CARVEN 1

أحصاء

من الفصل الأول للفصل الثالث

2026

عزيزى الطالب

بادر بحجز مكانك في مجموعات لشرح جميع أجزاء المنهج

للاستعلام و الحجز =

٠١٠٠٠٣٤١٠٦١

٠١٢٢٧٥٥٥٠٠٠

عنوان السنتر

بنها : ٨ ش سليمان نصار متفرع من ش كلية التجارة ناصية مكتبة مكة

شبرا الخيمة : شارع المطار ناصية الفرجاني خلف مدرسة التجارة برج B داخل سنتر الثريا

فرع العبور : أمام باب كلية التجارة الرئيسي

عنوان المكتبة

ش كلية التجارة الرئيسي أمام باب كلية التجارة أمام المسجد مباشرة

إعداد
د/ سلمي ايمن

٢
٢٠

الفصل الأول

تعريف البيانات

■ **مفهوم الإحصاء :**

الإحصاء هى مجموعه من الطرق والأساليب التى يمكن توظيفها لجمع البيانات عن الظواهر وتبويبها وتلخيصها وتقييمها والخروج باستنتاجات حول وحدات المجتمع من خلال اعتماد جزء صغير من هذا المجتمع .

■ **أنواع الإحصاء : الإحصاء نوعين :**

① **الإحصاء الوصفى :**

⇐ هو ما يختص بطرق جمع البيانات و تحليلها وإصفها لتكون بصيغه مفهومه .

⇐ الإحصاء الوصفى يتعامل مع البيانات الاحصائيه من دون تعميم على وحدات المجتمع الاحصائى .

② **الإحصاء الوصفى :**

⇐ هو ما يتعلق بطرق تحليل وتفسير وتقدير واستخلاص الاستنتاجات ، بالاعتماد على جزء (أو عينه) من المجتمع للتوصل الى قرارات تخص وحدات المجتمع الاحصائى .

⇐ يتعامل مع التعميم والتنبؤ والتقدير ، وتتنسم الاستنتاجات الاستدلاليه فى بعض الحالات بعدم التاكد وعند ذلك يتم معالجتها باستخدام الاحتمالات .

■ **البيانات الاحصائية :**

⇐ هى البيانات و المعلومات الاحصائيه المتعلقه بالظواهر الاجتماعيه والاقتصاديه .. وكل ما يتعلق باحوال المجتمع .

■ **أنواع البيانات الاحصائية : البيانات نوعين :**

① **البيانات الكمية (البيانات المقيسة) :**

⇐ هى التى تعبر بشكل رقمى عن ظاهره معينه . وتمثل أى فعاليه او أى نشاط على حسب المقدار المنجز .

⇐ هذا النوع من البيانات يعبر عن ظروف وخصائص السوق أو أى خدمة أو خاصية كما هى دون اجتهاد او وجهه نظر .

مثال : التعبير عن السعر بالدينار ، قياس الانتاج بالطن او الكيلو وغير ذلك .

② **البيانات النوعية (الوصفية) :**

⇐ هى التى تصف الظاهره المعنية بشكل غير رقمى مثل جنس الشخص او تحصيله الدراسى ، كما يمكن تنظيم وحداتها حسب اشتراكها فى الصفه مثل ممتاز ، جيد جدا جيد ، ردئى وغير ذلك .

⇐ بعض أنواع البيانات النوعية مثل استطلاع الرأى هى حصيلة لعوامل اقتصادية و جتماعية وثقافيه للشخص المستجيب ، وهو ما يساعد فى حل العديد من المشاكل الاقتصاديه والاجتماعيه ، حيث يعتمد عليها علميا من قبل الافراد فى اتخاذ قراراتهم .

⇐ يتطلب تحويل البيانات الوصفية إلى بيانات كمية أستخدام أساليب إحصائية يطلق عليها أدوات القياس ، فيكون الرقم (أو قيمه البيان) معبر عن شعور الشخص ورغبته وقناعته .

■ **مصادر البيانات الاحصائية : تنقسم إلى :**

① **المصادر التاريخية (الوثائقية) :**

⇐ تشمل البيانات التى يكون مصدرها السجلات والوثائق والميزانيات المالية التى تتوفر كحصيله لنشاط الدوائر والشركات المختلفه من خلال ممارسه نشاطها اليومى ، وما تقوم باصداره من نشرات وتقارير ، وكذلك ما يتوفر فى المكتبات من مؤلفات ومطبوعات تضم بيانات احصائية .

⇐ وتنقسم المصادر التاريخية إلى نوعين :

مصادر أصلية	مصادر ثانوية
* ويقصد بها الجهات التى تقوم بنفسها بجمع البيانات وتهيئتها ونشرها ، كما هو الحال مع مكاتب الإحصاء والتعداد المركزية وبعض الدوائر الحكومية .	* ويقصد بها الجهات التى تعتمد فى جمع البيانات على جهات اخرى ، وتقوم بطبعها ونشرها بعد استلامها من المصادر الاصلية ، كما هو حال المنظمات الدولية التى تقوم بنشر المطبوعات التى تستلمها من الدول الاعضاء .

② **المصادر الميدانية :**

⇐ تشمل البيانات التى يتم جمعها من وحدات المجتمع الإحصائى ميدانيا بصورة مباشره بواسطه استمارات وجداول احصائية تعد لهذا الغرض .

⇐ هناك أسلوبان لجمع البيانات الميدانية هى :

مصادر أصلية	مصادر ثانوية
* أسلوب المسموحات الشاملة أو التعداد والذى يشمل كافة وحدات المجتمع الاحصائى .	* أسلوب مسوحات العينة والذى بموجبه يتم جمع بيانات من جزء (عينة) من المجتمع الاحصائى .

■ طرق جمع البيانات الاحصائية :

① طريقه المشاهدة :

هى طريقة يتم استخدامها لمراقبة الظواهر كما هى على الطبيعة ، مثل معايشة الباحث بعض فئات المجتمع لمراقبة نمط حياه هذه الفئات ، ومثال ذلك وقوف الباحث عند نقطة معينة لتسجيل حركة المرور ونمط اتجاهها .

② طريقه التسجيل الذاتى :

وتعنى قيام المبحوثين بتدوين اجابتهم على الاسئلة الوارده فى الاستماره بأنفسهم ، وهذه الطريقه فعاله فى الحالات التى يكون فيها موضوع المسح الاحصائى والاسئلة الوارده فى الاستماره تهم وحدات المجتمع مباشره كالاستفسار عن طبيعة السكن اللذين يرغبون فيه و ماشبه ذلك .

③ طريقه المقابله الشخصية :

وفيها يتم جمع البيانات من خلال اتصال الباحثين بلمبحوثين شخصيا لاخذ الاجابات منهم . وتعتبر هذه الطريقه مهمه اذا كان عدد وحدات المجتمع صغير أو كان معظم الاشخاص أميين ، وكذلك فى حالة كون طبيعة اسئلة الاستماره بحاجة الى شرح وتوضيح ويصعب اداؤه بواسطة كتيب أو كراس مرفق .

④ طريقه الهاتف :

وهى أقل أهمية من الطرق السابقة وتستخدم فى الحالات التى ينتشر فيها الهاتف بصوره غالبة فى المجتمع محل الدراسة ، وعندما تكون البيانات المستهدفه محدده .

⑤ الاستماره الاحصائية :

هى عباره عن ورقه او اكثر تحتوى على الاسئله المراد الاجابه عنها وكل سؤال يترك له مكان للإجابة عنه ، ثم توزع هذه الاستمارات على أفراد عينة من المجتمع محل الدراسة ، ويتم جمعها بعد وقت كاف للاجابة .

⇐ ويجب أن تكون الأسئلة فى الاستماره واضحة ودقيقة وغير مملة أو حرجه ، وقد نحتوى على سؤال او أكثر للتاكد من دقه الاجابات المعطاه .

■ المجتمع الاحصائى و العينه الاحصائية :

⇐ عند دراسه ظاهره من الظواهر ولتكن ظاهره الطلاق مثلا فى المجتمع المصرى ، فان جميع الافراد المتزوجين يكونون ما يسمى بـ (المجتمع الاحصائى) ، واذا اخذنا جزء من هؤلاء المتزوجين فان هذا الجزء يسمى (بالعينة الاحصائية) .

⇐ وقد يكون المجتمع الاحصائى محدودا مثل عدد طلاب جامعه بنها فى عام معين ، وقد يكون المجتمع غير محدد مثل عدد الاسماك فى الخليج العربى فى يوم ما .

⇐ يصعب غالبا دراسه المجتمع الاحصائى كله لأسباب كثيره نذكر منها :

① كثرة التكاليف ، وطول الوقت الازم لأخذ البيانات من جميع افراد المجتمع

② قد تؤدى دراسه المجتمع كله إلى فقدان المجتمع ، فمثلاً لمعرفه ما اذا كان أعواد الثقاب فى علبه ما سليمة أم لا ، فان ذلك يتطلب استخدام كل اعواد الثقاب حتى نقول أنها سليمة أم لا ، لذا لابد من اللجوء الى أخذ عينة للحكم من خلالها على المجتمع المأخوذ منه العينة ، وكذلك عند فحص دم إنسان لو أخذنا الدم كله لمات ذلك الانسان ، وإنما نأخذ عينه من الدم لفحصها فقط .

③ قد تستحيل دراسه المجتمع كله ، فمثلا إذا أردنا تقدير مخزون البترول فى المملكه العربية السعودية فإنه يتطلب تنقيب جميع الاراضى بالمملكة و هذا أمر غير ممكن عملياً لذا يستخدم الاحصائيون أسلوب لعينة .

■ أنواع العينات :

① العينه العشوائيه البسيطة :

يتم اختيار مفردات هذه لعينة على النحو التالى :

١) نعطى لكل عنصر من عناصر المجتمع رقم مسلسل ،يكون عدد خاناته مساوى لعدد خانات المجتمع كله .

٢) ثم نستخدم جدول الارقام العشوائية عمودياً (رأسياً) بحيث يكون عدد خانات الرقم العشوائى مساوية لعدد خانات الرقم الذى يمثل المجتمع محل الدراسه .

٣) الرقم الذى يكون أكبر من حجم المجتمع نتركه ، والرقم الذى يكون أصغر من حجم المجتمع ناخذه ، حتى نستخرج من الجداول أرقام عددها يكون مساوى لحجم العينه المطلوب اختياره من المجتمع .

② العينه العشوائيه الطبقية :

احيانا تعتمد العينة الاحصائية على بعض الصفات مثل العمر والجنس والسكن .. الخ ، وفى هذه الحاله ينقسم المجتمع الإحصائى الى مجموعات تبعاً للصفات التى يتكون منها المجتمع وتسمى كل مجموعه طبقه .

يقوم الباحث باختيار عينه عشوائية بسيطة من كل طبقة و هذه العينات يكون مجموعها عينه واحده تسمى بـ العينة الطبقية ، ويعتمد احياناً حجم كل عينة على نسبة وجودها فى المجتمع .

ملحوظة :

⇐ هناك أنواع أخرى من العينات التى تعتمد على العشوائية يستخدمها الاحصائيون مثل العينة العنقودية ، العينة المنتظمة ، والعينة المعيارية وغيرها .

⇐ كما يوجد نوع أخر من العينات لا يعتمد على العشوائية يسمى العينه العمدية وهى تعتمد أساساً على خبره الباحث ومعرفته الجيده بمفردات المجتمع محل الدراسه ، وتستخدم مثل هذه العينات فى إستطلاع الرأى العام لبعض المشكلات اللتى تهمه ، وذلك بدلاً من العينات العشوائية عاليه التكاليف .

■ المعلمه والاحصاءه :

المعلمه :

هى قيمة رقمية تصف خاصية معينة تعود للمجتمع الاحصائى ، وعادة ما يعبر عنها برمز لاتينى كبير .

الاحصاءه :

هى قيمة رقمية تصف خاصية معينه تعود للعينة ، ويعبر عنها بحروف انجليزية .

الخاصية	المجتمع		العينة	
الوسط الحسابى	ميو	μ	X بار	$\bar{X}$
الانحراف المعيارى	سيجما	σ		S

■ علامة الجمع (الرمز الجمعى) :

إذا كان المتغير (X) والذى يأخذ القيم ($X_1 , X_2 , ... , X_k$) والتى يرمز لها بالرمز (X_i) حيث أن : ($X = 1 , 2 , ... , k$) فيكون مجموع هذه القيم على الصورة الآتية :

$$\sum_{i=1}^{k} X_i = X_1 + X_2 + ... + X_k$$

تقرأ مجموع قيم (X) بداية من القيمة (X_1) حتى القيمة (X_k)

وعليه فان :

$$\sum_{i=1}^{k} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + ... + X_k^2$$

مثال :

$$\sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3 \qquad \sum_{i=2}^{5} X_i = X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

$$\sum_{i=4}^{6} X_i^2 = X_4^2 + X_5^2 + X_6^2 \qquad \sum_{i=1}^{4} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2$$

القواعد الأساسية للرمز الجمعى

حيث أن :
a ⇐ مقدار ثابت

① $\sum_{i=1}^{k} a = n(a)$

② $\sum_{i=1}^{k} a X_i = a \sum_{i=1}^{k} X_i$

③ $\sum_{i=1}^{k} (X_i \pm a) = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm \sum_{i=1}^{k} a = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm n(a)$

④ $\sum_{i=1}^{k} (X_i \pm Y_i) = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm \sum_{i=1}^{k} Y_i$

⑤ $\sum_{i=1}^{k} (X_i \pm Y_i \pm Z_i) = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm \sum_{i=1}^{k} Y_i \pm \sum_{i=1}^{k} Z_i$

⑥ $\sum_{i=1}^{k} (X_i Y_i) = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + ... + X_k Y_k$

ملحوظة :

$$\sum_{i=1}^{k} (X_i Y_i) \neq \sum_{i=1}^{k} X_i \cdot \sum_{i=1}^{k} Y_i$$

تمرين (١)

إذا كان :

$X_1 = 2$ $\quad X_2 = 1$ $\quad X_3 = 5$

أوجد قيمة كلاً من :

$\sum_{i=1}^{3} X_i$ $\quad \sum_{i=1}^{3} 2X_i$ $\quad \sum_{i=2}^{3} (X_i - 2)$

تمارين للتطبيق

تمرين (١)

اكتب الصيغ التالية باستخدام الرمز الجمعى:

1. $X_1 + X_2 + \dots + X_{15}$
2. $X_1Y_1 + X_2Y_2 + \dots + X_{10}Y_{10}$

تمرين (٢)

أعد كتابة الصيغ التالية بدون الرمز الجمعى:

1. $\sum_{i=1}^{5} X_i^2$
2. $\sum_{i=1}^{4} x_i f_i$
3. $\sum_{i=1}^{7} b X_i$

تمرين (٣)

إذا كان:

$X_1 = 6$ $X_2 = 10$ $X_3 = 12$

أوجد قيمة كلاً من:

1. $\sum_{i=1}^{3} X_i$
2. $\sum_{i=1}^{3} 2X_i^2$
3. $\sum_{i=2}^{3} (X_i - 2)$

تمرين (٤)

إذا كان:

$X_1 = 2$ $X_2 = 3$ $X_3 = -3$

$Y_1 = 1$ $Y_2 = 5$ $Y_3 = 2$

أوجد قيمة كلاً من:

1. $\sum_{i=1}^{3} X_i$
2. $\sum_{i=1}^{3} 3X_i^2$
3. $\sum_{i=2}^{3} (X_i + Y_i)$
4. $\sum_{i=2}^{3} (X_i Y_i)$
5. $\sum_{i=1}^{3} (2X_i + 3Y_i - 5)$

حل تمرين (١)

1. $\sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3 = 2 + 1 + 5 = 8$

2. $\sum_{i=1}^{3} 2X_i^2 = 2\sum_{i=1}^{3} X_i^2 = 2\left[(2)^2 + (1)^2 + (5)^2\right] = 60$

3. $\sum_{i=2}^{3} (X_i - 2) = \sum_{i=2}^{3} X_i - \sum_{i=2}^{3} 2 = X_2 + X_3 - 2(2)$

$\sum_{i=2}^{3} (X_i - 2) = 1 + 5 - 4 = 2$

تمرين (٢)

إذا كان:

$X_1 = 1$ $X_2 = 5$ $X_3 = 2$

$Y_1 = 3$ $Y_2 = -3$ $Y_3 = 1$

أوجد قيمة كلاً من:

$\sum_{i=1}^{3} X_i$ $\sum_{i=2}^{3} 3Y_i^2$ $\sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i)$

$\sum_{i=1}^{3} (X_i Y_i)$ $\sum_{i=1}^{3} (3X_i - Y_i + 7)$

حل تمرين (٢)

1. $\sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3 = 1 + 5 + 2 = 8$

2. $\sum_{i=2}^{3} 3Y_i^2 = 3\sum_{i=2}^{3} Y_i^2 = 3\left[(-3)^2 + (1)^2\right] = 30$

3. $\sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^{3} X_i + \sum_{i=1}^{3} Y_i$

$\sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i) = [1 + 5 + 2] + [3 + (-3) + 1] = 9$

4. $\sum_{i=2}^{3} (X_i Y_i) = X_2Y_2 + X_3Y_3 = 5(-3) + 2(1) = -13$

5. $\sum_{i=1}^{3} (3X_i - Y_i + 7) = 3\sum_{i=1}^{3} X_i - \sum_{i=1}^{3} Y_i + \sum_{i=1}^{3} 7$

$\sum_{i=1}^{3} (3X_i - Y_i + 7) = 3(8) - 1 + 3(7) = 44$

الفصل الثانى

طرق عرض البيانات الأحصائية

⇐ **طرق عرض البيانات :**

هى طرق ترتيب البيانات التى تم جمعها لتكون بصيغة أو بشكل يسهل فهمه ، ويصبح بالأمكان عرضها فى صورة أشكال ورسوم بيانية لتسهيل متابعة اتجاهاتها ومستوى تطورها .

⇐ **وسوف نتناول ذلك من خلال :**

١) التوزيع التكرارى البسيط والنسبى .
٢) التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد والهابط .
٣) التوزيع التكرارى المزدوج .
٤) العرض البيانى للتوزيعات التكرارية .
٥) العرض البيانى بالرسوم والصور .

---

١ التوزيع التكرارى البسيط

تمرين (١)

تمثل البيانات التالية الحالة الاجتماعية لـ 40 عامل :

أعزب	أعزب	متزوج	أعزب	أرمل	أعزب	متزوج
متزوج	أرمل	مطلق	أعزب	متزوج	متزوج	أعزب
مطلق	متزوج	أعزب	مطلق	أعزب	أعزب	متزوج
أعزب	أرمل	أعزب	متزوج	مطلق	أرمل	مطلق
أعزب	متزوج	متزوج	أعزب	متزوج	مطلق	أعزب
مطلق	أعزب	متزوج	مطلق	أعزب		

المطلوب : تبويب هذه البيانات فى جدول توزيع تكرارى .

حل تمرين (١)

الحالة الاجتماعية ⇐ **بيانات وصفية غير رقمية**

١) جدول تفريغ البيانات كما يلى :

الحالة	العلامات	التكرار
أعزب	/‾‾‾‾‾‾‾‾‾‾	16
متزوج	//‾‾‾‾‾‾‾‾‾‾	12
مطلق	///‾‾‾‾‾	8
أرمل	////	4
المجموع	40	40

٢) جدول التوزيع التكرارى للبيانات كما يلى :

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	مطلق	أرمل	المجموع
عدد العمال	16	12	8	4	40

٣) جدول التوزيع التكرارى النسبى للبيانات :

⇐ التكرار النسبى = $\frac{\text{كل تكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 100$ ⇒

الحالة	التكرار	التكرار النسبى
أعزب	16	$\frac{16}{40} \times 100 = 40\%$
متزوج	12	$\frac{12}{40} \times 100 = 30\%$
مطلق	8	$\frac{8}{40} \times 100 = 20\%$
أرمل	4	$\frac{4}{40} \times 100 = 10\%$
المجموع	40	100%

تمرين (٢)

تمثل البيانات التالية محل الاقامة لـ 25 شخص :

القاهرة	القليوبية	الجيزة	القاهرة	القاهرة
الجيزة	الجيزة	القليوبية	الجيزة	القاهرة
القاهرة	القاهرة	القليوبية	الجيزة	القليوبية
القاهرة	الجيزة	القليوبية	القاهرة	الجيزة
القاهرة	القاهرة	الجيزة	القليوبية	الجيزة

المطلوب : تبويب هذه البيانات فى جدول توزيع تكرارى .

حل تمرين (٢)

محل الاقامة ⇐ **بيانات وصفية غير رقمية**

١) جدول تفريغ البيانات كما يلى :

محل الاقامة	العلامات	التكرار
القاهرة	////‾‾‾‾‾	10
الجيزة	////‾‾‾‾	9
القليوبية	/‾‾‾‾	6
المجموع	25	25

٢) جدول التوزيع التكرارى للبيانات كما يلى :

محل الاقامة	القاهرة	الجيزة	القليوبية	المجموع
عدد الأشخاص	10	9	6	25

٣) جدول التوزيع التكرارى النسبى للبيانات :

$$\text{التكرار النسبى} = \frac{\text{كل تكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 100$$

محل الاقامة	التكرار	التكرار النسبى
القاهرة	10	$\frac{10}{25} \times 100 = 40\%$
الجيزة	9	$\frac{9}{25} \times 100 = 36\%$
القليوبية	6	$\frac{6}{25} \times 100 = 24\%$
المجموع	25	100%

تمرين (٢)

تمثل البيانات التالية درجات 40 طالب فى مادة الاحصاء :

40	92	86	79	63	55	84	90	46	68
70	87	85	98	77	59	57	77	52	94
67	78	87	92	88	66	76	77	81	76
60	78	81	81	75	61	70	95	82	79

المطلوب :

١) تبويب هذه البيانات فى جدول توزيع تكرارى .

٢) إيجاد التكرار النسبى .

٣) إيجاد الحدود الحقيقية للفئات .

٤) إيجاد التكرار المتجمع الصاعد والهابط .

٥) إيجاد التكرار المتجمع الصاعد النسبى والهابط النسبى .

حل تمرين (٢)

درجات الطلبة ⇐ بيانات كمية رقمية

١) نحدد عدد الفئات كما يلى :

$$K = 1 + 3.322\, Log(n)$$

$$K = 1 + 3.322\, Log\,(40) = 6.322 \cong 6$$

ملحوظة : عدد الفئات ممكن يكون معطى فى التمرين وهيكون فى حدود من ٥ فئات إلى ٢٠ فئة .

٢) نحدد طول الفئة كما يلى :

$$H = \frac{\text{أصغر قيمة - أكبر قيمة} + 1}{\text{عدد الفئات}} = \frac{98 - 40 + 1}{6} = 9.83 \cong 10$$

٣) جدول تفريغ البيانات كما يلى :

الفئات	العلامات	التكرار
40 - 49	//	2
50 - 59	////	4
60 - 69	//// /	6
70 - 79	//// //// //	12
80 - 89	//// ////	10
90 - 99	//// /	6
المجموع	40	40

٤) جدول التوزيع التكرارى للبيانات كما يلى :

الفئات	التكرار
40 - 49	2
50 - 59	4
60 - 69	6
70 - 79	12
80 - 89	10
90 - 99	6
المجموع	40

٥) جدول التوزيع التكرارى النسبى للبيانات :

الفئات	التكرار	التكرار النسبى
40 - 49	2	$\frac{2}{40} \times 100 = 5\%$
50 - 59	4	$\frac{4}{40} \times 100 = 10\%$
60 - 69	6	$\frac{6}{40} \times 100 = 15\%$
70 - 79	12	$\frac{12}{40} \times 100 = 30\%$
80 - 89	10	$\frac{10}{40} \times 100 = 25\%$
90 - 99	6	$\frac{6}{40} \times 100 = 15\%$
المجموع	40	100%

الفرقة الأولى

٦) إيجاد الحدود الحقيقية للفئات كما يلى :

حدود الفئات (غير الحقيقية)	حدود الفئات (الحقيقية)	التكرار
40 - 49	39.5 - 49.5	2
50 - 59	49.5 - 59.5	4
60 - 69	59.5 - 69.5	6
70 - 79	69.5 - 79.5	12
80 - 89	79.5 - 89.5	10
90 - 99	89.5 - 99.5	6
المجموع		40

⇐ حيث أن :

$$\text{الحد الأدنى الحقيقى للفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة السابقة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

$$\text{الحد الأعلى الحقيقى للفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة اللاحقة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

٧) إيجاد مراكز الفئات كما يلى :

باستخدام حدود الفئات غير الحقيقية	
حدود الفئات	مراكز الفئات
40 - 49	$\frac{40+49}{2} = 44.5$
50 - 59	$\frac{50+59}{2} = 54.5$
60 - 69	$\frac{60+69}{2} = 64.5$
70 - 79	$\frac{70+79}{2} = 74.5$
80 - 89	$\frac{80+89}{2} = 84.5$
90 - 99	$\frac{90+99}{2} = 94.5$

باستخدام حدود الفئات الحقيقية	
حدود الفئات	مراكز الفئات
39.5 - 49.5	$\frac{39.5+49.5}{2} = 44.5$
49.5 - 59.5	$\frac{49.5+59.5}{2} = 54.5$
59.5 - 69.5	$\frac{59.5+69.5}{2} = 64.5$
69.5 - 79.5	$\frac{69.5+79.5}{2} = 74.5$
79.5 - 89.5	$\frac{79.5+89.5}{2} = 84.5$
89.5 - 99.5	$\frac{89.5+99.5}{2} = 94.5$

⇐ حيث أن :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

٨) جدول تكرارى متجمع صاعد للبيانات كما يلى :

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار النسبى الصاعد
أقل من 39.5	0	$\frac{0}{40} \times 100 = 0\%$
أقل من 49.5	0 + 2 = 2	$\frac{2}{40} \times 100 = 5\%$
أقل من 59.5	2 + 4 = 6	$\frac{6}{40} \times 100 = 15\%$
أقل من 69.5	6 + 6 = 12	$\frac{12}{40} \times 100 = 30\%$
أقل من 79.5	12 + 12 = 24	$\frac{24}{40} \times 100 = 60\%$
أقل من 89.5	24 + 10 = 34	$\frac{34}{40} \times 100 = 85\%$
أقل من 99.5	34 + 6 = 40	$\frac{40}{40} \times 100 = 100\%$

٩) جدول تكرارى متجمع هابط للبيانات كما يلى :

حدود الفئات	التكرار المتجمع الهابط	التكرار النسبى الهابط
39.5 فاكثر	40	$\frac{40}{40} \times 100 = 100\%$
49.5 فاكثر	40 - 2 = 38	$\frac{38}{40} \times 100 = 95\%$
59.5 فاكثر	38 - 4 = 34	$\frac{34}{40} \times 100 = 85\%$
69.5 فاكثر	34 - 6 = 28	$\frac{28}{40} \times 100 = 70\%$
79.5 فاكثر	28 - 12 = 16	$\frac{16}{40} \times 100 = 40\%$
89.5 فاكثر	16 - 10 = 6	$\frac{6}{40} \times 100 = 15\%$
99.5 فاكثر	6 - 6 = 0	$\frac{0}{40} \times 100 = 0\%$

تمرين (٤)

تمثل البيانات التالية أعمار 40 بطارية تنتجها شركة ما :

32	41	35	45	32	34	30	26	24	16
31	23	38	31	45	37	25	43	34	36
29	33	39	31	33	31	37	44	32	41
19	34	40	38	32	26	39	30	42	35

المطلوب :

١) تبويب هذه البيانات فى جدول توزيع تكرارى .

٢) إيجاد التكرار النسبى .

٣) إيجاد الحدود الحقيقية للفئات .

٤) إيجاد التكرار المتجمع الصاعد والهابط .

٥) إيجاد التكرار المتجمع الصاعد النسبى والهابط النسبى .

حل تمرين (٤)

أعمار البطاريات ⟸ **بيانات كمية رقمية**

١) نحدد عدد الفئات كما يلى :

$$K = 1 + 3.322\, Log(n)$$

$$K = 1 + 3.322\, Log\,(40) = 6.322 \cong 6$$

٢) نحدد طول الفئة كما يلى :

$$H = \frac{\text{اكبر قيمة - اصغر قيمة} + 1}{\text{عدد الفئات}} = \frac{45 - 16 + 1}{6} = 5$$

٣) جدول تفريغ البيانات كما يلى :

الفئات	العلامات	التكرار
16 - 20	//	2
21 - 25	///	3
26 - 30	////	5
31 - 35	//// //// ////	15
36 - 40	//// ///	8
41 - 45	//// //	7
المجموع	40	40

٤) جدول التوزيع التكرارى للبيانات كما يلى :

الفئات	التكرار
16 - 20	2
21 - 25	3
26 - 30	5
31 - 35	15
36 - 40	8
41 - 45	7
المجموع	40

٥) جدول التوزيع التكرارى النسبى للبيانات :

$$\text{التكرار النسبى} = \frac{\text{كل تكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 100$$

الفئات	التكرار	التكرار النسبى
40 - 49	2	$\frac{2}{40} \times 100 = 5\%$
50 - 59	3	$\frac{3}{40} \times 100 = 7.5\%$
60 - 69	5	$\frac{5}{40} \times 100 = 12.5\%$
70 - 79	15	$\frac{15}{40} \times 100 = 37.5\%$
80 - 89	8	$\frac{8}{40} \times 100 = 20\%$
90 - 99	7	$\frac{7}{40} \times 100 = 17.5\%$
المجموع	40	100%

٦) إيجاد الحدود الحقيقية للفئات كما يلى :

حدود الفئات (غير الحقيقية)	حدود الفئات (الحقيقية)	التكرار
16 - 20	15.5 - 20.5	2
21 - 25	20.5 - 25.5	3
26 - 30	25.5 - 30.5	5
31 - 35	30.5 - 35.5	15
36 - 40	35.5 - 40.5	8
41 - 45	40.5 - 45.5	7
المجموع		40

٧) إيجاد مراكز الفئات كما يلى :

باستخدام حدود الفئات غير الحقيقية

حدود الفئات	مراكز الفئات
16 - 20	$\frac{16+20}{2} = 18$
21 - 25	$\frac{21+25}{2} = 23$
26 - 30	$\frac{26+30}{2} = 28$
31 - 35	$\frac{31+35}{2} = 33$
36 - 40	$\frac{36+40}{2} = 38$
41 - 45	$\frac{41+45}{2} = 43$

بأستخدام حدود الفئات الحقيقية

حدود الفئات	مراكز الفئات
15.5 - 20.5	$\frac{15.5+20.5}{2}=18$
20.5 - 25.5	$\frac{20.5+25.5}{2}=23$
25.5 - 30.5	$\frac{25.5+30.5}{2}=28$
30.5 - 35.5	$\frac{30.5+35.5}{2}=33$
35.5 - 40.5	$\frac{35.5+40.5}{2}=38$
40.5 - 45.5	$\frac{40.5+45.5}{2}=43$

⇐ حيث أن :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

٨) جدول تكرارى متجمع صاعد للبيانات كما يلى :

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار النسبى الصاعد
أقل من 15.5	0	$\frac{0}{40}\times100=0\%$
أقل من 20.5	0 + 2 = 2	$\frac{2}{40}\times100=5\%$
أقل من 25.5	2 + 3 = 5	$\frac{5}{40}\times100=12.5\%$
أقل من 30.5	5 + 5 = 10	$\frac{10}{40}\times100=25\%$
أقل من 35.5	10 + 15 = 25	$\frac{25}{40}\times100=62.5\%$
أقل من 40.5	25 + 8 = 33	$\frac{33}{40}\times100=82.5\%$
أقل من 45.5	33 + 7 = 40	$\frac{40}{40}\times100=100\%$

٩) جدول تكرارى متجمع هابط للبيانات كما يلى :

حدود الفئات	التكرار المتجمع الهابط	التكرار النسبى الهابط
15.5 فاكثر	40	$\frac{40}{40}\times100=100\%$
20.5 فاكثر	40 - 2 = 38	$\frac{38}{40}\times100=95\%$
25.5 فاكثر	38 - 3 = 35	$\frac{35}{40}\times100=87.5\%$
30.5 فاكثر	35 - 5 = 30	$\frac{30}{40}\times100=75\%$
35.5 فاكثر	30 - 15 = 15	$\frac{15}{40}\times100=37.5\%$
40.5 فاكثر	15 - 8 = 7	$\frac{7}{40}\times100=17.5\%$
45.5 فاكثر	7 - 7 = 0	$\frac{0}{40}\times100=0\%$

تمرين (٥) الجدول التالى يبين أعمار 60 عامل :

فئات العمر	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44
عدد العمال	6	9	17	13	5

المطلوب : أوجد ما يلى :

١) الحد الأدنى للأعمار فى الفئة الثالثة .

٢) الحد الأعلى للأعمار فى الفئة الخامسة .

٣) مركز الفئة الرابعة .

٤) عدد العمال الذين تتراوح أعمارهم بين 25 و 29 سنة .

٥) فئة العمر التى ينتمى لها أكبر عدد من العمال .

٦) عدد العمال الذين أعمارهم أقل من 35 سنة .

حل تمرين (٥)

١) الحد الأدنى للأعمار فى الفئة الثالثة :

الفئة الثالثة ⇐ تحتوى الاعمار من 30 إلى 34

فيكون الحد الأدنى للأعمار فى الفئة الثالثة ⇐ 30

٢) الحد الأعلى للأعمار فى الفئة الخامسة :

الفئة الخامسة ⇐ تحتوى الأعمار من 40 إلى 44

فيكون الحد الأعلى للأعمار فى الفئة الخامسة ⇐ 44

٣) مركز الفئة الرابعة :

$$\text{مركز أى فئة} = \frac{\text{الحد الادنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

الفئة الرابعة ⇐ تحتوى الاعمار من 35 إلى 39

فيكون مركز الفئة الرابعة ⇐ 37

٤) عدد العمال الذين تتراوح أعمارهم بين 25 و 29 سنة :

الفئة الثانية ⇐ تحتوى الاعمار من 25 إلى 29

فيكون عدد العمال فى الفئة الثانية ⇐ 9

٥) فئة العمر التى ينتمى لها أكبر عدد من العمال :

أكبر عدد من العمال هو 17 ينتمى للفئة من 30 إلى 34

فئة العمر التى ينتمى لها أكبر عدد من العمال ⇐ 30 - 34

٦) عدد العمال الذين أعمارهم أقل من 35 سنة :

الفئات	20 - 24	25 - 29	30 - 34	عدد العمال الاقل من 35
التكرار	6	9	17	6 + 9 + 17 = 32

عدد العمال الذين أعمارهم أقل من 35 سنة ⇐ 32

② التوزيع التكرارى المزدوج

■ فى بعض الحالات قد نرغب فى دراسة العلاقة بين ظاهرتين أو متغيرين وفى هذه الحالات يتم عرض البيانات فى جدول تكرارى مزدوج مقسم رأسياً وأفقياً عن طريق اختيار الصفوف لتمثيل إحدى الظاهرتين والأعمدة لتمثيل الظاهرة الأخرى .

تمرين (٦) الجدول التالى يبين الدخل والاستهلاك اليومى لعدد 25 شخصاً كمايلى :

الدخل	الاستهلاك
10	11
25	22
15	12
12	10
30	24
40	25
18	17
20	14
50	20
21	18
29	35
57	22
32	18

الدخل	الاستهلاك
14	12
17	16
28	21
33	22
44	32
52	35
16	15
29	21
34	8
44	23
35	29
26	22

المطلوب : عرض البيانات فى شكل جدول تكرارى مزدوج.

حل تمرين (٦)

الدخل ⇐ **بيانات كمية رقمية**

١) نحدد عدد الفئات كما يلى :

$$K = 1 + 3.322\,Log(n)$$

$$K = 1 + 3.322\,Log\,(25) = 5.64 \cong 6$$

٢) نحدد طول الفئة كما يلى :

$$H = \frac{\text{أكبر قيمة - أصغر قيمة} + 1}{\text{عدد الفئات}} = \frac{57 - 10 + 1}{6} = 8$$

الاستهلاك ⇐ **بيانات كمية رقمية**

١) نحدد عدد الفئات كما يلى :

$$K = 1 + 3.322\,Log(n)$$

$$K = 1 + 3.322\,Log\,(25) = 5.64 \cong 6$$

٢) نحدد طول الفئة كما يلى :

$$H = \frac{\text{أكبر قيمة - أصغر قيمة} + 1}{\text{عدد الفئات}} = \frac{35 - 8 + 1}{6} = 4.67 \cong 5$$

■ نكون جدول تفريغ للبيانات كما يلى :

الاستهلاك / الدخل	8-12	13-17	18-22	23-27	28-32	33-38	المجموع
10-17	////	//					6
18-25		//	//				4
26-33			///	/		/	7
34-41	/			/	/		3
42-49				/	/		2
50-57			//			/	3
المجموع	5	4	9	3	2	2	25

ملحوظة :

⇐ بالنسبة للشخص الأول دخله (10) واستهلاكه (11) تم التعبير عنه بعلامة واحدة فى الخلية الموجودة عند نقطة تقاطع الصف الأول مع العمود الأول .

⇐ بالنسبة للشخص الثانى دخله (25) واستهلاكه (22) تم التعبير عنه بعلامة واحدة فى الخلية الموجودة عند نقطة تقاطع الصف الثانى مع العمود الثانث ....

■ فيكون الجدول التكرارى المزدوج للدخل والاستهلاك :

الاستهلاك / الدخل	8-12	13-17	18-22	23-27	28-32	33-38	المجموع
10-17	4	2					6
18-25		2	2				4
26-33			5	1		1	7
34-41	1			1	1		3
42-49				1	1		2
50-57			2			1	3
المجموع	5	4	9	3	2	2	25

الباب الثالث

مقاييس النزعة المركزية

الوسط الحسابى — الوسيط — المنوال

① الوسط الحسابى $\bar{X}$

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

تمرين (١) إذا كانت أعمار 10 أفراد كما يلى :

24 , 32 , 18 , 14 , 20 , 16 , 18 , 20 , 22 , 16

المطلوب : حساب الوسط الحسابى للأعمار .

حل تمرين (١)

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{16 + 22 + 20 + .. + 24}{10} = \frac{200}{10} = 20$$

تمرين (٢) إذا توافرت لديك البيانات التالية :

34 , 26 , 24 , 28 , 30 , 24 , 22 , 20

المطلوب : حساب الوسط الحسابى للبيانات السابقة .

حل تمرين (٢)

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{20 + 22 + 24 + .. + 34}{8} = \frac{208}{8} = 26$$

تمرين (٣) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة بيانات عددهم 9 هو 80 وتم إضافة مفردة جديدة قيمتها 20 .

المطلوب : الوسط الحسابى بعد إضافة المفردة الجديدة .

حل تمرين (٣)

■ **قبل الأضافة :**

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} \Rightarrow 80 = \frac{\sum X_i}{9}$$

$$\sum X_i = 80 \times 9 = 720$$

■ **بعد الأضافة :**

المفردة الجديدة قيمتها 20	ويصبح عدد القيم 10

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{720 + 20}{9 + 1} = \frac{740}{10} = 74$$

تمرين (٤) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة بيانات عددهم 6 هو 25 وتم إضافة مفردتين جديدتين 56 , 60 .

المطلوب : الوسط الحسابى بعد إضافة المفردات الجديدة .

حل تمرين (٤)

■ **قبل الأضافة :**

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} \Rightarrow 50 = \frac{\sum X_i}{6}$$

$$\sum X_i = 50 \times 6 = 300$$

■ **بعد الأضافة :**

المفردات الجديدة 56 , 60	ويصبح عدد القيم 8

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{300 + 56 + 60}{6 + 2} = \frac{416}{8} = 52$$

ملحوظة حساب الوسط الحسابى المرجح :

١) نكون الجدول التالى :

متوسط كل مجموعة	حجم كل مجموعة	② × ①
$\bar{X}_i$	W_i	$\bar{X}_i W_i$
معطى	معطى	
المجموع	$\sum W_i$	$\sum \bar{X}_i W_i$

٢) نوجد الوسط الحسابى المرجح كما يلى :

$$\bar{X}_W = \frac{\sum \bar{X}_i W_i}{\sum W_i}$$ (الوسط الحسابى المرجح)

تمرين (٥) قام أحد المدرسين بعمل متوسط حسابى لدرجات التلاميذ فى ثلاث فصول وكانت البيانات كما يلى :

الفصل	1	2	3
عدد التلاميذ	40	30	50
متوسط الدرجات	15	11	9

المطلوب : الوسط الحسابى المرجح لدرجات التلاميذ .

حل تمرين (٥)

١) نكون الجدول التالى :

② × ① عدد التلاميذ متوسط الدرجات

$\bar{X}_i$	W_i	$\bar{X}_i W_i$
15	40	600
11	30	330
9	50	450
المجموع	120	1380

٢) نوجد الوسط الحسابى المرجح لدرجات التلاميذ كما يلى :

$$\bar{X}_W = \frac{\sum \bar{X}_i W_i}{\sum W_i} = \frac{1380}{120} = 11.5$$

تمرين (٦) إذا كان لدينا ثلاثة شركات ، الاولى يعمل بها 50 عامل متوسط اجورهم 80 جنيه ، والثانية يعمل بها 200 عامل متوسط اجورهم 90 جنيه ، والثالثة يعمل بها 250 عامل متوسط اجورهم 100 جنيه .

المطلوب : الوسط الحسابى المرجح للاجور.

حل تمرين (٦)

١) نكون الجدول التالى :

② × ① عدد العمال متوسط الاجور

$\bar{X}_i$	W_i	$\bar{X}_i W_i$
80	50	4000
90	200	18000
100	250	25000
المجموع	500	47000

٢) نوجد الوسط الحسابى المرجح للاجور كما يلى :

$$\bar{X}_W = \frac{\sum \bar{X}_i W_i}{\sum W_i} = \frac{47000}{500} = 94$$

تمارين للتطبيق

١) إذا توافر لديك أعمار 10 أفراد كما يلى :

22 , 30 , 16 , 12 , 18 , 14 , 16 , 18 , 20 , 14

المطلوب : حساب الوسط الحسابى للأعمار .

٢) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة بيانات عددهم 7 هو 23 وتم إضافة مفردة جديدة قيمتها 31 .

المطلوب : الوسط الحسابى بعد إضافة المفردة الجديدة .

إذا كانت البيانات مبوبة

طريقة الانحرافات البسيطة

■ نكون الجدول التالى :

الفئات	f_i	X_i	D_i	$D_i f_i$
	التكرار	مراكز الفئات	الانحرافات	
المجموع	Σf_i			$\Sigma D_i f_i$

■ الوسط الحسابى :

$$\bar{X} = A + \frac{\sum D_i f_i}{\sum f_i}$$

حيث أن : فى طريقة الانحرافات البسيطة :

A : الوسط فرضى (مركز الفئة المقابل لاكبر تكرار)

الطريقة المباشرة

■ نكون الجدول التالى :

الفئات	f_i	X_i	$X_i f_i$
	التكرار	مراكز الفئات	
المجموع	Σf_i		$\Sigma X_i f_i$

■ الوسط الحسابى :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i}$$

تمرين (٧) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	1 - 2	3 - 4	5 - 6	7 - 8	المجموع
التكرار	11	12	9	8	40

■ الوسط الحسابى يساوى

A) 2.4 B) 4.2 C) 4.4 D) 4

حل تمرين (٧)

الحل بالطريقة المباشرة

■ نكون الجدول التالى :

③ × ② مراكز الفئات معطى معطى

الفئات	f_i	X_i	$X_i f_i$
1 - 2	11	1.5	16.5
3 - 4	12	3.5	42
5 - 6	9	5.5	49.5
7 - 8	8	7.5	60
المجموع	40		168

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} = \frac{168}{40} = 4.2$$

الفرقة الأولى

الحل بطريقة الانحرافات البسيطة

■ نكون الجدول التالى :

الفئات	f_i	X_i	D_i	$D_i f_i$
1 - 2	11	1.5	-2	-22
3 - 4	12	3.5	0	0
5 - 6	9	5.5	2	18
7 - 8	8	7.5	4	32
المجموع	40			28

④ × ② الانحرافات مراكز الفئات معطى معدل

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\bar{X} = A + \frac{\sum D_i f_i}{\sum f_i} = 3.5 + \frac{28}{40} = 4.2$$

تمرين (٨) الجدول التالى يبين أعمار 50 عامل :

الفئات	15 -	25 -	35 -	45 -	65 - 55	المجموع
التكرار	6	8	14	12	10	50

■ مركز الفئة الثالثة يساوى

A) 50 B) 20 C) 30 D) 40

■ الوسط الحسابى لأعمار العمال يساوى

A) 24.4 B) 42.4 C) 42.2 D) 42

حل تمرين (٨)

الحل بالطريقة المباشرة

■ نكون الجدول التالى :

فئات العمر	f_i	X_i	$X_i f_i$
15 -	6	20	120
25 -	8	30	240
35 -	14	40	560
45 -	12	50	600
55 - 65	10	60	600
المجموع	50		2120

③ × ② مراكز الفئات معطى معطى

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2120}{50} = 42.4$$

الحل بطريقة الانحرافات البسيطة

■ نكون الجدول التالى :

فئات العمر	f_i	X_i	D_i	$D_i f_i$
15 -	6	20	-20	-120
25 -	8	30	-10	-80
35 -	14	40	0	0
45 -	12	50	10	120
55 - 65	10	60	20	200
المجموع	50			120

④ × ② الانحرافات مراكز الفئات معطى معطى

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\bar{X} = A + \frac{\sum D_i f_i}{\sum f_i} = 40 + \frac{120}{50} = 42.4$$

مزايا وعيوب الوسط الحسابى

مزايا الوسط الحسابى

١) يأخذ كل القيم فى الاعتبار .
٢) يسهل التعامل معه فى التحليل الإحصائى .
٣) لا يحتاج إلى ترتيب البيانات عند حسابه .

عيوب الوسط الحسابى

١) يتأثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة .
٢) يصعب حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة .
٣) لا يمكن حسابه فى حالة البيانات الوصفية .
٤) غالباً لا يساوى أحد القيم الداخلة فى حسابه .

تمارين للتطبيق

١) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	0 - 4	5 - 9	10 - 14	15 - 19	20 - 24	المجموع
التكرار	2	8	20	8	2	40

■ الوسط الحسابى يساوى

A) 15 B) 12 C) 16 D) 14

٢) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	5 -	15 -	25 -	35 -	55 - 45	المجموع
التكرار	4	9	6	7	14	40

■ الوسط الحسابى يساوى

A) 35.4 B) 43.5 C) 34.5 D) 32.4

② الوسيط M_d

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ عند حساب الوسيط هتقابلنا إحدى الحالتين :

الحالة الأولى ⇐ أن يكون عدد القيم فردى

■ نرتب القيم تصاعدياً .

■ الوسيط (M_d) = القيمة صاحبة الترتيب $(\frac{n+1}{2})$.

الحالة الثانية ⇐ أن يكون عدد القيم زوجى

■ نرتب القيم تصاعدياً .

■ الوسيط (M_d)

= متوسط القيمتين أصحاب الترتيب $\{(\frac{n}{2}), (\frac{n}{2})+1\}$.

تمرين (٩) إذا كانت لديك البيانات التانية :

14 , 8 , 16 , 20 , 16 , 15 , 9

■ الوسيط يساوى

A) 16 | B) 15 | C) 14 | D) 13

حل تمرين (٩)

■ نرتب القيم تصاعدياً

8 , 9 , 14 , (15) , 16 , 16 , 20

■ نوجد الوسيط : عدد القيم = 7 قيم "عدد فردى"

الوسيط (M_d) = القيمة اللى ترتيبها $(\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4)$

$$M_d = 15$$

تمرين (١٠) إذا كانت أعمار 8 أفراد كما يلى :

34 , 26 , 24 , 30 , 28 , 24 , 22 , 20

■ الوسيط يساوى

A) 26 | B) 25 | C) 24 | D) 27

حل تمرين (١٠)

■ نرتب القيم تصاعدياً

20 , 22 , 24 , (24) , (26) , 28 , 30 , 34

■ نوجد الوسيط : عدد القيم = 8 قيم "عدد زوجى"

الوسيط (M_d) = متوسط القيمتين اللى ترتيبهم

$\{\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4\}$, $\{\frac{n}{2}+1 = \frac{8}{2}+1 = 5\}$

$$M_d = \frac{24+26}{2} = 25$$

تمارين للتطبيق

١) إذا توافر لديك أعمار 10 أفراد كما يلى :

14 , 20 , 18 , 16 , 14 , 18 , 12 , 16 , 30 , 22

المطلوب : حساب الوسيط للأعمار.

٢) إذا توافر لديك البيانات التالية :

14 , 20 , 18 , 16 , 14 , 18 , 12 , 16 , 22

المطلوب : حساب الوسيط للبيانات السابقة .

إذا كانت البيانات مبوبة

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد .

٢) نحدد موقع الوسيط بالعلاقة : ⇐ $\frac{\Sigma f}{2}$

٣) نوجد قيمة الوسيط بالعلاقة :

$$M_d = L + \frac{\frac{\Sigma f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

حيث أن :

H	طول فئة الوسيط
L	الحد الادنى لفئة الوسيط
f_1	التكرار المتجمع الصاعد السابق لموقع الوسيط
f_2	التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لموقع الوسيط

تمرين (١١) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	0 -	6 -	12 -	18 - 24	المجموع
التكرار	3	6	9	12	30

■ فان الوسيط يساوى

A) 15 | B) 16 | C) 14 | D) 13

حل تمرين (١١)

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 0
3	أقل من 6
9	أقل من 12
18	أقل من 18
30	أقل من 24

L ← أقل من 12 ، f_1 = 9 ، 15 ، f_2 = 18

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\Sigma f}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

٣) نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\Sigma f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

$$M_d = 10.5 + \frac{20 - 10}{30 - 10} \times 5 = 13$$

تمرين (١٢) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	10 -	15 -	20 -	25 -	35 - 30	المجموع
التكرار	3	7	10	8	12	40

■ فان الوسيط يساوى

A) 20 | B) 25 | C) 14 | D) 13

حل تمرين (١٢)

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 10
3	أقل من 15
10	أقل من 20
20	أقل من 25
28	أقل من 30
40	أقل من 35

L ← أقل من 25 ، 20 ، 20

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\Sigma f}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

٣) نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L = 25$$

مزايا وعيوب الوسيط

مزايا الوسيط

١) لا يتاثر بالقيم المنطرفة أو الشاذة .
٢) يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة .
٣) يمكن حسابه فى حالة البيانات الوصفية .

عيوب الوسيط

١) لا ياخذ كل القيم فى الاعتبار .
٢) يصعب التعامل معه فى التحليل الإحصائى .

حل تمرين (١٢)

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 0.5
2	أقل من 5.5
10	أقل من 10.5
30	أقل من 15.5
38	أقل من 20.5
40	أقل من 25.5

L ← أقل من 10.5 ، f_1 = 10 ، 20 ، f_2 = 30

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\Sigma f}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

تمرين (١٢) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	1 - 5	6 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	المجموع
التكرار	2	8	20	8	2	40

■ فان الوسيط يساوى

A) 15 | B) 16 | C) 14 | D) 13

حل تمرين (١٢)

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 0
3	أقل من 6
9	أقل من 12
18	أقل من 18
30	أقل من 24

L ← أقل من 12 ، f_1 = 9 ، 15 ، f_2 = 18

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\Sigma f}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

٣) نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\Sigma f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

$$M_d = 12 + \frac{15 - 9}{18 - 9} \times 6 = 16$$

(3) المنوال M_o

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ نبحث عن القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها من القيم.

مع ملاحظة :

١) أنه لا يكون هناك منوال إذا تتكررت كل القيم بنفس العدد .

٢) أنه لا يكون هناك منوال إذا لم تتكرر أى قيمة من القيم .

٣) إذا تكررت قيمتان أو أكثر بنفس العدد بين مجموعة من القيم فيدل ذلك على تعدد قيم المنوال .

تمرين (١٤) أوجد المنوال فى كل من الحالات التالية :

■ 10 , 14 , 15 , 23 , 18 , 15 , 19 , 17 , 21

■ 3 , 7 , 16 , 8 , 17 , 7 , 5 , 12 , 8, 10 , 11

■ 8 , 12 , 16 , 12 , 17 , 8 , 21 , 16 , 23, 10

■ 18 , 11 , 14 , 5 , 13 , 20 , 21 , 19 , 23, 10

■ 1 , 2 , 3 , 4 , 1 , 2 , 3 , 4 , 1 , 2 , 3 , 4

حل تمرين (١٤)

أولاً : $M_o = 15$ ⇒ منوال وحيد

ثانياً : $M_o = 7 , 8$ ⇒ ثنائى منوال

ثالثاً : $M_o = 8 , 16 , 12$ ⇒ متعدد المنوال

رابعاً : لا توجد قيم مكررة ⇒ M_o = لا يوجد

خامساً : كل القيم مكررة بنفس عدد المرات ⇒ M_o = لا يوجد

إذا كانت البيانات مبوبة

١) نبحث عن أكبر تكرار فى الجدول (تكرار فئة المنوال) .

٢) نعتبر الفئة المقابلة لأكبر تكرار فئة المنوال .

٣) نحسب المنوال بالعلاقة التالية :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times H$$

H	طول فئة المنوال
L	الحد الادنى لفئة المنوال
d_1	أكبر تكرار (تكرار فئة المنوال) - تكرار الفئة السابقة
d_2	أكبر تكرار (تكرار فئة المنوال) - تكرار الفئة اللاحقة

تمرين (١٥) باستخدام بيانات الجدول التكرارى التالى :

الفئات	11 -	14 -	17 -	20 -	23 -	26 - 29	المجموع
التكرار	6	4	9	13	11	7	50

■ فان المنوال يساوى

A) 25 B) 20 C) 24 **D) 22**

حل تمرين (١٥)

١) نحدد كلاً مما يلى :

L ⇐	-20	-23
	13	11
	⇓	⇓
f_1	f	f_2
التكرار السابق	اكبر تكرار	التكرار اللاحق

$d_1 = f - f_1$

$d_1 = 13 - 9 = 4$

$d_2 = f - f_2$

$d_2 = 13 - 11 = 2$

٢) نوجد قيمة المنوال :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 - d_2} \times H$$

$$M_o = 20 + \frac{4}{4-2} \times 3 = 22$$

تمرين (١٦) باستخدام بيانات الجدول التكرارى التالى :

الفئات	1 - 5	6 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	المجموع
التكرار	7	10	8	3	2	30

■ فان المنوال يساوى

A) 11 **B) 9** C) 10 D) 14

حل تمرين (١٦)

١) نحدد كلاً مما يلى :

L ⇐	6 - 10	11 - 15
	10	8
	⇓	⇓
f_1	f	f_2
التكرار السابق	اكبر تكرار	التكرار اللاحق

$d_1 = f - f_1$

$d_1 = 10 - 7 = 3$

$d_2 = f - f_2$

$d_2 = 10 - 8 = 2$

٢) نوجد قيمة المنوال :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 - d_2} \times H$$

$$M_o = 6 + \frac{3}{3+2} \times 5 = 9$$

تمرين (١٧) باستخدام بيانات الجدول التكرارى التالى :

الفئات	-13	-18	-20	-25	-32	40 - 36	المجموع
التكرار	40	26	50	28	36	20	200

■ فان المنوال يساوى

A) 19.25 B) 19.75 C) 18.25 D) 17.25

حل تمرين (١٧)

ملحوظة الجدول المعطى غير منتظم أو غير متساوى الفئات لذا لا يمكن حساب المنوال منه مباشرة . بل يجب أولاً ايجاد التكرارات المعدلة لكل تكرار معطى كما يلى :

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة الأصلى}}{\text{طول الفئة}}$$

■ ويمكن توضيح ذلك فى الجدول التالى :

الفئات	-13	-18	-20	-25	-32	40-36	المجموع
التكرار	40	26	50	28	36	20	200
طول الفئة	5	2	5	7	4	4	
التكرار المعدل	8	13	10	4	9	5	

١) نحدد كلاً مما يلى :

..20	-18	⇐L
10	13	8
⇓	⇓	⇓
f_2	f	f_1
التكرار اللاحق	اكبر تكرار	التكرار السابق

$d_1 = f - f_1$

$d_1 = 13 - 8 = 5$

$d_2 = f - f_2$

$d_2 = 13 - 10 = 3$

٢) نوجد قيمة المنوال :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times H$$

$$M_o = 18 + \frac{5}{5+3} \times 2 = 19.25$$

مزايا وعيوب المنوال

مزايا المنوال

١) لا يتاثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة .

٢) يمكن حسابه فى حالة البيانات الوصفية .

٣) يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة .

عيوب المنوال

١) لا ياخذ كل القيم فى الاعتبار .

٢) يصعب التعامل معه فى التحليل الإحصائى .

العلاقة بين الوسط الحسابى والوسيط والمنوال

$$\bar{X} - M_o = 3 (\bar{X} - M_d)$$

■ خد بالك :

١) إذا كان : الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال

يكون التوزيع متماثل

٢) إذا كان : الوسط الحسابى < الوسيط < المنوال

يكون التوزيع موجب الالتواء أو ملتوى جهة اليمين

٣) إذا كان : الوسط الحسابى > الوسيط > المنوال

يكون التوزيع سالب الالتواء أو ملتوى جهة اليسار

تمرين (١٨) إذا كانت أعمار 8 أفراد كما يلى :

10 , 12 , 14 , 20 , 18 , 14 , 16 , 24

فان :

1) الوسط الحسابى يساوى

A) 16 B) 15 C) 14 D) 17

2) الوسيط يساوى

A) 16 B) 15 C) 14 D) 17

3) المنوال يساوى

A) 16 B) 15 C) 14 D) 17

4) التوزيع يكون

A) موجب الالتواء B) سالب الالتواء

C) متماثل D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (١٨)

ايجاد الوسط الحسابى

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{10 + 12 + 14 - .. + 24}{8} = \frac{128}{8} = 16$$

ايجاد الوسيط

١) نرتب القيم تصاعدياً

10 , 12 , 14 , (14) , (16) , 18 , 20 , 24

٢) نوجد الوسيط : عدد القيم = 8 قيم "عدد زوجى"

الوسيط (M_d) = متوسط القيمتين اللى ترتيبهم

$\left\{\frac{n}{2}=\frac{8}{2}=4\right\}$, $\left\{\frac{n}{2}+1=\frac{8}{2}+1=5\right\}$

$$M_d=\frac{14+16}{2}=15$$

ايجاد المنوال

القيمة الأكثر تكرارا ⇐ $M_o = 14$

التعليق على شكل التوزيع

الوسط الحسابى ≺ الوسيط ≺ المنوال

14 ≺ 15 ≺ 16

التوزيع موجب الالتواء أو ملتوى جهة اليمين

تمرين (١٩) من الجدول التكرارى التالى :

الفئات	20 -	25 -	30 -	35 -	40 - 45	المجموع
التكرار	3	4	6	4	3	20

■ فان التوزيع يكون :

A) موجب الالتواء　　B) سالب الالتواء

C) متماثل　　D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (١٩)

ايجاد الوسط الحسابى

١) نكون الجدول التالى :

فئات العمر	f_i	X_i	$X_i f_i$
20 -	3	22.5	67.5
25 -	4	27.5	110
30 -	6	32.5	195
35 -	4	37.5	150
40 -45	3	42.5	127.5
المجموع	20		650

معطى　معطى　مراكز الفئات　معطى × معطى

٢) نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\overline{X}=\frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i}=\frac{650}{20}=32.5$$

ايجاد الوسيط

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 20
3	أقل من 25
7	أقل من 30
13	أقل من 35
17	أقل من 40
20	أقل من 45

L ← أقل من 30 (f_1 = 7)　　10　　(f_2 = 13 ← أقل من 35)

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\sum f}{2}=\frac{40}{2}=20$$

٣) نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

$$M_d = 30 + \frac{10 - 7}{13 - 7} \times 5 = 32.5$$

ايجاد المنوال

١) نحدد كلاً مما يلى :

- 35	- 30	⇐L
4	6	4
⇓	⇓	⇓
f_2	f	f_1
التكرار اللاحق	اكبر تكرار	التكرار السابق

$d_1 = f - f_1$

$d_1 = 6 - 4 = 2$

$d_2 = f - f_2$

$d_2 = 6 - 4 = 2$

٢) نوجد قيمة المنوال :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 - d_2} \times H$$

$$M_o = 30 + \frac{2}{2+2} \times 5 = 32.5$$

التعليق على شكل التوزيع

الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال

32.5 = 32.5 = 32.5

التوزيع متماثل

تمرين (٢٠) باستخدام بيانات الجدول التكراري التالي :

الفئات	5 - 1	10 - 6	15 - 11	20 - 16	25 - 21	المجموع
التكرار	3	8	5	2	2	20

■ فان التوزيع يكون :

A) موجب الالتواء
B) سالب الالتواء
C) متماثل
D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢٠)

ايجاد الوسط الحسابي

١) نكون الجدول التالي :

الفئات	f_i معطى	مراكز الفئات X_i	$X_i f_i$ ③ × ②
5 - 1	3	3	9
10 - 6	8	8	64
15 - 11	5	13	65
20 - 16	2	18	36
25 - 21	2	23	46
المجموع	20		220

٢) نوجد الوسط الحسابي بالعلاقة :

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} = \frac{220}{20} = 11$$

ايجاد الوسيط

١) نكون جدول تكراري متجمع صاعد كما يلي :

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 0.5	0
أقل من 5.5	3
أقل من 10.5	11
أقل من 15.5	16
أقل من 20.5	18
أقل من 25.5	20

L ← أقل من 5.5 ، f_1 = 3 ، 10 ، f_2 = 11

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

٣) نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

$$M_d = 5.5 + \frac{10 - 3}{11 - 3} \times 5 = 9.875$$

ايجاد المنوال

١) نحدد كلاً مما يلي :

15 -11	10 - 6	⇐L
5	8	3
⇓	⇓	⇓
f_2	f	f_1
التكرار اللاحق	اكبر تكرار	التكرار السابق

$d_1 = f - f_1$
$d_1 = 8 - 3 = 5$

$d_2 = f - f_2$
$d_2 = 8 - 5 = 3$

٢) نوجد قيمة المنوال :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 - d_2} \times H$$

$$M_o = 6 + \frac{5}{5 + 3} \times 5 = 9.125$$

التعليق على شكل التوزيع

الوسط الحسابي < الوسيط < المنوال

$9.125 < 9.875 < 11$

التوزيع موجب الالتواء أو ملتوى جهة اليمين

تمارين للتطبيق

١) إذا كانت لديك البيانات التالية :

9 , 15 , 16 , 20 , 16 , 8 , 14

■ فان التوزيع يكون :

A) موجب الالتواء
B) سالب الالتواء
C) متماثل
D) لا شئ مما سبق

٢) من الجدول التكراري التالي :

الفئات	20 -	30 -	40 -	50 -	70 - 60	المجموع
التكرار	9	10	12	10	9	50

■ فان التوزيع يكون :

A) موجب الالتواء
B) سالب الالتواء
C) متماثل
D) لا شئ مما سبق