الجزء الثانى : الفائدة المركبة

قوانين الباب السادس (الفائدة والجملة)

P_o	r	n
أصل المبلغ	معدل الفائدة	مدة الاستثمار

1) حساب الجملة فى نهاية المدة n :

$$P_n = P_o(1+r)^n$$

2) حساب مجموع الفوائد المستحقة فى نهاية المدة n :

$$I = P_n - P_o \quad or \quad I = P_o[(1+r)^n - 1]$$

3) حساب أصل المبلغ :

$$P_o = \frac{P_n}{(1+r)^n} \quad or \quad P_o = P_n(1+r)^{-n}$$

4) حساب المعدل :

$$r = \sqrt{\frac{P_n}{P_o}} - 1 \quad or \quad r = \left(\frac{P_n}{P_o}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

5) حساب المدة :

$$n = \frac{Log\left(\frac{P_n}{P_o}\right)}{Log(1+r)}$$

ملاحظات

1) لو طلب الفائدة المستحقة لسنة محددة :

فائدة السنة المطلوبة

= الجملة فى نفس السنة - جملة السنة السابقة

2) لو طلب الفائدة المستحقة لعدد من السنوات :

الفائدة المستحقة لعدد من السنوات

= جملة سنة النهاية - جملة السنة السابقة لسنة البداية

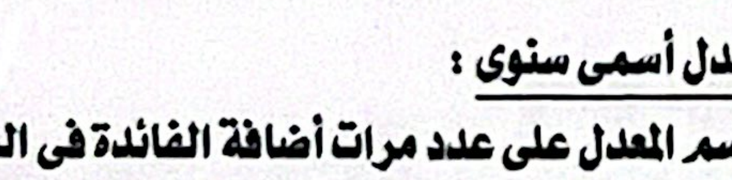
3) لو طلب الجملة مع اختلاف المعدل من مدة لأخرى :

■ تحسب الجملة فى نهاية المدة الكلية كما يلى :

$$P_n = P_o(1+r_1)^{n_1}(1+r_2)^{n_2}(1+r_3)^{n_3}$$

خد بالك قبل الحل والتعويض فى أى قانون :

■ لازم نفرق بين معدلات الفائدة التالية :



معدل أسمى سنوى — معدل غير سنوى — معدل حقيقى سنوى

حيث أن : k : عدد مرات إضافة الفائدة فى السنة

1) لو المعدل حقيقى سنوى : نعوض فى القانون مباشرة .

2) لو المعدل حقيقى غير سنوى (فترى) :

■ يبقى المعدل كما هو .

■ نضرب المدة فى عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

3) لو المعدل أسمى سنوى :

■ نقسم المعدل على عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

■ نضرب المدة فى عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

تحويلات هامة

1) إيجاد معدل فائدة حقيقى سنوى بمعلومية معدل فائدة حقيقى غير سنوى :

$$r^* = (1+r_k)^k - 1$$

2) إيجاد معدل فائدة حقيقى غير سنوى بمعلومية معدل فائدة حقيقى سنوى :

$$r_k = (1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1$$

3) إيجاد معدل فائدة حقيقى سنوى بمعلومية معدل فائدة أسمى سنوى :

$$r^* = \left(1+\frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1$$

4) إيجاد معدل فائدة أسمى سنوى بمعلومية معدل فائدة حقيقى سنوى :

$$r^{(k)} = k\left[(1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1\right]$$

الجملة إذا كانت الفائدة تضاف بأستمرار

P_o	r	n
أصل المبلغ	معدل الفائدة المستمر	مدة الاستثمار

1) حساب الجملة فى نهاية المدة n :

$$P_n = P_o(e)^{r \times n}$$

2) حساب معدل الفائدة الفعال :

$$r_e = (e)^r - 1$$

خد بالك :

لو طلب معدل الفائدة السنوى (r) الذى يضاف لحظياً أو بشكل مستمر والمقابل لمعدل فعال (r_e) :

$$r = \text{Ln}(1 + r_e)$$

قوانين الباب السابع (تسوية الديون)

■ خطوات حل التمرين :

1) نحدد تاريخ التسوية أو الاتفاق بين المدين والدائن .

واذا لم يذكر فى التمرين يعتبر قبل تواريخ كل الديون

2) نطبق العلاقة التالية :

قيمة الديون القديمة (فى تاريخ التسوية)	=	قيمة الديون الجديدة (فى تاريخ التسوية)

خد بالك فى تاريخ التسوية أو الاتفاق نجد أن :

■ هناك ديون تاريخ استحقاقها قبل تاريخ التسوية

نحسب جملة هذه الديون	الدين = $(1+r)^n$

■ هناك ديون تاريخ استحقاقها بعد تاريخ التسوية

نحسب القيمة الحالية لهذه الديون	الدين = $(1+r)^{-n}$

■ هناك ديون تاريخ استحقاقها هو نفس تاريخ التسوية

تبقى قيمة الدين كما هى

قوانين الباب الثامن (الدفعات المركبة)

■ تنقسم الدفعات إلى :

الدفعات المحدودة	الدفعات الدائمة
■ هى دفعات متساوية تدفع على فترات زمنية منتظمة ومتساوية ولمدة محددة .	■ هى دفعات متساوية تدفع على فترات زمنية منتظمة ومتساوية ، وتدفع بصورة دائمة (إلى ما لا نهاية) .

■ وتنقسم الدفعات المحدودة أو الدائمة إلى :

دفعات عاجلة	دفعات مؤجلة
■ يتم الدفع بمجرد التعاقد أو الاتفاق ، أى لا توجد فترات تاجيل قبل بداية السداد أو بعد نهاية السداد .	■ تنقسم إلى دفعات مؤجلة قبل السداد يسبقها فترة تاجيل m سنة قبل بداية السداد ، أو دفعات مؤجلة بعد السداد يليها فترة تاجيل m سنة بعد نهاية السداد .

■ وتنقسم الدفعات العاجلة أو المؤجلة إلى :

دفعات عادية	دفعات فورية
■ تدفع أخر كل فترة .	■ تدفع أول كل فترة .

إيجاد جملة الدفعات المحدودة

■ إيجاد جملة الدفعات العادية :

نوع الدفعة	القانون المستخدم
عاجلة	$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$
مؤجلة قبل السداد	تعامل كدفعات عاجلة
مؤجلة بعد السداد	$P_n =$ عاجلة $\times (1+r)^m$

■ إيجاد جملة الدفعات الفورية :

سواء كانت الدفعات عاجلة أو مؤجلة

جملة الدفعة الفورية = جملة الدفعة العادية $(1+r)$

إيجاد القيمة الحالية للدفعات المحدودة

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات العادية :

نوع الدفعة	القانون المستخدم
عاجلة	$P_0 = v \times \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$
مؤجلة قبل السداد	$P_0 = \text{عاجلة} \times (1+r)^{-m}$
مؤجلة بعد السداد	تعامل كدفعات عاجلة

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات الفورية :

سواء كانت الدفعات عاجلة أو مؤجلة

القيمة الحالية لدفعة فورية = القيمة الحالية لدفعة عادية $(1+r)$

إيجاد جملة الدفعات الدائمة

■ إيجاد جملة الدفعات الدائمة :

عاجلة أو مؤجلة قبل أوبعد السداد $P_n = \infty$

إيجاد القيمة الحالية للدفعات الدائمة

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات العادية :

نوع الدفعة	القانون المستخدم
عاجلة	$P_0 = v \times \frac{1}{r}$
مؤجلة قبل السداد	$P_0 = \text{عاجلة} \times (1+r)^{-m}$
مؤجلة بعد السداد	تعامل كدفعات عاجلة

■ إيجاد القيمة الحالية للدفعات الفورية :

سواء كانت الدفعات عاجلة أو مؤجلة

القيمة الحالية لدفعة فورية = القيمة الحالية لدفعة عادية $(1+r)$

قوانين الباب التاسع (استهلاك القروض)

طريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً

■ خطوات حل التمرين بهذه الطريقة :

1) ايجاد القسط المتساوى (ثابت) :

$$\text{القسط المتساوى} = \frac{\text{قيمة القرض}}{\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}}$$

2) تصوير جدول استهلاك القرض ... كما يلى :

ثابت ⑤ × r ④ - ③ ② - ① ①

الفترة	الرصيد أول الفترة ①	القسط المتساوى ②	الفائدة المستحقة ③	الاستهلاك ④	الرصيد آخر الفترة ⑤
1	القرض				××
2	××				××
3	××				

■ ملاحظات :

1] رصيد آخر أى فترة = رصيد أول الفترة التالية .

2] رصيد آخر الفترة الأخيرة = صفر (دائماً) .

3] رصيد أول الفترة الأولى = أصل القرض (دائماً) .

4] مجموع الاستهلاكات = أصل القرض (دائماً) .

5] إجمالى ما دفعه المدين

= قيمة القسط المتساوى × عدد الأقساط

6] مجموع الفوائد التى تحملها المدين

= (قيمة القسط المتساوى × عدد الأقساط) - أصل القرض

7] العلاقة بين الاستهلاكات ⇐ هام جداااااا

$$\frac{\text{أى استهلاك}}{\text{أى استهلاك سابق له}} = (1 + \text{المعدل})^{\text{فرق الزمن}}$$

تعالى نشوف التمارين >>>

تمرين (١) أودع شخص مبلغ 5000 جنيه فى البنك لمدة 7 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة 12% سنويا.

أوجد :

1) جملة المبلغ فى نهاية المدة .
2) جملة المبلغ فى نهاية 3 سنوات .
3) مجموع الفوائد المستحقة فى نهاية المدة .
4) الفائدة المستحقة عن السنة الرابعة .
5) الفوائد المستحقة عن السنة التانية والثالثة والرابعة .

حل تمرين (١)

$P_0 = 5000 \quad r^* = 12\% \quad n = 7$

1) حساب الجملة فى نهاية المدة :

$$P_n = P_0 (1 + r)^n$$

$$P_n = 5000 (1 + 0.12)^7 = 11053.41$$

2) حساب الجملة فى نهاية 3 سنوات :

$$P_n = P_0 (1 + r)^n$$

$$P_n = 5000 (1 + 0.12)^3 = 7024.64$$

3) مجموع الفوائد المستحقة فى نهاية المدة :

$$I = P_0 [(1 + r)^n - 1]$$

$$I = 5000 [(1 + 0.12)^7 - 1] = 6053.41$$

4) الفائدة المستحقة عن السنة الرابعة :

$$I_4 = P_4 - P_3$$

$$I_4 = 5000 (1.12)^4 - 5000 (1.12)^3$$

$$I_4 = 7867.60 - 7024.64 = 842.96$$

5) الفوائد المستحقة عن السنة التانية والثالثة والرابعة :

$$I_{2,3,4} = P_4 - P_1$$

$$I_{2,3,4} = 5000 (1.12)^4 - 5000 (1.12)^1$$

$$I_{2,3,4} = 7867.60 - 5600 = 2267.60$$

تمرين (٢) أودع شخص مبلغ 6000 جنيه فى البنك لمدة 10 سنوات ، بمعدل فائدة 10% سنويا والفائدة تضاف كل 6 شهور.

أوجد :

1) جملة المبلغ فى نهاية المدة .
2) جملة المبلغ فى نهاية 6 سنوات .
3) مجموع الفوائد المستحقة فى نهاية المدة .
4) الفائدة المستحقة عن السنة الخامسة .
5) الفوائد المستحقة عن السنة الرابعة والخامسة والسادسة

حل تمرين (٢)

$r^{(2)} = 10\%$ | $k = 2$ عدد مرات إضافة الفائدة

- نقسم المعدل على عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .
- نضرب المدة فى عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

1) حساب الجملة فى نهاية المدة :

$P_0 = 6000 \quad r_2 = 5\% \quad n = 20$

$$P_n = P_0 (1 + r)^n$$

$$P_n = 6000 (1 + 0.05)^{20} = 15919.79$$

2) حساب الجملة فى نهاية 6 سنوات :

$P_0 = 6000 \quad r_2 = 5\% \quad n = 12$

$$P_n = P_0 (1 + r)^n$$

$$P_n = 6000 (1 + 0.05)^{12} = 10775.14$$

3) مجموع الفوائد المستحقة فى نهاية المدة :

$P_0 = 6000 \quad r_2 = 5\% \quad n = 20$

$$I = P_0 [(1 + r)^n - 1]$$

$$I = 6000 [(1 + 0.05)^{20} - 1] = 9919.79$$

4) الفائدة المستحقة عن السنة الخامسة :

$$I_5 = P_5 - P_4$$

$$I_5 = 6000 (1.05)^{5 \times 2} - 6000 (1.05)^{4 \times 2}$$

$$I_5 = 9773.37 - 8864.73 = 908.64$$

5) الفوائد المستحقة عن السنة الرابعة والخامسة والسادسة

$$I_{4,5,6} = P_6 - P_3$$

$$I_{4,5,6} = 6000\,(1.05)^{6\times 2} - 6000\,(1.05)^{3\times 2}$$

$$I_{4,5,6} = 10775.14 - 8040.57 = 2734.57$$

حل تمرين (٣) أودع شخص مبلغ 15000 جنيه فى بنك لمدة 10 سنوات وذلك وفقا للمعدلات التالية :

13% عن الثلاث سنوات الأولى .

15% عن الخمس سنوات التالية.

17% عن ما زاد عن ثمانية سنوات .

فما هى جملة ماله فى نهاية المدة ؟

تمرين (٤)

أخر سنتين	5 سنوات	3 سنوات
$r_3 = 17\%$	$r_2 = 15\%$	$r_1 = 13\%$

■ **الجملة فى نهاية المدة :**

$$P_n = P_0\,(1+r_1)^{n_1}(1+r_2)^{n_2}(1+r_3)^{n_3}$$

$$P_n = 15000\,(1.13)^3(1.15)^5(1.17)^2 = 59591.94$$

حل تمرين (٤) استثمر مبلغ 3500 جنيه بمعدل فائدة 11% لمدة 10 سنوات .

1) مجموع الفوائد عن أخر ثلاث سنوات

خلاف ذلك (D A) 2500.12 B) 2234.10 C) 2671.41

2) مجموع الفوائد عن السنوات من الثالثة حتى السادسة

خلاف ذلك (D A) 2500.12 B) 2234.10 C) 2671.41

تمرين (٥) **يونيو 2021**

$P_0 = 3500$ $r^* = 11\%$ $n = 10$

1) مجموع الفوائد عن أخر ثلاث سنوات :

$$I_{8,9,10} = P_{10} - P_7$$

$$I_{8,9,10} = 3500\,(1.11)^{10} - 3500\,(1.11)^7$$

$$I_{8,9,10} = 9937.97 - 7266.56 = 2671.41$$

2) مجموع الفوائد عن السنوات من الثالثة حتى السادسة :

$$I_{3,\ldots,6} = P_6 - P_2$$

$$I_{3,\ldots,6} = 3500\,(1.11)^6 - 3500\,(1.11)^2$$

$$I_{3,\ldots,6} = 6546.45 - 4312.35 = 2234.10$$

تمرين (٣) استثمر مبلغ 3000 جنيه بمعدل فائدة 15% لمدة 9 سنوات .

1) مجموع الفوائد عن أخر ثلاث سنوات

خلاف ذلك (D A) 4614.44 B) 3614.45 C) 2514.38

2) مجموع الفوائد عن السنوات من الرابعة حتى السابعة

خلاف ذلك (D A) 4614.44 B) 3614.45 C) 2514.38

حل تمرين (٥) **يونيو 2021**

$P_0 = 3000$ $r^* = 15\%$ $n = 9$

1) مجموع الفوائد عن أخر ثلاث سنوات :

$$I_{7,8,9} = P_9 - P_6$$

$$I_{7,8,9} = 3000\,(1.15)^9 - 3000\,(1.15)^6$$

$$I_{7,8,9} = 10553.63 - 6939.18 = 3614.45$$

2) مجموع الفوائد عن السنوات من الرابعة حتى السابعة :

$$I_{4,\ldots,7} = P_7 - P_3$$

$$I_{4,\ldots,7} = 3000\,(1.15)^7 - 3000\,(1.15)^3$$

$$I_{4,\ldots,7} = 7980.06 - 4562.63 = 3417.43$$

تمرين (٦) أودع شخص مبلغ 2000 جنيه فى بنك لمدة 9 سنوات بمعدل فائدة 12% سنوياً .

أحسب الجملة إذا كانت الفائدة :

1) تضاف مرة فى السنة. 2) تضاف مرتين فى السنة.

3) تضاف 3 مرات فى السنة. 4) تضاف 4 مرات فى السنة.

حل تمرين (٦)

حقيقى سنوى

1) لو الفائدة تضاف مرة فى السنة :

$P_0 = 2000$ $r^* = 12\%$ $n = 9$

■ حساب الجملة : $P_n = P_0(1+r)^n$

$P_n = 2000(1+0.12)^9 = 5546.2$

2) لو الفائدة تضاف مرتين فى السنة : أسمى سنوى

$r^{(2)} = 12\%$ | $k = 2$ عدد مرات إضافة الفائدة

■ نقسم المعدل على عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

■ نضرب المدة فى عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

$P_0 = 2000 \quad r_2 = \frac{12\%}{2} = 6\% \quad n = 9 \times 2 = 18$

■ حساب الجملة : $P_n = P_0(1+r)^n$

$P_n = 2000(1+0.06)^{18} = 5708.7$

3) لو الفائدة تضاف 3 مرات فى السنة : أسمى سنوى

$r^{(3)} = 12\%$ | $k = 3$ عدد مرات إضافة الفائدة

■ نقسم المعدل على عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

■ نضرب المدة فى عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة . .

$P_0 = 2000 \quad r_3 = \frac{12\%}{3} = 4\% \quad n = 9 \times 3 = 27$

■ حساب الجملة : $P_n = P_0(1+r)^n$

$P_n = 2000(1+0.04)^{27} = 5766.7$

4) لو الفائدة تضاف 4 مرات فى السنة : أسمى سنوى

$r^{(4)} = 12\%$ | $k = 4$ عدد مرات إضافة الفائدة

■ نقسم المعدل على عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

■ نضرب المدة فى عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .

$P_0 = 2000 \quad r_4 = \frac{12\%}{4} = 3\% \quad n = 9 \times 4 = 36$

■ حساب الجملة : $P_n = P_0(1+r)^n$

$P_n = 2000(1+0.03)^{36} = 5796.56$

تمرين (٧) ما هو المبلغ الواجب إستثماره ليكون جملته 31384.284 جنيه بعد 12 سنة بمعدل 10% سنوياً .

حل تمرين (٧)

$P_n = 31384.28 \quad r^* = 10\% \quad n = 12$

■ حساب أصل المبلغ : $P_0 = P_n(1+r)^{-n}$

$P_0 = 31384.284(1+0.10)^{-12} = 10000$

تمرين (٨) ما هو المبلغ الذى يجب إستثماره لتكون جملته 21480.510 جنيه بعد 10 سنة بمعدل 10% سنوياً والفائدة تضاف 4 مرات فى السنة .

حل تمرين (٨)

■ الفائدة تضاف 4 مرات فى السنة : أسمى سنوى

$r^{(4)} = 10\%$ | $k = 4$ عدد مرات إضافة الفائدة

$P_n = 21480.510 \quad r_4 = 2.5\% \quad n = 40$

■ حساب أصل المبلغ : $P_0 = P_n(1+r)^{-n}$

$P_0 = 21480.510(1+0.025)^{-40} = 8000$

تمرين (٩) استثمرت إحدى الشركات مبلغ 30000 جنيه لمدة ما وحصلت الشركة فى نهاية الفترة على مبلغ 47815.44 جنيه وذلك بمعدل 6% سنوياً ، أحسب فترة الاستثمار .

حل تمرين (٩)

$P_0 = 30000 \quad P_n = 47815.44 \quad r^* = 6\%$

■ حساب المدة :

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{P_n}{P_0}\right)}{\text{Log}(1+r)} = \frac{\text{Log}\left(\frac{47815.44}{30000}\right)}{\text{Log}(1+0.06)} = 8 \text{ سنوات}$$

تمرين (١٠) أوجد المدة بالسنوات التى يصبح بعدها مبلغ أربعة أمثاله بمعدل فائدة مركبة 18% سنويا .

حل تمرين (١٠)

معدل الفائدة	الجملة	أصل المبلغ
$r^* = 18\%$	$P_n = 4\,P_0$	P_0

■ حساب المدة :

$$n = \frac{Log\left(\frac{P_n}{P_0}\right)}{Log(1+r)} = \frac{Log\left(\frac{4\,P_0}{P_0}\right)}{Log(1+0.18)} = 8.38$$

تمرين (١١) ما هى المدة بالسنوات اللازمة لكى يتضاعف فيها مبلغ إلى ثلاثة أمثاله إذا كان معدل الفائدة 18% يضاف كل شهرين .

A) 37.16 B) 8.15 **C) 6.19** D) خلاف ذلك

حل تمرين (١١)

■ معدل الفائدة 18% سنوياً والفائدة تضاف كل شهرين

أسمى سنوى $r^{(6)} = 18\%$

معدل الفائدة	الجملة	أصل المبلغ
$r_6 = \frac{18\%}{6} = 3\%$	$P_n = 3\,P_0$	P_0

■ حساب المدة :

$$n = \frac{Log\left(\frac{P_n}{P_0}\right)}{Log(1+r)} = \frac{Log\left(\frac{3\,P_0}{P_0}\right)}{Log(1+0.03)} = 37.17$$

المدة بالسنوات	$n = \frac{37.17}{6} = 6.19$

تمرين (١٢) استثمرت شركة مبلغ 50000 جنيه لمدة 7 سنوات وحصلت فى نهاية الفترة على مبلغ 70355.02 جنيه . أحسب معدل الفائدة المركبة المستخدم .

حل تمرين (١٢)

$P_0 = 50000$ $P_n = 70355.02$ $n = 7$

■ حساب المعدل :

$$r = \left(\frac{P_n}{P_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(\frac{70355.02}{500000}\right)^{\frac{1}{7}} - 1 = 5\%$$

تمرين (١٣) أوجد المعدل السنوى الذى يتضاعف به مبلغ بعد 3 سنوات ونصف .

حل تمرين (١٣)

مدة الاستثمار	الجملة	أصل المبلغ
$n = 3.5$	$P_n = 2\,P_0$	P_0

■ حساب المعدل :

$$r = \left(\frac{P_n}{P_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(\frac{2\,P_0}{P_0}\right)^{\frac{1}{3.5}} - 1 = 21.9\%$$

تمرين (١٤)

1) أوجد معدل الفائدة الشهرى الذى يقابل معدل فائدة مركبة 18% سنوياً .

A) 1.5% **B) 1.39%** C) 2% D) غير ذلك

2) أوجد معدل الفائدة النصف سنوى الذى يقابل معدل فائدة مركبة 18% سنوياً .

A) 8.3% B) 8.5% **C) 8.63%** D) غير ذلك

3) أوجد معدل الفائدة الربع سنوى الذى يقابل معدل فائدة مركبة 18% سنوياً .

A) 4.22% B) 4.33% C) 4% D) غير ذلك

4) أوجد معدل الفائدة السنوى الذى يقابل معدل فائدة مركبة 2% شهرياً .

A) 24% **B) 26.82%** C) 23.81% D) غير ذلك

5) أوجد معدل الفائدة السنوى الذى يقابل معدل فائدة مركبة 3% كل شهرين .

A) 18.45% B) 18% **C) 19.41%** D) غير ذلك

6) أوجد معدل الفائدة السنوى الذى يقابل معدل فائدة مركبة 1% كل نصف شهر .

A) 28.97% B) 24% **C) 26.97%** D) غير ذلك

7) أوجد معدل الفائدة الحقيقى السنوى الذى يقابل معدل أسمى سنوى 10% يضاف كل شهر .

A) 10.47% B) 11% C) 10.88% D) غير ذلك

الدرفة الأولى

1) معدل الفائدة الشهرى المقابل معدل 18% سنوياً :

معدل حقيقى سنوى ⟸ معدل حقيقى غير سنوى

$$r_k = (1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1 \qquad k=12$$

$$r_{12} = (1+0.18)^{\frac{1}{12}} - 1 = 1.39\%$$

2) معدل الفائدة النصف سنوى المقابل معدل 18% سنوياً :

معدل حقيقى سنوى ⟸ معدل حقيقى غير سنوى

$$r_k = (1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1 \qquad k=2$$

$$r_2 = (1+0.18)^{\frac{1}{2}} - 1 = 8.63\%$$

3) معدل الفائدة السنوى المقابل معدل 18% سنوياً :

معدل حقيقى سنوى ⟸ معدل حقيقى غير سنوى

$$r_k = (1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1 \qquad k=4$$

$$r_4 = (1+0.18)^{\frac{1}{4}} - 1 = 4.22\%$$

4) معدل الفائدة السنوى المقابل معدل فائدة 2% شهرياً :

معدل حقيقى غير سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = (1+r_k)^k - 1 \qquad k=12$$

$$r^* = (1+0.02)^{12} - 1 = 26.82\%$$

5) معدل الفائدة السنوى المقابل معدل فائدة 3% كل شهرين :

معدل حقيقى غير سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = (1+r_k)^k - 1 \qquad k=6$$

$$r^* = (1+0.03)^6 - 1 = 19.41\%$$

6) معدل الفائدة السنوى المقابل معدل فائدة 1% كل نصف شهر

معدل حقيقى غير سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = (1+r_k)^k - 1 \qquad k=24$$

$$r^* = (1+0.01)^{24} - 1 = 26.97\%$$

7) معدل الفائدة الحقيقى السنوى المقابل لمعدل أسمى سنوى 10% يضاف كل شهر :

معدل أسمى سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = \left(1+\frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1 \qquad k=12$$

$$r^* = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12} - 1 = 10.47\%$$

8) معدل الفائدة الحقيقى السنوى المقابل لمعدل أسمى سنوى 8% يضاف كل شهر ونصف :

معدل أسمى سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = \left(1+\frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1 \qquad k=8$$

$$r^* = \left(1+\frac{0.08}{8}\right)^8 - 1 = 8.29\%$$

8) أوجد معدل الفائدة الحقيقى السنوى الذى يقابل معدل أسمى سنوى 8% يضاف كل شهر ونصف .

A) 7.9% B) 8.5% C) 8.29% D) غير ذلك

9) أوجد معدل الفائدة الحقيقى السنوى الذى يقابل معدل أسمى سنوى 12% يضاف كل نصف شهر .

A) 17.91% B) 13.5% C) 12.72% D) غير ذلك

10) أوجد معدل الفائدة الأسمى السنوى الذى يضاف كل 4 شهور ويقابل معدل حقيقى سنوى 15%.

A) 14.31% B) 13.5% C) 16% D) غير ذلك

11) أوجد معدل الفائدة الأسمى السنوى الذى يضاف كل 3 شهور ويقابل معدل حقيقى سنوى 10%.

A) 9.65% B) 10.5% C) 11% D) غير ذلك

12) أوجد معدل الفائدة الأسمى السنوى الذى يضاف كل 6 شهور ويقابل معدل حقيقى سنوى 12%.

A) 11.66% B) 11.33% C) 10.5% D) غير ذلك

حل تمرين (١٤)

9) معدل الفائدة الحقيقى السنوى المقابل لمعدل أسمى سنوى 12% يضاف كل نصف شهر :

معدل أسمى سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = \left(1 + \frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1 \qquad k = 24$$

$$r^* = \left(1 + \frac{0.12}{24}\right)^{24} - 1 = 12.72\%$$

---

10) معدل الفائدة الأسمى السنوى الذى يضاف كل 4 شهور ويقابل معدل حقيقى سنوى 15% :

معدل حقيقى سنوى ⟸ معدل أسمى سنوى

$$r^{(k)} = k\left[(1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1\right] \qquad k = 3$$

$$r^{(3)} = 3\left[(1+0.15)^{\frac{1}{3}} - 1\right] = 14.31\%$$

---

11) معدل الفائدة الأسمى السنوى الذى يضاف كل 3 شهور ويقابل معدل حقيقى سنوى 10%

معدل حقيقى سنوى ⟸ معدل أسمى سنوى

$$r^{(k)} = k\left[(1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1\right] \qquad k = 4$$

$$r^{(4)} = 4\left[(1+0.10)^{\frac{1}{4}} - 1\right] = 9.65\%$$

---

12) معدل الفائدة الأسمى السنوى الذى يضاف كل 6 شهور ويقابل معدل حقيقى سنوى 12%

معدل حقيقى سنوى ⟸ معدل أسمى سنوى

$$r^{(k)} = k\left[(1+r^*)^{\frac{1}{k}} - 1\right] \qquad k = 2$$

$$r^{(2)} = 2\left[(1+0.12)^{\frac{1}{2}} - 1\right] = 11.66\%$$

تمرين (١٥) أرادت شركة استثمار إيراداتها فى أحد البنوك ، وعرض عليها البنك العروض التالية :

1) 10% سنوياً يضاف مرة واحدة فى نهاية العام .
2) 10% سنوياً يضاف كل 6 شهور .
3) 10% سنوياً يضاف كل 3 شهور .
4) 10% سنوياً يضاف كل شهرين .
5) 10% سنوياً يضاف كل شهر .

حل تمرين (١٥)

العرض الأول : 10% سنوياً يضاف مرة واحدة فى نهاية العام

$$r^* = 10\%$$

العرض الثانى : 10% سنوياً يضاف كل 6 شهور .

معدل أسمى سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = \left(1 + \frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1 \qquad k = 2$$

$$r^* = \left(1 + \frac{0.10}{2}\right)^2 - 1 = 10.25\%$$

العرض الثالث : 10% سنوياً يضاف كل 3 شهور .

معدل أسمى سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = \left(1 + \frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1 \qquad k = 4$$

$$r^* = \left(1 + \frac{0.10}{4}\right)^4 - 1 = 10.38\%$$

العرض الرابع : 10% سنوياً يضاف كل شهرين .

معدل أسمى سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = \left(1 + \frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1 \qquad k = 6$$

$$r^* = \left(1 + \frac{0.10}{6}\right)^6 - 1 = 10.43\%$$

العرض الخامس : 10% سنوياً يضاف كل شهر .

معدل أسمى سنوى ⟸ معدل حقيقى سنوى

$$r^* = \left(1 + \frac{r^{(k)}}{k}\right)^k - 1 \qquad k = 12$$

$$r^* = \left(1 + \frac{0.10}{12}\right)^{12} - 1 = 10.47\%$$

مما سبق :

يكون العرض الأفضل للشركة هو قبول العرض الأخير لأنه يعطى أكبر معدل فائدة حقيقى 10.47% سنويا .

تمرين (١٦) أودع شخص مبلغ 5000 جنيه فى حساب بمعدل فائدة مركبة مستمر 6% . أوجد :

1) جملة المستحق بعد 3 سنوات .

2) معدل الفائدة الفعال .

حل تمرين (١٦)

$P_o = 5000 \quad r = 6\% \quad n = 3$

1) حساب الجملة :

$$P_n = P_o (e)^{r \times n}$$

$$P_n = 5000 (e)^{0.06 \times 3} = 5986.09$$

2) حساب معدل الفائدة الفعال :

$$r_e = (e)^r - 1$$

$$r_e = (e)^{0.06} - 1 = 6.18\%$$

تمرين (١٧) أودع شخص مبلغ 10000 جنيه فى حساب بمعدل فائدة مركبة 10% لحظياً . أوجد :

1) جملة المستحق بعد 3 سنوات و 3 شهور .

2) معدل الفائدة الفعال .

حل تمرين (١٧)

$P_o = 10000 \quad r = 10\% \quad n = 3 + \frac{3}{12} = 3.25$

1) حساب الجملة :

$$P_n = P_o (e)^{r \times n}$$

$$P_n = 10000 (e)^{0.10 \times 3.25} = 13840.31$$

2) حساب معدل الفائدة الفعال :

$$r_e = (e)^r - 1$$

$$r_e = (e)^{0.10} - 1 = 10.52\%$$

تمرين (١٨) شركة استثمرت مبلغ 5000 جنيه بمعدل فائدة 11% يضاف باستمرار ، فإذا كان المستحق فى نهاية الفترة مبلغ 8666.265 جنيه .

أوجد : 1) فترة الاستثمار .

2) معدل الفائدة الفعال .

حل تمرين (١٨)

$P_o = 5000 \quad P_n = 8666.265 \quad r = 11\%$

1) حساب فترة الاستثمار :

$$n = \frac{Ln\left(\frac{P_n}{P_o}\right)}{r} = \frac{Ln\left(\frac{8666.265}{5000}\right)}{0.11} = 5 \text{ سنوات}$$

2) حساب معدل الفائدة الفعال :

$$r_e = (e)^r - 1$$

$$r_e = (e)^{0.11} - 1 = 11.63\%$$

تمرين (١٩)

1) أوجد معدل الفائدة الفعال الذى يقابل معدل فائدة 12% سنوياً والفائدة تضاف باستمرار .

A) 10.86% **B) 12.75%** C) 11.67% D) غير ذلك

2) أوجد معدل الفائدة الفعال الذى يقابل معدل فائدة 20% سنوياً والفائدة تضاف باستمرار .

A) 21.172% **B) 22.14%** C) 19.215% D) غير ذلك

3) أوجد معدل الفائدة السنوى الذى يضاف باستمرار والذى يقابل معدل فائدة فعال 9.42% .

A) 9% B) 9.2% C) 9.8% D) غير ذلك

4) أوجد معدل الفائدة السنوى الذى يضاف باستمرار والذى يقابل معدل فائدة فعال 23% .

A) 23.5% B) 15.324% **C) 20.701%** D) غير ذلك

حل تمرين (١٩)

1) معدل الفائدة الفعال المقابل لمعدل 12% يضاف باستمرار :

$$r_e = (e)^r - 1 = (e)^{0.12} - 1 = 12.75\%$$

---

2) معدل الفائدة الفعال المقابل لمعدل 20% يضاف باستمرار :

$$r_e = (e)^r - 1 = (e)^{0.20} - 1 = 22.14\%$$

---

3) معدل الفائدة المستمر المقابل معدل فائدة فعال 9.42% :

$$r = Ln(1 + r_e) = Ln(1 + 0.0942) = 9\%$$

---

4) معدل الفائدة المستمر المقابل معدل فائدة فعال 23% :

$$r = Ln(1 + r_e) = Ln(1 + 0.23) = 20.701\%$$

تمرين (٢٠) تاجر مدين بالكمبيالات التالية :

3000 جنيه تستحق الدفع بعد 3 سنوات

6000 جنيه تستحق الدفع بعد 4 سنوات

8000 جنيه تستحق الدفع بعد 6 سنوات

وبعد مرور 4 سنوات اتفق مع الشركة الدائنة على التسوية بتحرير دين جديد يستحق بعد 8 سنوات ، وذلك بمعدل فائدة مركبة 12% سنوياً. فإن :

1) قيمة الدين الأول القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 6377.55 B) 3360 C) 2124.35 D) غير ذلك

2) قيمة الدين الثانى القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 6377.55 B) 3360 C) 2124.35 D) غير ذلك

3) قيمة الدين الثالث القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 6377.55 B) 3360 C) 2124.35 D) غير ذلك

4) قيمة الديون القديمة فى تاريخ التسوية تساوى

A) 16640.44 B) 15737.55 C) 12520.09 D) غير ذلك

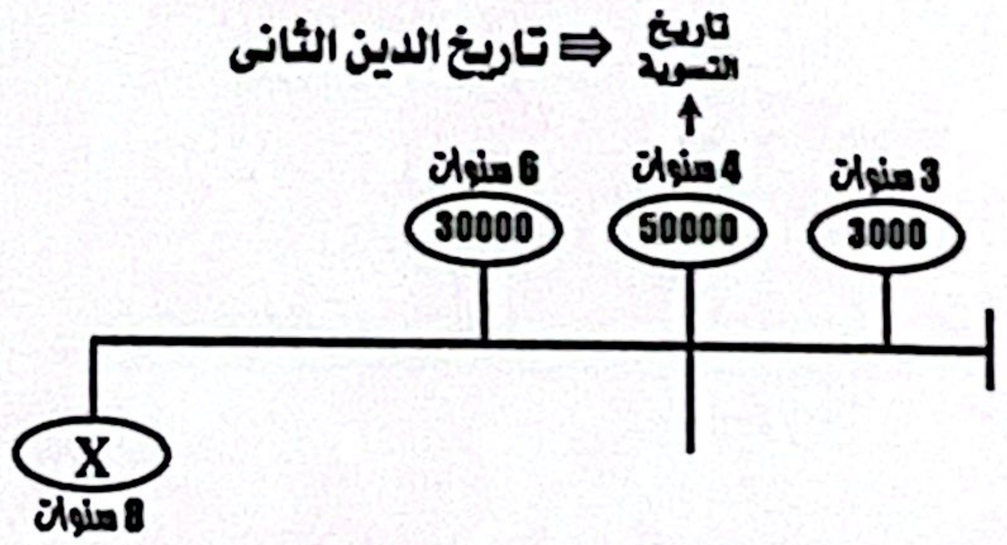
5) القيمة الأسمية للدين الجديد بعد التقريب تساوى

A) 12065.23 B) 38965.9 C) 40120.25 D) غير ذلك

حل تمرين (٢٠)

نفرض أن : X = القيمة الأسمية للدين الجديد

يمكن عرض التمرين بالشكل التالى :



■ إيجاد قيمة الديون القديمة فى تاريخ التسوية :

الدين الأول = $3000 (1 + 0.12)^{1} = 3360$

الدين الثانى = 6000

كما هو

الدين الثالث = $8000 (1 + 0.12)^{-2} = 6377.551$

الديون القديمة = 3360 + 6000 + 6377.551 = 15737.551

■ إيجاد قيمة الديون الجديدة فى تاريخ التسوية :

الدين الجديد = $X (1 + 0.12)^{-8} = 0.40388 X$

■ إيجاد القيمة الأسمية لكل كمبيالة :

قيمة الديون القديمة (فى تاريخ التسوية) = قيمة الديون الجديدة (فى تاريخ التسوية)

$15737.551 = 0.40388 X$

$X = \frac{15737.55}{0.40388} = 38965.9$

■ وعليه تكون :

القيمة الأسمية للدين الجديد = 38965.9

تمرين (٢١) شركة مدينة بالمبالغ التالية :

3000 جنيه تستحق الدفع بعد 3 سنوات

9000 جنيه تستحق الدفع بعد 6 سنوات

6000 جنيه تستحق الدفع بعد 8 سنوات

وقد اتفقت الشركة مع الدائن على أن تستبدل هذه الديون بكمبيالتين القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق بعد 9 سنوات والثانية تستحق بعد 11 سنة ، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم 9% سنوياً، الفائدة تضاف 3 مرات فى السنة . فإن :

1) قيمة الدين الأول القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 2299.25 B) 2951.60 C) 5286.55 D) غير ذلك

2) قيمة الدين الثانى القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 2299.25 B) 2951.60 C) 5286.55 D) غير ذلك

3) قيمة الدين الثالث القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 2299.25 B) 2951.60 C) 5286.55 D) غير ذلك

4) قيمة الديون القديمة فى تاريخ التسوية تساوى

A) 16640.44 B) 10537.40 C) 12520.09 D) غير ذلك

5) القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى الجديدة تساوى

A) 8249.10 **B) 16498.20** C) 40120.25 D) غير ذلك

6) القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية الجديدة تساوى

A) 12065.23 **B) 8249.10** C) 16498.20 D) غير ذلك

حل تمرين (٢١)

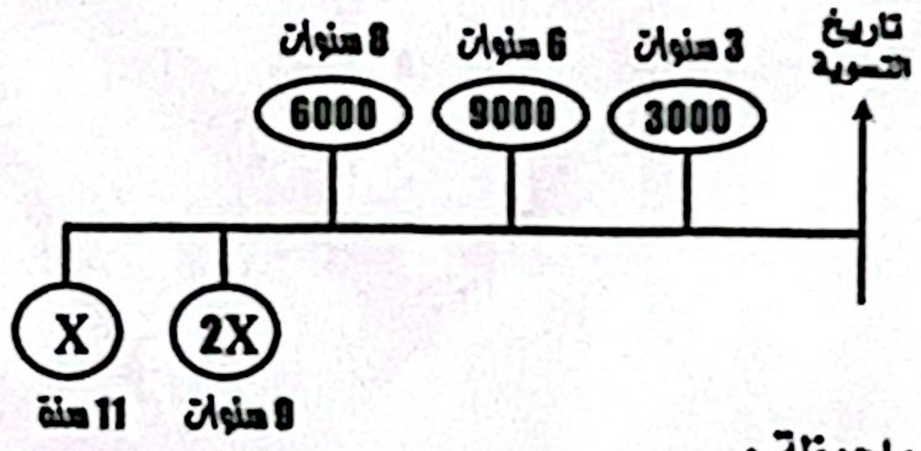
نفرض أن :

X = القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية

2X = القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى

يمكن عرض التمرين بالشكل التالى :

⇓ لم يحدد تاريخ التسوية ⇐ نعتبره الآن ...



ملحوظة :

الفائدة تضاف 3 مرات فى السنة	أسمى سنوى

- تقسم المعدل على عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة .
- نضرب المدة فى عدد مرات أضافة الفائدة فى السنة . .

■ إيجاد قيمة الديون القديمة فى تاريخ التسوية :

الدين الأول = $3000\,(1+0.03)^{-9} = 2299.25$

الدين الثانى = $9000\,(1+0.03)^{-18} = 5286.55$

الدين الثالث = $6000\,(1+0.03)^{-24} = 2951.60$

الديون القديمة = 2299.25 + 5286.55 + 2951.60 = 10537.40

■ إيجاد قيمة الديون الجديدة فى تاريخ التسوية :

الدين الأول = $2X\,(1+0.03)^{-27} = 0.9004X$

الدين الثانى = $X\,(1+0.03)^{-33} = 0.3770X$

الديون الجديدة = 0.9004X + 0.37703X = 1.2774X

■ إيجاد القيمة الأسمية لكل كمبيالة :

قيمة الديون القديمة (فى تاريخ التسوية)	=	قيمة الديون الجديدة (فى تاريخ التسوية)

$$10537.40 = 1.2774X$$

$$X = \frac{10537.40}{1.2774} = 8249.10$$

■ وعليه تكون :

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى = 16498.20

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = 8249.10

تمرين (٢٢) شخص مدين بالمبالغ التالية :

1000 جنيه تستحق الدفع بعد سنتين

2000 جنيه تستحق الدفع بعد 4 سنوات

3000 جنيه تستحق الدفع بعد 6 سنوات

وقد اتفق مع الدائن على أن يستبدل هذه الديون بكمبيالتين القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى ربع القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق بعد 3 سنوات والثانية تستحق بعد 5 سنوات ، فإذا علمت أن التسوية تمت بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً. فان :

1) قيمة الدين الأول القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 1470.060 B) 2572.016 C) 1714.678 **D) غير ذلك**

2) قيمة الدين الثانى القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 1470.060 B) 2205.090 C) 2940.119 D) غير ذلك

3) قيمة الدين الثالث القديم فى تاريخ التسوية تساوى

A) 3150.848 B) 2520.679 **C) 1890.509** D) غير ذلك

4) قيمة الديون القديمة فى تاريخ التسوية تساوى

A) 6640.446 **B) 4217.908** C) 2520.090 D) غير ذلك

5) القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى بعد التقريب تساوى

A) 1200 B) 4800 C) 4020 D) غير ذلك

6) القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية بعد التقريب تساوى

A) 4020 B) 8040 **C) 4800** D) غير ذلك

حل تمرين (٢٢) مايو 2019

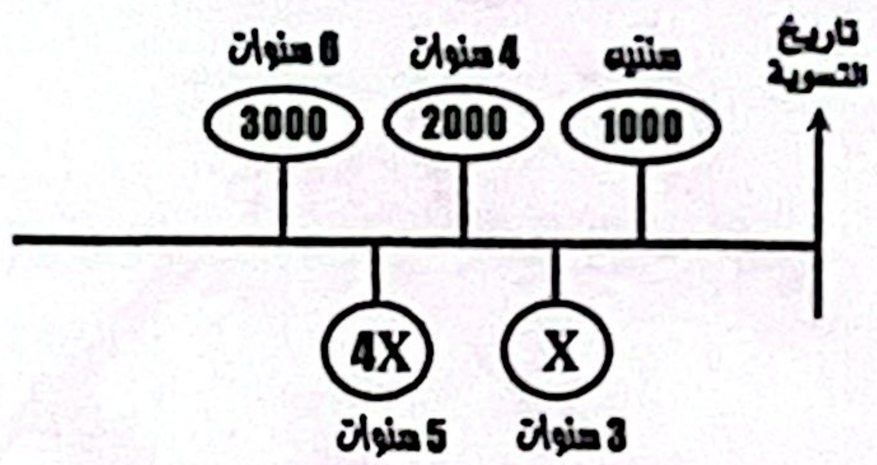
نفرض أن :

X = القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى

4X = القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية

يمكن عرض التمرين بالشكل التالى :

⇓ لم يحدد تاريخ التسوية ⇐ نعتبره الآن ...



■ **إيجاد قيمة الديون القديمة فى تاريخ التسوية :**

الدين الأول = $1000\,(1+0.08)^{-2} = 857.339$

الدين الثانى = $2000\,(1+0.08)^{-4} = 1470.060$

الدين الثالث = $3000\,(1+0.08)^{-6} = 1890.509$

الديون القديمة = 857.339 + 1470.060 + 1890.509 = 4217.908

■ **إيجاد قيمة الديون الجديدة فى تاريخ التسوية :**

الكمبيالة الأولى = $X\,(1+0.08)^{-3} = 0.7938X$

الكمبيالة الثانية = $4X\,(1+0.08)^{-5} = 2.7223X$

الديون الجديدة = 0.7938X + 2.7223X = 3.5161X

■ **إيجاد القيمة الأسمية لكل كمبيالة :**

قيمة الديون القديمة (فى تاريخ التسوية) = قيمة الديون الجديدة (فى تاريخ التسوية)

$4217.908 = 3.5161X$

$X = \frac{4217.908}{3.5161} = 1199.59 \approx 1200$

■ **وعليه تكون :**

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى = 1200

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = 4800

تمرين (٢٢) دفعة سنوية مبلغها 1000 جنيه لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 12% سنويا . فإن :

1) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية تساوى

A) 17548.735 | B) 43459.687

C) 31874.849 | D) لا شئ مما سبق

2) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية تساوى

A) 17548.735 | B) 19654.583

C) 31874.849 | D) لا شئ مما سبق

3) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية تساوى

A) 12069.686 | B) 7494.325

C) 19411.307 | D) لا شئ مما سبق

4) القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت فورية تساوى

A) 13518.048 | B) 8393.644

C) 6328.250 | D) لا شئ مما سبق

5) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى

A) 30926.867 | B) 17548.735

C) 43459.687 | D) لا شئ مما سبق

6) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى

A) 34638.091 | B) 19654.583

C) 48674.849 | D) لا شئ مما سبق

7) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى

A) 13211.009 | B) 31874.849

C) 3206.088 | D) لا شئ مما سبق

8) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية ، وأول مبالغها سوف يدفع بعد 5 سنوات من الآن تساوى

A) 14796.330 | B) 3590.819

C) 7494.325 | D) لا شئ مما سبق

9) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع أخر دفعة ، تساوى

A) 17548.735 B) 51334.763

C) 30926.867 D) لا شئ مما سبق

10) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع أخر دفعة ، تساوى

A) 19654.583 B) 57494.935

C) 34638.091 D) لا شئ مما سبق

11) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع أخر دفعة ، تساوى

A) 13211.009 B) 5650.223

C) 5650.223 D) لا شئ مما سبق

12) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية وكان هناك 5 سنوات أخرى بعد دفع أخر دفعة ، تساوى

A) 14796.330 B) 21740.664

C) 6328.250 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٢)

■ حل الأسئلة من (4 - 1) : **الدفعة عاجلة**

$v = 1000 \qquad r = 12\,\% \qquad n = 10$

1) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$P_n = 1000 \times \frac{(1.12)^{10} - 1}{0.12} = 17548.735$$

---

2) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية :

($1+r$) جملة الدفعة العادية = جملة الدفعة الفورية

$P_n = 17548.735 \times (1.12) = 19654.583$

---

3) القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_0 = v \times \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

$$P_0 = 1000 \times \frac{1-(1.12)^{-10}}{0.12} = 5650.223$$

4) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :

($1+r$) القيمة الحالية لدفعة عادية = القيمة الحالية لدفعة فورية

$P_0 = 5650.223 \times (1.12) = 6328.250$

■ حل الأسئلة من (8 - 5) : **مؤجلة قبل السداد**

$v = 1000 \qquad r = 12\,\% \qquad n = 10 \qquad m = 5$

5) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$P_n = 17548.735$ **تعامل كدفعة عادية عاجلة**

---

6) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية :

$P_n = 19654.583$ **تعامل كدفعة فورية عاجلة**

---

7) القيمة الحالية هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_0 = v \times \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_0 = 1000 \times \frac{1-(1.12)^{-10}}{0.12} \times (1.12)^{-5}$$

$P_0 = 3206.088$

---

8) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :

($1+r$) القيمة الحالية لدفعة عادية = القيمة الحالية لدفعة فورية

$P_0 = 3206.088 \times (1.12) = 3590.819$

■ حل الأسئلة من (12 - 9) : **مؤجلة بعد السداد**

$v = 1000 \qquad r = 12\,\% \qquad n = 10 \qquad m = 5$

9) جملة هذه الدفعات إذا كانت عادية :

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r)^m$$

$$P_n = 1000 \times \frac{(1.12)^{10} - 1}{0.12} \times (1.12)^5$$

$P_n = 30926.867$

---

10) جملة هذه الدفعات إذا كانت فورية :

($1+r$) جملة الدفعة العادية = جملة الدفعة الفورية

$P_n = 17548.735 \times (1.12) = 19654.583$

11) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت عادية :

تعامل كدفعة عادية عاجلة

$P_0 = 5650.223$

12) القيمة الحالية لهذه الدفعات إذا كانت فورية :

تعامل كدفعة فورية عاجلة

$P_0 = 6328.250$

تمرين (٢٤) دفعة ربع سنوية مبلغها 200 جنيه لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 16% يضاف كل 3 شهور . فإن :

1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد تساوى

A) 35569.2 B) 960.2

C) 19005.1 D) لا شئ مما سبق

2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 5 سنوات بعد السداد تساوى

A) 43308.22 B) 19765.31

C) 19005.1 D) لا شئ مما سبق

3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد تساوى

A) 1806.6 B) 3958.6

C) 2113.5 D) لا شئ مما سبق

4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات بعد السداد تساوى

A) 1806.6 B) 4116.9

C) 3958.6 D) لا شئ مما سبق

5) القيمة الحالية للدفعة الدائمة التى تدفع أول كل 3 شهور

A) 5000 B) 5200

C) 3958.6 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٤) يونيو 2021

ملحوظة :

معدل الفائدة 16% يضاف كل 3 شهور	أسمى سنوى

$v = 200 \quad r_4 = \frac{16\%}{4} = 4\% \quad n = 10 \times 4 = 40$

1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد	تعامل كدفعة عادية عاجلة

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$P_n = 200 \times \frac{(1.04)^{40} - 1}{0.04} = 19005.1$$

2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 5 سنوات بعد السداد :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد	$m = 5\,(4) = 20$

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r) \times (1+r)^m$$

$$P_n = 200 \times \frac{(1.04)^{40} - 1}{0.04} \times (1.04) \times (1.04)^{20}$$

$$P_n = 43308.22$$

3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد	$m = 4\,(4) = 16$

$$P_0 = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_0 = 200 \times \frac{1 - (1.04)^{-40}}{0.04} \times (1.04)^{-16} = 2113.5$$

4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات بعد السداد :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد	تعامل كدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)$$

$$P_0 = 200 \times \frac{1 - (1.04)^{-40}}{0.04} \times (1.04) = 4116.9$$

5) القيمة الحالية للدفعة الدائمة التى تدفع أول كل 3 شهور :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r) = 200 \times \frac{1}{0.04} \times (1.04) = 5200$$

تمرين (٢٥) دفعة ثلث سنوية مبلغها 700 جنيه لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة مركبة 15% يضاف كل 4 شهور . فإن :

1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 4 شهور ومؤجلة 3 سنوات قبل السداد تساوى

A) 31151.4	B) 43833.15
C) 35924.23	D) لا شئ مما سبق

2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور ومؤجلة سنتين بعد السداد تساوى

A) 43833.15	B) 35924.23
C) 31151.4	D) لا شئ مما سبق

3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 4 شهور ومؤجلة 3 سنوات قبل السداد تساوى

A) 9659.05	B) 6226.31
C) 10142	D) لا شئ مما سبق

4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور ومؤجلة سنتين بعد السداد تساوى

A) 10142	B) 9659.05
C) 6226.31	D) لا شئ مما سبق

5) القيمة الحالية للدفعة الدائمة التى تدفع أخر كل 4 شهور

A) 18000	B) 14000
C) 14700	D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٥) يونيو 2021

ملحوظة :

معدل الفائدة 15% يضاف كل 4 شهور	أسمى سنوى

$$v = 700 \quad r_3 = \frac{16\%}{3} = 5\% \quad n = 8 \times 3 = 24$$

1) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 4 شهور ومؤجلة 3 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد	تعامل كدفعة عادية عاجلة

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$P_n = 700 \times \frac{(1.05)^{24} - 1}{0.05} = 31151.4$$

2) جملة هذه الدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور ومؤجلة سنتين بعد السداد :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد	$m = 2\,(3) = 6$

$$P_n = v \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r) \times (1+r)^m$$

$$P_n = 700 \times \frac{(1.05)^{24} - 1}{0.05} \times (1.05) \times (1.05)^6$$

$$P_n = 43833.15$$

3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 4 شهور ومؤجلة 3 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد	$m = 3\,(3) = 9$

$$P_o = v \times \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_o = 700 \times \frac{1-(1.05)^{-24}}{0.05} \times (1.05)^{-9} = 6226.31$$

4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 4 شهور ومؤجلة سنتين بعد السداد :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد	تعامل كدفعة فورية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} \times (1+r)$$

$$P_o = 700 \times \frac{1-(1.05)^{-24}}{0.05} \times (1.05) = 10142$$

5) القيمة الحالية للدفعة الدائمة تدفع أخر كل 4 شهور :

الدفعة عادية عاجلة

$$P_o = v \times \frac{1}{r} = 700 \times \frac{1}{0.05} = 5200$$

تمرين (٢٦) يودع شخص الدفعات التالية :

60 جنيه أول كل 4 شهور لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 15% يضاف كل 4 شهور .

70 جنيه أخر كل شهر لمدة 2 سنة تالية بمعدل فائدة مركبة 12% يضاف كل شهر .

20 جنيه أول كل 3 شهور لمدة 5 سنوات تالية بمعدل فائدة مركبة 8% يضاف 4 مرات فى السنة . فإن :

1) جملة الدفعات التى مبلغها 60 جنيه فى نهاية 10 سنوات

A) 2805.68 B) 495.67
C) 1310.68 D) لا شئ مما سبق

2) جملة الدفعات التى مبلغها 70 جنيه فى نهاية 10 سنوات

A) 495.67 B) 1310.68
C) 2805.68 D) لا شئ مما سبق

3) جملة الدفعات التى مبلغها 20 جنيه فى نهاية 10 سنوات

A) 1310.68 B) 2805.68
C) 495.67 D) لا شئ مما سبق

4) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 60 جنيه الآن :

A) 447.79 B) 958.56
C) 67.74 D) لا شئ مما سبق

5) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 70 جنيه الآن :

A) 67.74 B) 447.79
C) 958.56 D) لا شئ مما سبق

6) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 20 جنيه الآن :

A) 169.34 B) 958.56
C) 67.74 D) لا شئ مما سبق

7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

A) 1474.09 B) 4612.03
C) 12715.01 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٦) يونيو 2021

لمدة 3 سنوات	لمدة سنتين	لمدة 5 سنوات
60 جنيه أول كل 4 شهور	70 جنيه أخر كل شهر	20 جنيه أول كل 3 شهور
بمعدل فائدة 15% يضاف كل 4 شهور	بمعدل فائدة 12% يضاف كل شهر	بمعدل فائدة 8% يضاف 4 مرات فى السنة
$k = 3$	$k = 12$	$k = 4$
$r_3 = 5\%$	$r_{12} = 1\%$	$r_4 = 2\%$

1) جملة الدفعات التى مبلغها 60 جنيه فى نهاية المدة :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 60 \times \frac{(1.05)^9 - 1}{0.05} \times (1.05) \times (1.01)^{24} \times (1.02)^{20}$$

$$P_n = 1310.68$$

2) جملة الدفعات التى مبلغها 70 جنيه فى نهاية المدة :

الدفعة عادية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 70 \times \frac{(1.01)^{24} - 1}{0.01} \times (1.02)^{20} = 2805.68$$

3) جملة الدفعات التى مبلغها 20 جنيه فى نهاية المدة :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_n = 20 \times \frac{(1.02)^{20} - 1}{0.02} \times (1.02) = 495.67$$

4) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 60 جنيه الآن :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = 60 \times \frac{1 - (1.05)^{-90}}{0.05} \times (1.05) = 447.79$$

5) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 70 جنيه الآن :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد

$$P_0 = 70 \times \frac{1 - (1.01)^{-24}}{0.01} \times (1.05)^{-9} = 958.56$$

6) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 20 جنيه الآن :

الدفعة فورية مؤجلة قبل السداد

$$P_0 = 20 \times \frac{1 - (1.02)^{-20}}{0.02} \times (1.02) \times (1.01)^{-24} \times (1.05)^{-9}$$

$$P_0 = 169.34$$

7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

$$P_0 = 447.79 + 958.56 + 169.34 = 1575.69$$

تمرين (٢٧)

يودع شخص الدفعات التالية :

50 جنيه أول كل شهر لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة 12% يضاف كل شهر .

30 جنيه أخر كل 6 شهور لمدة 3 سنوات تالية بمعدل فائدة مركبة 14% يضاف كل 6 شهور .

40 جنيه أول كل 3 شهور لمدة سنتين تاليتين بمعدل فائدة مركبة 16% يضاف 4 مرات فى السنة . فإن :

1) جملة الدفعات التى مبلغها 50 جنيه فى نهاية 9 سنوات

A) 6349.98 | B) 3091.74
C) 4639.87 | D) لا شئ مما سبق

2) جملة الدفعات التى مبلغها 30 جنيه فى نهاية 9 سنوات

A) 293.69 | B) 512.37
C) 214.6 | D) لا شئ مما سبق

3) جملة الدفعات التى مبلغها 40 جنيه فى نهاية 9 سنوات

A) 368.57 | B) 370.15
C) 383.31 | D) لا شئ مما سبق

4) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 50 جنيه الآن :

A) 1917.68 | B) 88.69
C) 115.76 | D) لا شئ مما سبق

5) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 30 جنيه الآن :

A) 115.67 | B) 1917.69
C) 88.69 | D) لا شئ مما سبق

6) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 40 جنيه الآن :

A) 88.69 | B) 115.76
C) 1917.69 | D) لا شئ مما سبق

7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

A) 2720.12 | B) 2122.14
C) 1519.28 | D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٧) يونيو 2021

لمدة 4 سنوات	لمدة 3 سنوات	لمدة سنتين
50 جنيه أول كل شهر	30 جنيه أخر كل 6 شهور	40 جنيه أول كل 3 شهور
بمعدل فائدة 12% يضاف كل شهر	بمعدل فائدة 14% يضاف كل 6 شهور	بمعدل فائدة 16% يضاف 4 مرات فى السنة
$k = 12$	$k = 2$	$k = 4$
$r_{12} = 1\%$	$r_2 = 7\%$	$r_4 = 4\%$

1) جملة الدفعات التى مبلغها 50 جنيه فى نهاية المدة :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 50 \times \frac{(1.01)^{48} - 1}{0.01} \times (1.01) \times (1.07)^6 \times (1.04)^8$$

$$P_n = 6349.98$$

2) جملة الدفعات التى مبلغها 30 جنيه فى نهاية المدة :

الدفعة عادية مؤجلة بعد السداد

$$P_n = 30 \times \frac{(1.07)^6 - 1}{0.07} \times (1.04)^8 = 293.69$$

3) جملة الدفعات التى مبلغها 40 جنيه فى نهاية المدة :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_n = 40 \times \frac{(1.04)^8 - 1}{0.04} \times (1.04) = 383.31$$

4) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 50 جنيه الآن :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = 50 \times \frac{1 - (1.01)^{-48}}{0.01} \times (1.01) = 1917.68$$

5) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 30 جنيه الآن :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد

$$P_0 = 30 \times \frac{1 - (1.07)^{-6}}{0.07} \times (1.01)^{-48} = 88.69$$

6) القيمة الحالية للدفعات التى مبلغها 40 جنيه الآن :

الدفعة فورية مؤجلة قبل السداد

$$P_0 = 40 \times \frac{1 - (1.04)^{-8}}{0.04} \times (1.04) \times (1.07)^{-6} \times (1.01)^{-48}$$

$$P_0 = 115.76$$

7) مجموع القيم الحالية لجميع الدفعات الآن :

$$P_0 = 1917.68 + 88.69 + 115.76 = 2122.14$$

تمرين (٢٨)

دفعة دائمة ربع سنوية مبلغها 200 جنيه بمعدل فائدة مركبة 16% يضاف كل 3 شهور . فإن :

1) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور

A) 5000 | B) 5200
C) 3958.6 | D) لا شئ مما سبق

2) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور

A) 5000 | B) 5200
C) 3958.6 | D) لا شئ مما سبق

3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد تساوى

A) 5000 B) 5200

C) 3958.6 D) لا شئ مما سبق

4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 5 سنوات بعد السداد تساوى

A) 5000 B) 5200

C) 3958.6 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٨)

ملحوظة :

معدل الفائدة 16% يضاف كل 3 شهور	أسمى سنوى

$$v = 200 \qquad r_4 = \frac{16\%}{4} = 4\%$$

1) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور :

الدفعة عادية عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} = 200 \times \frac{1}{0.04} = 5000$$

2) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)$$

$$P_0 = 200 \times \frac{1}{0.04} \times (1.04) = 5200$$

3) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أخر كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات قبل السداد :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد	$m = 4\,(4) = 16$

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_0 = 200 \times \frac{1}{0.04} \times (1.04)^{-16} = 2669.54$$

4) القيمة الحالية للدفعات إذا كانت تدفع أول كل 3 شهور ومؤجلة 4 سنوات بعد السداد :

الدفعة فورية مؤجلة بعد السداد	تعامل كدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)$$

$$P_0 = 200 \times \frac{1}{0.04} \times (1.04) = 5200$$

تمرين (٢٩) اشترت شركة فندق يدر إيراد سنوى 90000 جنيه . أحسب ثمن شراء الفندق اليوم والذى يحقق فائدة مركبة بمعدل 12% سنوياً . وذلك :

1) إذا كان الايراد يستحق فى نهاية كل سنة .

2) إذا كان الايراد يستحق فى بداية كل سنة .

حل تمرين (٢٩)

$$v = 90000 \qquad r = 12\,\%$$

ثمن الشراء = القيمة الحالية (القيمة فى الوقت الحاضر)

1) إذا كان الايراد يستحق فى نهاية كل سنة :

الدفعة عادية عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} = 90000 \times \frac{1}{0.12} = 750000$$

2) إذا كان الايراد يستحق فى بداية كل سنة :

الدفعة فورية عاجلة

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)$$

$$P_0 = 90000 \times \frac{1}{0.12} \times (1.12) = 840000$$

تمرين (٣٠) اشترى شخص قطعة أرض زراعية تحتاج لاستصلاح زراعى لمدة 5 سنوات ثم بعدها تدر عائد سنوى دائم 9000 جنيه أحسب ثمن شراء قطعة الأرض اليوم والذى يحقق للمشترى فائدة مركبة بمعدل 15% سنوياً . وذلك :

1) إذا كان الايراد يستحق فى نهاية كل سنة .

2) إذا كان الايراد يستحق فى بداية كل سنة .

حل تمرين (٣٠)

$$v = 9000 \qquad r = 12\,\% \qquad m = 5$$

ثمن الشراء = القيمة الحالية (القيمة فى الوقت الحاضر)

1) إذا كان الايراد يستحق فى نهاية كل سنة :

الدفعة عادية مؤجلة قبل السداد

$$P_0 = v \times \frac{1}{r} \times (1+r)^{-m}$$

$$P_0 = 9000 \times \frac{1}{0.15} \times (1.15)^{-5} = 29830.60$$

2) إذا كان الايراد يستحق فى بداية كل سنة :

الدفعة فورية مؤجلة قبل السداد

القيمة الحالية لدفعة عادية = القيمة الحالية لدفعة فورية $(1+r)$

$$P_0 = 29830.60 \times (1.15) = 34305.19$$

تمرين (٢١) اقترض شخص مبلغ 150000 جنيه وتعهد بسداد المبلغ على 5 أقساط نصف سنوية متساوية من أصل والفوائد معا بمعدل 10% سنوياً يضاف كل 6 شهور .

فإن :

1) القسط المتساوى يساوى

A) 36563.34	**B) 34646.22**
C) 3534143	D) لا شئ مما سبق

2) الفائدة المستحقة عن الفترة الثانية تساوى

A) 7500	B) 4717.51
C) 6142.69	D) لا شئ مما سبق

3) الاستهلاك الأول يساوى

A) 28503.53	**B) 27146.22**
C) 29928.71	D) لا شئ مما سبق

4) الاستهلاك الثانى يساوى

A) 28503.53	B) 27146.22
C) 29928.71	D) لا شئ مما سبق

5) الاستهلاك الأخير يساوى

A) 28503.53	B) 27146.22
C) 29928.71	**D) لا شئ مما سبق**

6) مجموع الفوائد المستحقة تساوى

A) 28503.53	**B) 23231.10**
C) 29928.71	D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢١)

معدل الفائدة 10% يضاف كل 6 شهور	أسمى سنوى

$r_2 = \frac{10\%}{2} = 5\%$

$k = 2$ عدد مرات إضافة الفائدة

1) ايجاد القسط المتساوى (ثابت) :

$$\text{القسط المتساوى} = \frac{\text{قيمة القرض}}{\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}}$$

$$\text{القسط المتساوى} = \frac{150000}{\frac{1-(1.05)^{-5}}{0.05}} = 34646.22$$

2) تصوير جدول استهلاك القرض ... كما يلى :

④ - ① ③ - ② ① × r ثابت

الفترة	الرصيد أول الفترة ①	القسط المتساوى ②	الفائدة المستحقة ③	الاستهلاك ④	الرصيد آخر الفترة ⑤
1	150000	34646.22	7500	27146.22	122853.78
2	122853.78	34646.22	6142.69	28503.53	94350.25
3	94350.25	34646.22	4717.51	29928.71	64421.54
4	64421.54	34646.22	3221.08	31425.14	32996.40
5	32996.40	34646.22	1649.82	32996.40	0
		173231.10	23231.10	150000	

تمرين (٢٢) اقترض شخص مبلغ من بنك مصر وتعهد بسداد المبلغ على 5 أقساط نصف سنوية متساوية من أصل والفوائد معا ، فإذا علمت أن :

الاستهلاك الثالث = 1993.22	الاستهلاك الرابع = 2112.83

1) معدل الفائدة المركبة النصف سنوى يساوى

A) 12%	**B) 6%**
C) 8%	D) لا شئ مما سبق

2) الأستهلاك الأول تساوى

A) 1773.96	B) 3547.92
C) 2660.94	D) لا شئ مما سبق

3) الاستهلاك الثانى يساوى

A) 3986.44	**B) 1880.40**
C) 2820.60	D) لا شئ مما سبق

4) مبلغ القرض يساوى

A) 20000 B) 18000

C) 15000 D) لا شئ مما سبق

5) القسط المتساوى تساوى

A) 4747.92 B) 2373.96

C) 3560.94 D) لا شئ مما سبق

6) مجموع الفوائد تساوى

A) 3739.60 B) 2804.70

C) 1869.80 D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٢) محاضرة

1) ايجاد معدل الفائدة النصف سنوى :

$$(1+\text{المعدل}) = \frac{\text{أى استهلاك}}{\text{أى استهلاك سابق له}}^{\text{فرق الزمن}}$$

$$1+r = \frac{1993.22}{2112.82} \Rightarrow 1+r = 1.06$$

$$r = 1.06 + 1 = 0.06 = 6\%$$

2) ايجاد الاستهلاك الأول :

$$(1+\text{المعدل}) = \frac{\text{أى استهلاك}}{\text{أى استهلاك سابق له}}^{\text{فرق الزمن}}$$

$$\frac{\text{الاستهلاك الثالث}}{\text{الاستهلاك الأول}} = (1+r)^2 \Rightarrow \frac{1993.22}{\text{الاستهلاك الأول}} = (1.06)^2$$

$$\text{الاستهلاك الأول} = \frac{1993.22}{(1.06)^2} = 1773.96$$

حل أخر :

$$\frac{\text{الاستهلاك الرابع}}{\text{الاستهلاك الأول}} = (1+r)^3 \Rightarrow \frac{2112.82}{\text{الاستهلاك الأول}} = (1.06)^3$$

$$\text{الاستهلاك الأول} = \frac{2112.82}{(1.06)^3} = 1773.96$$

3) ايجاد الاستهلاك الثانى :

$$(1+\text{المعدل}) = \frac{\text{أى استهلاك}}{\text{أى استهلاك سابق له}}^{\text{فرق الزمن}}$$

$$\frac{\text{الاستهلاك الثالث}}{\text{الاستهلاك الثانى}} = 1+r \Rightarrow \frac{1993.22}{\text{الاستهلاك الثانى}} = 1.06$$

$$\text{الاستهلاك الثانى} = \frac{1993.22}{1.06} = 1880.40$$

حل أخر :

$$\frac{\text{الاستهلاك الرابع}}{\text{الاستهلاك الثانى}} = (1+r)^2 \Rightarrow \frac{2112.82}{\text{الاستهلاك الثانى}} = (1.06)^2$$

$$\text{الاستهلاك الثانى} = \frac{2112.82}{(1.06)^2} = 1880.40$$

4) ايجاد الاستهلاك الخامس :

$$(1+\text{المعدل}) = \frac{\text{أى استهلاك}}{\text{أى استهلاك سابق له}}^{\text{فرق الزمن}}$$

$$\frac{\text{الاستهلاك الخامس}}{\text{الاستهلاك الرابع}} = 1+r \Rightarrow \frac{\text{الاستهلاك الخامس}}{2112.82} = 1.06$$

$$\text{الاستهلاك الخامس} = 2112.82 \times 1.06 = 2239.59$$

حل أخر :

$$\frac{\text{الاستهلاك الخامس}}{\text{الاستهلاك الثالث}} = (1+r)^2 \Rightarrow \frac{\text{الاستهلاك الخامس}}{1993.22} = (1.06)^2$$

$$\text{الاستهلاك الخامس} = 1993.22 \times (1.06)^2 = 2239.59$$

5) ايجاد مبلغ القرض :

مبلغ القرض = مجموع الاستهلاكات

مبلغ القرض

$$= 1773.96 + 1880.40 + 1993.22 + 2112.83 + 2239.59$$

مبلغ القرض = 10000

6) ايجاد القسط المتساوى (ثابت) :

$$\text{القسط المتساوى} = \frac{\text{قيمة القرض}}{\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}}$$

$$\text{القسط المتساوى} = \frac{10000}{\frac{1-(1.06)^{-5}}{0.06}} = 2373.96$$

7) ايجاد مجموع الفوائد :

مجموع الفوائد

= (قيمة القسط المتساوى × عدد الأقساط) - أصل القرض

مجموع الفوائد = (2373.96 × 5) - 10000 = 1869.80