س-ن (٨) ص 13

صياغة النموذج الرياضي للمشكلة السابقة

$$F = 20X_1 + 30X_2$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 200$$
$$X_1 + 2X_2 \leq 100$$

$$\therefore Z = 200Y_1 + 100Y_2$$

$$3Y_1 + Y_2 \geq 20$$
$$2Y_1 + 2Y_2 \geq 30$$
$$Y_1, Y_2 \geq 0$$

لتعظيم
قيد
قيد
قيد
قيد
قيد

حصل	$Y_2, Y_1 \leftarrow X_2, X_1$
معاملات دالة الهدف	أعمدة المتغيرات الأساسية في جدول الحل الأمثل للمشكلة الأولية
الطرف الأيمن	القيود
	$\geq \leftarrow \leq$
الدالة	$F \leftarrow Z$
معاملات القيود العمود	" " الصف

جدول الحل الأمثل للمشكلة الأولية

		المتغيرات	S_2	S_1
Z	F	1750	$\frac{-5}{2}$	$\frac{-25}{2}$
S_1	X_1	50	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$
S_2	X_2	25	$\frac{1}{4}$	$\frac{-3}{4}$

نحل كل قيد الى الصفر مع تغير الاشارة بعدد الشطب

جدول الحل الأمثل للمشكلة الثنائية

	المتغيرات	S_1	S_2
Z	1750	50	25
Y_2	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{4}$
Y_1	$\frac{25}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{3}{4}$

$\therefore Z = 1750$

$Y_1 = \frac{5}{2}$

$Y_2 = \frac{25}{2} = 12.5$

CARVEN

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

تمرين ٩ ص ١٥

$Z = 2500X_1 + 3500X_2$ تصغير

$5X_1 + 5X_2 \geq 250$ y_1 / كمن الطلب

$4X_1 + 3X_2 \geq 150$ y_2

$X_1 + 2X_2 \geq 70$ y_3

$X_1 , X_2 \geq 0$

حل بالسمبلكس سابقاً نجد أن الحل الأمثل ←

	الحلول	S_1	S_3
Z	195000	300	1000
X_1	30	$\frac{2}{5}$	-1
S_2	30	1	-1
X_2	20	$\frac{-1}{5}$	1

∴ صياغة الحل الأمثل للمسألة البديلة

$F = 250Y_1 + 150Y_2 + 70Y_3$ لتعظيم

$5Y_1 + 4Y_2 + Y_3 \leq 2500$ كمن العميل

$5Y_1 + 3Y_2 + 2Y_3 \leq 3500$

$Y_1 , Y_2 , Y_3 \geq 0$

CARVEN

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

جدول رابع ، اكمل الأول للمرحلة البديلة

	المتغيرات	S_1	Y_2	S_2
F	145000	-30	-30	-20
Y_1	300	$-\frac{6}{2}$	-1	$\frac{1}{5}$
Y_3	1000	1	1	1

البديلة

جدول الأول الأصلية

	المتغيرات	S_1	S_3
Z	450,00	30	1000
X_1	30	$\frac{2}{5}$	-1
S_2	30	1	-1
X_2	20	$\frac{-1}{5}$	1

نحل كل صف للعمود مع تغير إشارته ما عدا صف دالة الهدف

الأصلية

$\therefore f = 145000$

$Y_1 = 300 \quad Y_2 = 0$

$Y_3 = 1006$

البديلة

الأصلية

المتغيرات القرارية X_2, X_1 ← متغيرات Y_1 ، Y_2

عدد متغيرات القرار ← عدد القيود الهيكلية

معاملات دالة الهدف ← اكتب على طرف القيود

اكتب كطرف القيود ← معاملات دالة الهدف

معاملات القيود (الأعمدة) ← معاملات القيود (صف)

$=$ ←

القيود $\leq$ ← أقل من ← $\geq$ أكبر من

$\geq$ ← أكبر من ← $\leq$ أقل من

CARVEN
تم المسح الضوئي بـ CamScanner

جزء نظرى

■ فروض نظرية المباريات :

1) فرض المعرفة : ويعني توافر كافة البيانات والمعلومات لكل متنافس عن باقي المتنافسين.

2) فرض الرشد : ويعني المتنافس (اللاعب أو متخذ القرار) يختار من بين الإستراتيجيات المتاحة لديه تلك الإستراتيجية التي تعظم دالة منفعة أو تحقق له أقصى ربح ممكن أو خفض قيمة خسارته إلى أقل ما يمكن وتكبد أقل تكاليف ممكنة وذلك مع علمه بأن باقي المتنافسين يعملون على تحقيق نفس الأهداف لأنفسهم.

3) فرض القياس الكمي : ويعني توافر إمكانية تقييم وقياس نتيجة أي مباراة في صورة كمية وذلك في المواقف المختلفة للتنافس وتشمل الربح والخسارة على حد سواء.

■ الشروط الواجب توافرها قبل تطبيق نظرية المباريات :

1) وجود عدد محدود من المتنافسين (اللاعبين) .
2) لكل متنافس عدد محدود من البدائل يمكنه له إتباعها ولا يشترط أن تتطابق البدائل المتاحة للمتنافسين .
3) كل تحرك لأي متنافس يؤدي إلى نتيجة معروفة مسبقاً ومحدودة تسمى نتائج اللعب .
4) كل متنافس يجب أن يعرف جميع التحركات المتاحة للمتنافسين الآخرين مقدماً إلا أنه بالطبع لا يعرف التحرك المعين الذي سوف يختاره منافسه بالضبط إلا بعد اختياره وعندما يقوم أول متنافس بإختيار تحرك ما تكون المباراة قد بدأت.
5) أن المكاسب التي يحققها متنافس معين تعتمد على أمرين أولهما تحركاته التي يختارها بنفسه تحت فرض الرشد، والثاني تحركات المتنافسين الآخرين.
6) جميع النتائج الممكنة يجب أن تكون قابلة للحساب والقياس الكمي.
7) قيمة المباراة تمثل متوسط ما يربحه (أو يخسره) متنافس ما إذا ما اختار المتنافسون أفضل اختياراتهم.

■ العناصر التي تتكون منها أي مباراة :

1) الأطراف المتنازعة وهم عبارة عن المتنافسين أو متخذي القرارات.
2) القوانين أو الإجراءات التي تحكم المباراة.
3) الفروض التي تبنى عليها المباراة.
4) الإستراتيجيات المتاحة لكل متنافس.
5) المواقف المختلفة للمباراة.
6) القيم التي يعطيها المتنافسون لكل موقف.
7) العوامل التي تؤثر في قرارات المتنافسين.

■ أنواع المباريات :

1) أنواع المباريات من حيث عدد المتنافسين :

⇐ المباريات الثنائية : وهي المباريات التي تشتمل على متنافسين اثنين فقط بصرف النظر عن عدد الخطط المتاحة لكل متنافس .

⇐ المباريات غير الثنائية : وهي المباريات التي يكون فيها عدد المتنافسين أكبر من اثنين وذلك بغض النظر عن عدد الإستراتيجيات المتاحة لكل متنافس .

2) أنواع المباريات من حيث السكون والحركة :

⇐ المباريات الساكنة : حيث يجب على اللاعبين أن يقوموا باختيار استراتيجياتهم كلها في نفس الوقت أي أن كل واحد منهم يتخذ قراره في نفس اللحظة ولا يستطيع أن يرى أولاً ماذا فعل المنافس ليبني قراره بناءً على ذلك .

⇐ المباريات الديناميكية : يمكن للاعبين فيها أن يتخذوا قراراتهم الواحد تلو الآخر .

3) أنواع المباريات من حيث المعلومات المتوفرة عن المباراة :

⇐ المباريات ذات المعلومات الكاملة : وفيها يكون فيها كل لاعب على علم تام بجميع الخطوات وجميع الإستراتيجيات المتاحة له لمنافسيه طوال وقت المباراة.

⇐ المباريات منقوصة المعلومات : وهي تلك المباريات التي لا يكون فيها كل متنافس على علم تام بجميع الإستراتيجيات المتاحة له أو لمنافسيه وإنما يعتمد على توقعاته واجتهاده في تحقيق أي كسب خلال المباراة.

4) أنواع المباريات من حيث العائد :

⇐ مباراة المجموع يساوي ثابت : في هذا النوع من المباريات يحاول المتنافسون إقتسام منفعة ذات قيمة ثابتة فيما بينهم ، حيث يقوم كل متنافس باستخدام الإستراتيجيات المتاحة لديه للحصول على أكبر قدر ممكن من هذه المنفعة على حساب المتنافسين الآخرين .

⇐ مباراة المجموع يساوي صفر : في هذا النوع من المباريات يكون مقدار المكسب الذي يحققه أحد المتنافسين يعادل تماما مقدار خسارة باقي المتنافسين بحيث يكون إجمالي المكاسب والخسائر للمتنافسين جميعاً في نفس الوقت يساوي الصفر .

⇐ مباراة المجموع لا يساوي صفر : في هذا النوع من المباريات يكون مجموع مقدار المكاسب التي يحققها أحد المتنافسين والخسارة التي تلحق بباقي المتنافسين لا يساوي الصفر .

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

(3)

كيفية حل تمرين المباريات وطرق الحل الصحيح

البحث عن نقطة تلاقي

Saddle Point

إذا وجدت نقطة تلاقي ⇐ تكون هي الحل وتسمى استراتيجية نقية

إذا لم توجد نقطة تلاقي ⇐ تسمى استراتيجية مختلطة

إذا كانت المباراة 2×2

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

نحل بإحدى الطرق التالية

1. الطريقة الحسابية
2. الطريقة الجبرية
3. طريقة جبر المصفوفات
4. طريقة الاحتمال المشترك

إذا كانت المباراة أكبر من 2×2

نستخدم قوانين السيطرة لتخفيض المباراة إذا قصرت إلى

- 2×2 ⇐ نحل بإحدى الطرق السابقة
- صفين أو أكثر من عمودين ⇐ نحل باستخدام المباريات الفرعية
- عمودين أو أكثر من صفين ⇐ نحل باستخدام المباريات الفرعية

3×3 ⇐ نحل باستخدام

- طريقة الاحتمالات المختصرة
- طريقة المصفوفات
- الطريقة الاختصارية (في حالة عدم وجود نقطة تلاقي)

أخيرًا

أولاً / الطريقة الحسابية:

حل المباراة الآتية:

$$A \begin{bmatrix} B_2 & B_1 \\ 7 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \end{matrix}$$

نبحث عن نقطة تلاقي ⇐ لا يوجد نقطة تلاقي لها ⇐ (استراتيجية مختلطة)

∴ نحل بالطريقة الحسابية لحل المباراة ← طرح ← تبديل ← قسمة

	B_2	B_1	
	7	2	A_1
	3	4	A_2
	2/6	4/6	

A استراتيجية الصفوف	
الصف الأول	$\frac{1}{6}$ من وقت المباراة
الصف الثاني	$\frac{5}{6}$ من الوقت
B استراتيجية العمود الأول	$\frac{4}{6}$
// الثاني	$\frac{2}{6}$

6 ← مجموع الفروق التي استخرجناها

$5+1=6$

$2+4=6$

∴ قيمة المباراة هي قيمة تخص اللاعبين A و B

أو

ضرب أحد الأعمدة العمود الأول × الفروق المقابلة له

$\frac{5}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 2 = \frac{22}{6}$

ضرب أحد الصفوف الصف الأول × الفروق المقابلة له

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

المباريات

① تحديد نقطة التوازن ② طرق حل مباراة 2X2 ليس لها نقطة تلاقي ③ قواعد السيطرة ومباريات 2X2

④ قواعد السيطرة في المباريات الغير

$$A = \begin{bmatrix} B_3 & B_2 & B_1 \\ 0 & -6 & 4 \\ -5 & 7 & -4 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix}$$

B

قواعد شاملة:

أي رقم + مع - لـ A وخارة B

" " - " " B وخارة A

لـ B أعلى صفوف سيتخدم استراتيجيات الصفوف

" B " أعمدة " " الأعمدة

أول حاجة في حل أي مباراة حدد نقطة تلاقي

إيجاد قيمة المباراة

① إيجاد قيمتها (مقدار المكسب أو الخسارة للاعب)

② إيجاد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب

لمعرفة ① ، ② نحدد نقطة تلاقي

( ) أصغر قيمة في كل صف [ ] أكبر قيمة في كل عمود

قيمة المباراة

CARVEN

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

تمرين (1) حل المباريات وحدد الاستراتيجيات

① $\begin{matrix} & B_2 & B_1 \\ A_1 & 7 & 3 \\ A_2 & 2 & 4 \end{matrix}$ ← ∴ نقطة التلاقي (قيمة المباراة) = ②

∴ المباراة في صالح اللاعب A : A يكسب صفرين
B يخسر صفرين

A سيستخدم استراتيجية الصف الثاني طول وقت المباراة
B " " العمود " " " "

---

④ $\begin{matrix} & (-5) & 5 & 4 \\ & (-8) & -4 & 0 \\ & (-9) & 8 & 2 \end{matrix}$ ← نقطة التلاقي ← -5

في صالح B

B سيستخدم استراتيجية العمود الثالث
A " " الصف الأول

تمرين ② الطريقة الحسابية

① $\begin{matrix} & 2 & 5 \\ & 4 & 3 \end{matrix}$ ليس بها نقطة تلاقي

② طريقة : 2×2

طرح ثم بدل مكانه

$\begin{matrix} 1/4 \\ 3/4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$2/4 \quad 2/4$

$5 \times \frac{2}{4} + 2 \times \frac{2}{4} = 3{,}5$ = قيمة المباراة

$3 \times \frac{2}{4} + 4 \times \frac{2}{4} = 3{,}5$

وهكذا في البقية

② $\begin{matrix} & 2/8 & 6/8 \\ 2/8 & 2 & 4 \\ 6/8 & 9 & 3 \end{matrix}$ B ليس بها نقطة تلاقي

$\begin{matrix} 1/8 & 7/8 \end{matrix}$

$4 \times \frac{7}{8} + 2 \times \frac{1}{8} = 3{,}75$

وهكذا

CARVEN

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

عين (3) حوادد السيطرة والحرف

$$\begin{bmatrix} (-3) & 0 & -1 & 3 & 6 \\ -1 & 2 & (-4) & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

لا توجد نقطة تلاقي

ومباراة أكبر من 2×2 (صغن والكرة الموجبين)

حوادد الحرف بالتظليل أنه

قيمة العمود الأول أكبر من العمود الثالث

" " الثاني " " "

" " الرابع " " "

لا توجد نقطة تلاقي

نحسن من 2×2 : $\begin{bmatrix} (-3) & -1 \\ -1 & (-4) \end{bmatrix}$ 3/5 2/5

3/5 2/5

∴ قيمة المباراة = $-1 \times \frac{2}{5} + -3 \times \frac{3}{5} = -2,2$

وهكذا

∴ المباراة في صالح اللاعب B

لاعب الصفوف A سيختار استراتيجية الصف الأول بـ $\frac{3}{5}$ ومن كل

" " " الثاني " $\frac{2}{5}$ " "

لاعب B " " العمود الأول " $\frac{2}{5}$ " "

" " " " الثاني " $\frac{3}{5}$ " " إجابة

CARVEN

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

تمرين (4) محاضرة السلوة والحزن

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

← نبحث عن نقطة تلاقي

لا يوجد نقطة تلاقي

نجد في العمود الأول العنصر الثاني والرابع أقل من الصف الأول والأكبر

∴ الصف الثاني والرابع نحذفهم

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

نجد أن عنصر العمود الثاني أكبر من الأول

∴ نحذف الثاني

$$\begin{matrix} 4/8 \\ 4/8 \end{matrix}\begin{bmatrix} (-1) & 3 \\ 2 & (-2) \end{bmatrix}$$

← نبحث ∴ لا يوجد نقطة تلاقي

∴ المباراة في صالح اللاعب A $\quad 5/8 \quad 3/8$

نحل العبارات =

$$3X\frac{3}{8} + -1X\frac{5}{8} = 0,5 \quad A$$

$$-2X\frac{3}{8} + 2X\frac{5}{8} = 0,5 \quad A$$

CARVEN

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

تمرين (5) مباريات عريضة

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$ ← بنحذف ∴ لا يوجد نقطة تلاقي

حسب الخطوة بحذف العمود الثاني ← الثالث

∴ نحذف الثاني

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$ بنحذف ∴ لا يوجد نقطة تلاقي

وهي مباراة عمودين والكرة من فوق

أول مباراة عريضة

المباراة العريضة الأولى

$$\begin{bmatrix} \boxed{-1} & 1 \\ \boxed{-3} & \boxed{5} \end{bmatrix}$$

-1 = في صالح B

يرجع استراتيجية B

A1 ,, ,, A

المباراة العريضة الثانية

$$\begin{matrix} 8/10 \\ 2/10 \end{matrix}\begin{bmatrix} (-1) & \boxed{1} \\ \boxed{5} & (-3) \end{bmatrix}$$ ← يوجد

4/10 6/10

0,2 = قيمة

" " الثالثة

$$\begin{matrix} 8/13 \\ 7/15 \end{matrix}\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

8/15 7/15

قيمة = 1/13

CARVEN
تم المسح الضوئي بـ CamScanner