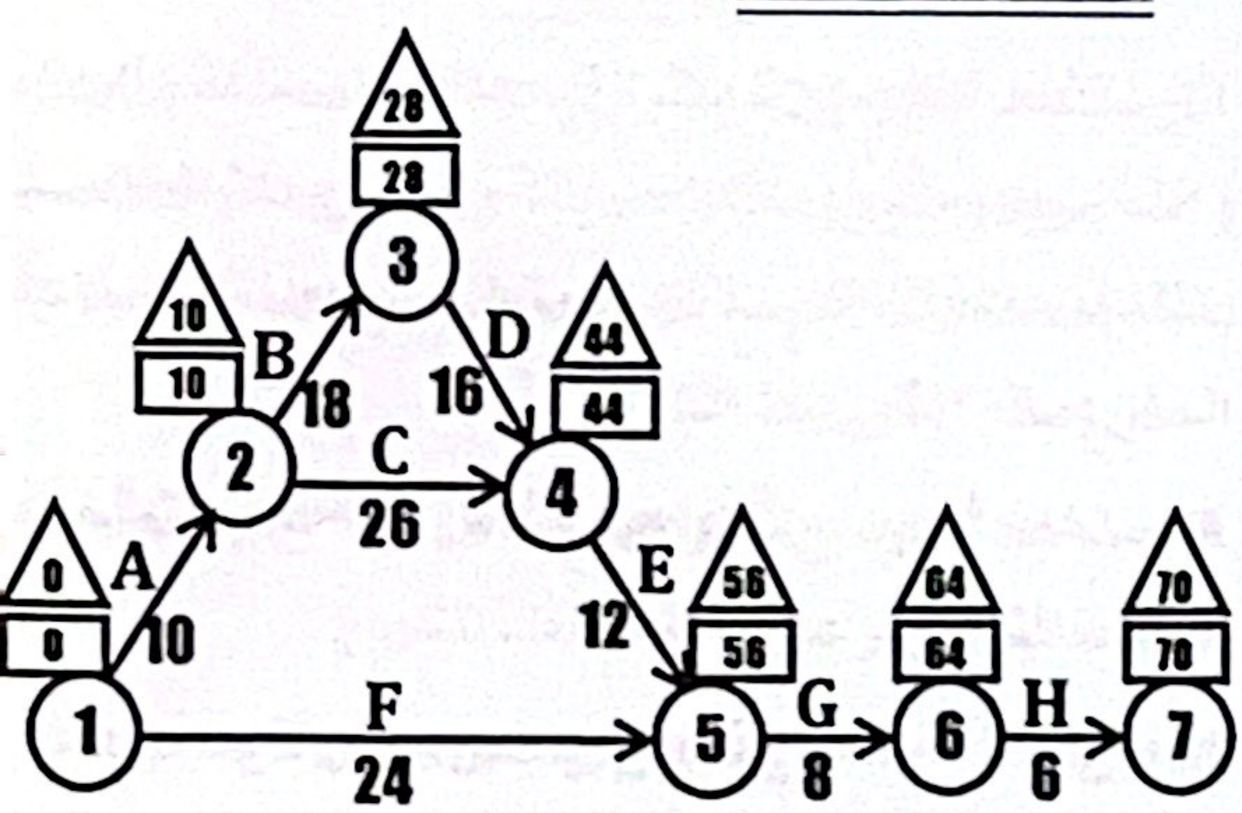
A) 83000 | B) 80200 | **C) 81000** | D) خلاف ما سبق

حل تمرين (٧)

1) حساب الوقت المتوقع لكل نشاط :

النشاط	الأحداث	الوقت O	الوقت M	الوقت P	$E = \frac{O+4M+P}{6}$
A	1 - 2	4	10	16	10
B	2 - 3	12	18	24	18
C	2 - 4	10	28	34	26
D	3 - 4	10	16	22	16
E	4 - 5	6	12	18	12
F	1 - 5	6	24	42	24
G	5 - 6	2	8	14	8
H	6 - 7	4	6	8	6

2) رسم شبكة الاعمال :



3) تحديد المسار الحرج ووقت تنفيذ المشروع :

$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow H$

$= 10 + 18 + 16 + 12 + 8 + 6 = 70$

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 70 أسبوع

وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = 490 يوم

4) تباين وقت إتمام المشروع :

النشاط	حدث البداية والنهاية	الوقت O	الوقت P	تباين النشاط $= \left(\frac{P-O}{6}\right)^2$
A	1 - 2	4	16	= 4
B	2 - 3	12	24	= 4
D	3 - 4	10	22	= 4
E	4 - 5	6	18	= 4
G	5 - 6	2	14	= 4
H	6 - 7	4	8	$= \frac{4}{9}$
			تباين وقت إتمام المشروع (σ^2)	$= \frac{184}{9} = 20.44$

مجموع σ^2 لانشطة المسار الحرج = تباين وقت إتمام المشروع

تباين وقت إتمام المشروع $\sigma^2 = \frac{184}{9} = 20.44$

الانحراف المعيارى لوقت تنفيذ المشروع $= \sqrt{20.44} = 4.52$

تابع الحل >>>

جزء نظرى

■ يستخدم أسلوب بيرت بكثرة في مجالات الصناعة و البناء و التشييد ومشروعات الصيانة و المشروعات الخاصة بتنقديم منتجات جديدة كما يستخدم في مجالات صناعة السفن وسائر المشروعات الكبرى .

■ يستخدم أسلوب بيرت لمواجهة مشاكل التاخير و التوقف و العقبات التى تؤثر على تنفيذ أشطة المشروع .

■ طريقة المسار الحرج نموذج رياضى ساكن لا يدخل عدم التاكد فى اعتباره عند حساب أزمنه الانشطة المختلفة للمشروع و إنما تفترض أن أزمنة تنفيذ الأنشطة تتناسب مع كمية الموارد المخصصة لها وانه بتغيير مستوى الموارد فإنه يمكن تغيير زمن التنفيذ .

■ أما أسلوب بيرت نموذج احتمالى يستخدم ثلاثة تقديرات لحساب الوقت المتوقع لتنفيذ النشاط هى الوقت المتفائل و الوقت المتشائم و الوقت الأكثر احتمالا .

■ تساعد الطريقتين الإدارة فى تحقيق الاهداف التالية :

1) التعرف على الانشطة الحرجة .
2) معرفة المدة الزمنية اللازمة لتنفيذ المشروع .
3) معرفة مقدار المرونة الزمنية المتاحة لتنفيذ المشروع .
4) تمكين الإدارة من التخطيط الزمني للمشروعات في فترات زمنية مستقبلية .
5) التعرف على العوامل المؤثرة في تنفيذ المشروعات وبالتالي اتخاذ مايلزم من قرارات تخص الجدولة الزمنية و المتابعة الدورية و التغذية الرجعية (العكسية) .
6) التنبؤ بمصادر المشكلات التى قد تواجه تنفيذ المشروع .
7) معالجة ما قد يطرأ على الخطة الزمنية من مشكلات .
8) ضبط التكاليف يساعد فى الادارة تحقيق أهداف المشروع باعلى كفاءة ممكنة في أقل وقت ممكن وباقل تكلفة ممكنة .

■ مراحل تنفيذ وجدولة المشاريع :

1) إنشاء شبكة الأعمال للمشروع
2) تخطيط المشروع حسب التسلسل الزمنى للأنشطة .
3) ضبط المشروع ومراقبة الأنشطة ومتابعتها ومقارنتها مع خطة المشروع النظرية ، وكذلك التعرف على الازمنة المبكرة المتاخرة لإنهاء المشروع ، حساب التكلفة النهائية للمشروع .

5) حساب الراكد الحر لكل نشاط :

النشاط	البداية ⊙	النهاية ⊙	E	ST
A	0	10	10	0
B	10	28	18	0
C	10	44	26	8
D	28	44	16	0
E	44	56	12	0
F	0	56	24	32
G	56	64	8	0
H	64	70	6	0

6) ميل التكلفة وحدود التخفيض لأنشطة المسار الحرج :

النشاط	الوقت العادى	الوقت العاجل	التكلفة العادية	التكلفة العاجلة	ميل التكلفة	حدود التخفيض
A	10	4	10000	14500	750	6
B	18	12	18000	24000	1000	6
D	16	10	5000	12500	1250	6
E	12	6	4000	7000	500	6
G	8	2	7200	9000	300	6
H	6	4	8000	10000	1000	2

■ التخفيض الأول :

الأنشطة	A	B	D	E	G	H
ميل التكلفة	750	1000	1250	500	300	1000
مقدار التخفيض	6	6	6	6	6	2

■ يمكن تخفيض النشاط G بمقدار 6 أسابيع ، حيث أن :

⇐ مقدار التخفيض للنشاط G = 6 ⇒

⇐ أقل راكد حر موجب على الشبكة = 8

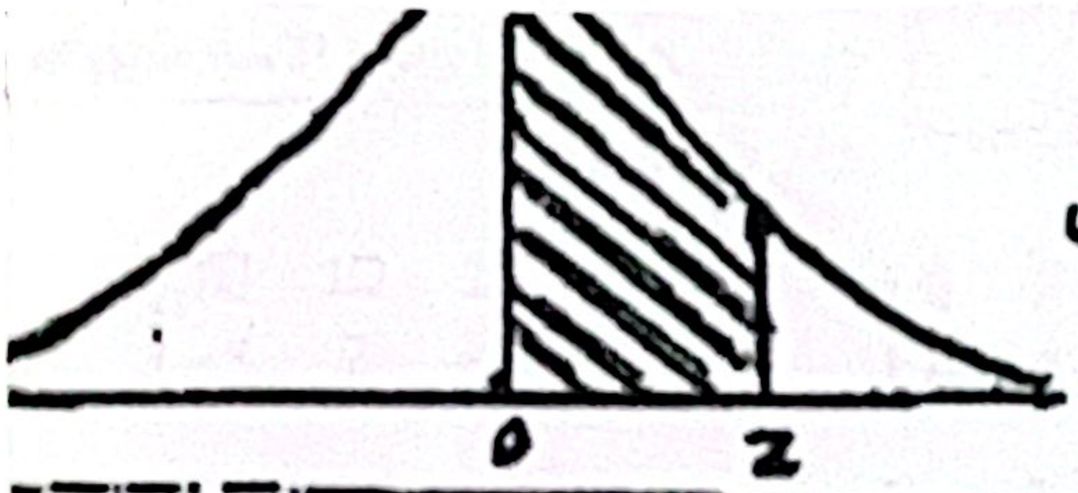
نختار إيهما أقل

مقدار الزيادة فى تكاليف المشروع = 300 (6) = 1800

تكلفة تنفيذ المشروع بعد التخفيض الأول

= إجمالى التكلفة العادية + مقدار الزيادة فى فى التكلفة

= 79200 + 1800 = 81000



جدول (م١) : المساحات الواقعة تحت المنحنى الطبيعي المعيارى من نقطة الأصل (0) الى z ،

	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.00000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
.5	.1915	.1950	.1985	..2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.383(
2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.401!
3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.417
4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.431!
5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.444
6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.454:
7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.463:
8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.470
9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.476
)	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.481
	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.485
2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.489
	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.491
	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.493
	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.495
	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4952	.4963	.496
	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.497
	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.498
	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.49

2 المباريات

١ خطوات حل تمرين المباريات :

⇐ نبدأ بالبحث عن نقطة تلاقى كما يلى :

1) نضع ( ) حول أصغر قيمة فى كل صف .

2) نضع ⊡ حول أكبر قيمة فى كل عمود .

نقطة التلاقى : هى أصغر قيمة فى صفها وفى نفس الوقت أكبر قيمة فى عمودها .

⇐ وهنا هنقابل حالة من اتنين :

1) حالة وجود نقطة تلاقى

قيمة المبارة = نقطة التلاقى

لاعب الصفوف : سوف يستخدم سياسة الصف الموجود به نقطة التلاقى طول الوقت .

لاعب الأعمدة : سوف يستخدم سياسة العمود الموجود به نقطة التلاقى طول الوقت .

2) حالة عدم وجود نقطة تلاقى

■ إذا كانت المباراة 2 × 2

نحل المباراة باستخدام الطريقة الحسابية .

■ إذا كانت المباراة خلاف ذلك

نستخدم قواعد السيطرة والحذف بهدف تخفيض المصفوفة

1) نحذف الصف صاحب القيم الأقل أو تساوى قيم صف أخر .

2) نحذف العمود صاحب القيم الأكبر أو تساوى قيم عمود أخر .

بعد الحذف قد تصبح المباراة :

مباراة 2 × 2	مباراة 2×3 أو 3×2
نحل المباراة باستخدام : الطريقة الحسابية	نحل المباراة باستخدام : أسلوب المباريات الفرعية

تعالى نشوف التمارين »»

تمرين (١) حل المباريات التالية وحدد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب :

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 16 & 10 & 12 \\ -1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 4 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} -5 & 5 & 4 \\ -8 & -4 & 0 \\ -9 & 8 & 2 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 8 & -2 \\ 10 & -1 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$

(6) $\begin{bmatrix} 24 & -18 & 21 \\ -18 & -24 & -21 \\ 12 & -24 & 15 \end{bmatrix}$

حل تمرين (١)

حل المباراة الأولى

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

B2	B1	
(1)	3	A1
(2)	4	A2

قيمة المباراة = قيمة نقطة التلاقى = 2

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) سوف يستخدم سياسة الصف الثانى (A2) طول وقت المباراة ، ولاعب الأعمدة (B) سوف يستخدم سياسة العمود الثانى (B2) طول وقت المباراة ..

حل المباراة الثانية

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

B3	B2	B1	
16	(10)	12	A1
-1	2	(-3)	A2

قيمة المباراة = قيمة نقطة التلاقى = 10

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) سوف يستخدم سياسة الصف الأول (A1) طول وقت المباراة ، ولاعب الأعمدة (B) سوف يستخدم سياسة العمود الثانى (B2) طول وقت المباراة ..

حل المباراة الثالثة

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B2	B1	
	(-4)	(-4)	A1
	4	(3)	A2
	6	(-3)	A3

قيمة المباراة = قيمة نقطة التلاقى = 3

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الثانى (A2)

ولاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الأول (B1) .

حل المباراة الرابعة

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B3	B2	B1	
	(-5)	5	4	A1
	(-8)	-4	0	A2
	(-9)	8	2	A3

قيمة المباراة = قيمة نقطة التلاقى = -5

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الأعمدة (B)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول (A1)

لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الثالث (B3) .

حل المباراة الخامسة

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B2	B1	
	8	(-2)	A1
	10	(-1)	A2
	8	(-2)	A3

قيمة المباراة = قيمة نقطة التلاقى = -1

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الأعمدة (B)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الثانى (A2)

لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الأول (B1) .

حل المباراة السادسة

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B3	B2	B1	
	24	(-18)	21	A1
	-18	(-24)	-21	A2
	12	(-24)	15	A3

قيمة المباراة = قيمة نقطة التلاقى = -18

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الأعمدة (B)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول (A1)

لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الثالث (B2) .

تمرين (٢) حل المباريات التالية وحدد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب :

(1) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

حل تمرين (٢)

حل المباراة الأولى

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B2	B1	
	(2)	5	A1
	4	(3)	A2

∴ لا توجد نقطة تلاقى . نحل بالطريقة التالية :

الطريقة الحسابية

1) نطرح :

$$\begin{matrix} 1/4 \\ 3/4 \\ \\ \end{matrix}\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{matrix} \\ \\ 2/4 & 2/4 \end{matrix}$$

2) نبدل :

$$\begin{matrix} 1 \\ 3 \\ \\ \end{matrix}\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{matrix} \\ \\ 2 & 2 \end{matrix}$$

3) نقسم :

$$\begin{matrix} 3 \\ 1 \\ \\ \end{matrix}\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{matrix} \\ \\ 2 & 2 \end{matrix}$$

قيمة المباراة :

قيمة المباراة $= 5 \times \left(\frac{2}{4}\right) + 2 \times \left(\frac{2}{4}\right) = 3.5$

قيمة المباراة $= 3 \times \left(\frac{2}{4}\right) + 4 \times \left(\frac{2}{4}\right) = 3.5$

قيمة المباراة $= 5 \times \left(\frac{1}{4}\right) + 3 \times \left(\frac{3}{4}\right) = 3.5$

قيمة المباراة $= 2 \times \left(\frac{1}{4}\right) + 4 \times \left(\frac{3}{4}\right) = 3.5$

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول ($^1/_4$) من وقت المباراة ، وسياسة الصف الثانى ($^3/_4$) وقت المباراة .
لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الأول ($^2/_4$) وقت المباراة ، وسياسة العمود الثانى ($^2/_4$) وقت المباراة ..

حل المباراة الثانية

■ **بالبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :**

	B2	B1	
	(2)	[4]	A1
	[9]	(3)	A2

∴ لا توجد نقطة تلاقى . نحل بالطريقة التالية :

الطريقة الحسابية

1) نطرح :

$$\begin{matrix} 2 \\ 6 \end{matrix}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$
$$7 \quad 1$$

2) نبدل :

$$\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$
$$1 \quad 7$$

3) نقسم :

$$\begin{matrix} ^6/_8 \\ ^2/_8 \end{matrix}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$
$$\begin{matrix} ^1/_8 & ^7/_8 \end{matrix}$$

قيمة المباراة :

$$\text{قيمة المباراة} = 4 \times (\tfrac{7}{8}) + 2 \times (\tfrac{1}{8}) = 3.75$$
$$\text{قيمة المباراة} = 3 \times (\tfrac{7}{8}) + 9 \times (\tfrac{1}{8}) = 3.75$$
$$\text{قيمة المباراة} = 4 \times (\tfrac{6}{8}) + 3 \times (\tfrac{2}{8}) = 3.75$$
$$\text{قيمة المباراة} = 2 \times (\tfrac{6}{8}) + 9 \times (\tfrac{2}{8}) = 3.75$$

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول ($^6/_8$) وقت المباراة ، وسياسة الصف الثانى ($^2/_8$) وقت المباراة .
لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الأول ($^7/_8$) وقت المباراة ، وسياسة العمود الثانى ($^1/_8$) وقت المباراة ..

تمرين (٢) أوجد قيمة المباراة التالية وحدد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب :

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 & 3 & 6 \\ -1 & 2 & -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

تابع الحل >>

حل تمرين (٢)

■ **نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :**

	B5	B4	B3	B2	B1	
	(-3)	0	[-1]	[3]	[6]	A1
	[-1]	[2]	(-4)	2	3	A2

∴ لا توجد نقطة تلاقى .

نستخدم قواعد السيطرة والحذف كما يلى :

■ **بالنظر إلى الأعمدة نجد أن قيم العمود الأول والعمود الثانى والعمود الرابع أكبر من قيم المناظرة لها فى العمود الثالث لذلك نحذف كلا من العمود الأول والعمود الثانى والعمود الرابع .**

فتصبح المصفوفة كما يلى :

	B5	B3	
	-3	-1	A1
	-1	-4	A2

■ **نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :**

	B5	B3	
	(-3)	[-1]	A1
	[-1]	(-4)	A2

∴ لا توجد نقطة تلاقى . نحل بالطريقة التالية :

الطريقة الحسابية

1) نطرح :

$$\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$$
$$2 \quad 3$$

2) نبدل :

$$\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$$
$$3 \quad 2$$

3) نقسم :

$$\begin{matrix} ^3/_5 \\ ^2/_5 \end{matrix}\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$$
$$\begin{matrix} ^3/_5 & ^2/_5 \end{matrix}$$

قيمة المباراة :

$$\text{قيمة المباراة} = (-1) \times (\tfrac{2}{5}) + (-3) \times (\tfrac{3}{5}) = -2.2$$
$$\text{قيمة المباراة} = (-4) \times (\tfrac{2}{5}) + (-1) \times (\tfrac{3}{5}) = -2.2$$
$$\text{قيمة المباراة} = (-1) \times (\tfrac{3}{5}) + (-4) \times (\tfrac{2}{5}) = -2.2$$
$$\text{قيمة المباراة} = (-3) \times (\tfrac{3}{5}) + (-1) \times (\tfrac{2}{5}) = -2.2$$

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الأعمدة (B)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول ($^3/_5$) وقت المباراة ، وسياسة الصف الثانى ($^2/_5$) وقت المباراة .
لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الثالث ($^2/_5$) وقت المباراة ، وسياسة العمود الخامس ($^3/_5$) وقت المباراة ..

تمرين (٤) أوجد قيمة المباراة التالية وحدد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب :

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

حل تمرين (٤)

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B3	B2	B1	
	(-1)	4	3	A1
	(-2)	2	1	A2
	2	4	(-2)	A3
	(-4)	3	1	A4

∴ لا توجد نقطة تلاقى .

نستخدم قواعد السيطرة والحذف كما يلى :

■ بالنظر إلى الصفوف نجد أن قيم الصف الثانى والصف الرابع أقل من قيم المناظرة لها فى الصف الأول لذلك نحذف الصف الثانى والصف الرابع . فتصبح المصفوفة كما يلى :

	B3	B2	B1	
	(-1)	4	3	A1
	2	4	(-2)	A3

■ بالنظر إلى الأعمدة نجد أن قيم العمود الثانى أكبر من قيم المناظرة لها فى العمود الأول لذلك نحذف العمود الثانى .

فتصبح المصفوفة كما يلى :

	B3	B1	
	-1	3	A1
	2	(-2)	A3

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B3	B1
	(-1)	3
	2	(-2)

A1
A3

∴ لا توجد نقطة تلاقى . نحل بالطريقة الحسابية :

1) نطرح :

$$4\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad 4 \quad 3 \quad 5$$

2) نبدل :

$$4\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad 4 \quad 5 \quad 3$$

3) نقسم :

$$\begin{matrix} 4/8 \\ 4/8 \\ \frac{5}{8} \end{matrix}\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad \frac{3}{8}$$

قيمة المباراة :

$$= 3 \times \left(\frac{3}{8}\right) + (-1) \times \left(\frac{5}{8}\right) = 0.5$$

$$= (-2) \times \left(\frac{3}{8}\right) + 2 \times \left(\frac{5}{8}\right) = 0.5$$

$$= 3 \times \left(\frac{4}{8}\right) + (-2) \times \left(\frac{4}{8}\right) = 0.5$$

$$= (-1) \times \left(\frac{4}{8}\right) + 2 \times \left(\frac{4}{8}\right) = 0.5$$

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول ($^4/_8$) وقت المباراة ، وسياسة الصف الثانى ($^4/_8$) وقت المباراة .

لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الأول ($^3/_8$) وقت المباراة ، وسياسة العمود الثانى ($^5/_8$) وقت المباراة ..

تمرين (٥) أوجد قيمة المباراة التالية وحدد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب :

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \\ 5 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

حل تمرين (٥)

■ بالبحث عن نقطة تلاقى نجد أن : (تاكد بنفسك)

∴ لا توجد نقطة تلاقى .

نقوم باستخدام قواعد السيطرة والحذف كما يلى :

■ بالنظر إلى الأعمدة نجد أن قيم العمود الثانى أكبر من قيم المناظرة لها فى العمود الثالث لذلك نحذف العمود الثانى .

فتصبح المصفوفة كما يلى :

	B3	B1	
	-1	1	A1
	-2	5	A2
	5	-3	A3

■ بالبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B2	B1
	(-1)	1
	(-2)	5
	5	(-3)

A1
A2
A3

∴ لا توجد نقطة تلاقى .

نستخدم أسلوب المباريات الفرعية

المباراة الفرعية الأولى	المباراة الفرعية الثانية	المباراة الفرعية الثالثة
$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

حل المباراة الفرعية الأولى

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B2	B1
A1	[(-1)]	1
A2	(-2)	[5]

قيمة المباراة = قيمة نقطة التلاقى = 1 -

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الأعمدة (B)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول (A1)

لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الثانى (B2) .

حل المباراة الفرعية الثانية

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B2	B1
A1	(-1)	[1]
A2	[5]	(-3)

∴ لا توجد نقطة تلاقى . نحل بالطرق الحسابية :

1) نطرح :

$$\begin{matrix} 2 \\ 8 \end{matrix}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} & 6 & 4 \end{matrix}$$

2) نبدل :

$$\begin{matrix} 8 \\ 2 \end{matrix}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} & 4 & 6 \end{matrix}$$

3) نقسم :

$$\begin{matrix} {}^{8}/_{10} \\ {}^{2}/_{10} \end{matrix}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} & \frac{4}{10} & \frac{6}{10} \end{matrix}$$

قيمة المباراة :

$$= (1) \times \left(\frac{6}{10}\right) + (-1) \times \left(\frac{4}{10}\right) = 0.2$$

$$= (-3) \times \left(\frac{6}{10}\right) + (5) \times \left(\frac{4}{10}\right) = 0.2$$

$$= (1) \times \left(\frac{8}{10}\right) + (-3) \times \left(\frac{2}{10}\right) = 0.2$$

$$= (-1) \times \left(\frac{8}{10}\right) + (5) \times \left(\frac{2}{10}\right) = 0.2$$

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول (${}^{8}/_{10}$)

وقت المباراة ، وسياسة الصف الثانى (${}^{2}/_{10}$) وقت المباراة .

لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الأول (${}^{6}/_{10}$)

وقت المباراة وسياسة العمود الثانى (${}^{4}/_{10}$) وقت المباراة ..

حل المباراة الفرعية الثالثة

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن :

	B2	B1
A1	(-2)	[5]
A2	[5]	(-3)

∴ لا توجد نقطة تلاقى . نحل بالطرق الحسابية :

1) نطرح :

$$\begin{matrix} 7 \\ 8 \end{matrix}\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} & 7 & 8 \end{matrix}$$

2) نبدل :

$$\begin{matrix} 8 \\ 7 \end{matrix}\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} & 8 & 7 \end{matrix}$$

3) نقسم :

$$\begin{matrix} {}^{8}/_{15} \\ {}^{7}/_{15} \end{matrix}\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} & \frac{8}{15} & \frac{7}{15} \end{matrix}$$

قيمة المباراة :

$$= (5) \times \left(\frac{7}{15}\right) + (-2) \times \left(\frac{8}{15}\right) = 1.3$$

$$= (-3) \times \left(\frac{7}{15}\right) + (5) \times \left(\frac{8}{15}\right) = 1.3$$

$$= (5) \times \left(\frac{8}{15}\right) + (-3) \times \left(\frac{7}{15}\right) = 1.3$$

$$= (-2) \times \left(\frac{8}{15}\right) + (5) \times \left(\frac{7}{15}\right) = 1.3$$

التعليق : المباراة فى صالح لاعب الصفوف (A)

لاعب الصفوف (A) يستخدم سياسة الصف الأول (${}^{8}/_{15}$)

وقت المباراة ، وسياسة الصف الثانى (${}^{7}/_{15}$) وقت المباراة .

لاعب الأعمدة (B) يستخدم سياسة العمود الأول (${}^{7}/_{15}$)

وقت المباراة وسياسة العمود الثانى (${}^{8}/_{15}$) وقت المباراة ..

تمرين (٧) أوجد قيمة المباراة التالية وحدد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب :

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 8 & 5 \end{bmatrix}$$

حل تمرين (٧)

■ نبحث عن نقطة تلاقى نجد أن : (تأكد بنفسك)

∴ لا توجد نقطة تلاقى .

يستكمل حل التمرين فى حصة المراجعة