

تحليل كمي

بلار بحجز مکتک فی مجموعات لشرح جميع أجزاء المنهج
فاحسن حالهم و احسن =

عنوان السنتر:

بنيها : ٨ ش سليمان نصار متفرع من ش كلية التجارة ناصية مكتبة مكة

**شبرا الخيمة : شارع المطار ناحية الفرقي خلف مدرسة التجارة برج B
داخل مستطير الثريا**

فرع العبور : أمام باب كلية التجارة الرئيسي

حنوان المكتبة

ش كلية التجارة الرئيسي أمام باب كلية التجارة أمام المسجد
مباشرة

 **اعداد**
در سلمی ایمن

3

۱۲

نموذج النقل

■ نموذج النقل :

هي أسلوب رياضي مشتق من البرمجة الخطية ، الهدف الأساسي منه حل مشكلة النقل بالوصول للتكلفة المثلى لنقل المنتجات أو الخامات من مصادر العرض (أو الانتاج) المتعددة إلى مصادر الطلب (أو الاستهلاك) المتعددة .

■ أنواع مشاكل النقل :



■ خطوات حل نموذج النقل :

(١) إعداد مصفوفة (جدول) النقل والتي تأخذ الشكل التالي :

to from	1	2	3	..	Supply
1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	C_{13} X_{13}	-	S_1
2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	C_{23} X_{23}	-	S_2
:	-	-	-	-	:
Demand	D_1	D_2	D_3	..	

حيث أن :

S : الكميات المعروضة من مصادر العرض أو الانتاج .

D : الكميات المطلوبة من مصادر الطلب أو الاستهلاك .

X : الكميات المراد نقلها من مصادر العرض إلى مصادر الطلب .

C : تكلفة نقل الوحدة من مصادر العرض إلى مصادر الطلب .

(٢) إيجاد الحل المبدئي المسموح به باستخدام :

■ طريقة الركن الشمالي الغربي .

■ طريقة أقل تكلفة .

■ طريقة فوجل التقريبية .

ملاحظات :

① في مشاكل النقل غير المتوازنة قبل إيجاد الحل المبدئي باى طريقة من الطرق السابقة ، نتبع الاتي :

[١] إذا كان إجمالي المطلوب أقل من إجمالي العروض :

نضيف عمود كمصدر طلب بالشرق وتكون تكاليف النقل بصفر

[٢] إذا كان إجمالي العروض أقل من إجمالي المطلوب :

نضيف صف كمصدر عرض بالشرق وتكون تكاليف النقل بصفر

② قبل اختبار أمثلية الحل المبدئي يجب التأكد من أن :

عدد الخلايا المشغولة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١

③ إذا كان الحل غير مسموح به . أي أن :

عدد الخلايا المشغولة > عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١

في هذه الحالة نحدد الخلية الفارغة صاحبة أقل تكلفة بين الخلايا الفارغة في الجدول نشغلها بعدد وحدات يساوي (0) - - -

(٣) اختبار أمثلية الحل المبدئي باستخدام :

طريقة الحجر المتنقل (حجر الوطاء أو المسار المغلق)

■ نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي عبارة عن مجموعة خطوط رأسية وأفقية متتالية ، بحيث يتوافر فيه الشروط التالية :

[١] يبدأ المسار المغلق بالخلية الفارغة وينتهي بها .

[٢] يكون عدد أركانه أو خلاياه زوجية (٤) أو (٦) أو ..

[٣] يجب أن تكون خلايا الأركان مشغولة .

[٤] نعطي لخلايا المسار إشارات لترددية (+ ، - ، + ، - ،) بداية من الخلية الفارغة .

■ نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلق ، فإذا كان :

التغير في التكلفة لكل الخلايا الفارغة موجب أو صفر يكون الحل أمثل ، ينتهي الحل ويكون جدول الحل المبدئي هو جدول الحل الأمثل .	التغير في التكلفة لكل الخلايا الفارغة على الأقل سالب يكون الحل غير أمثل يجب تحسين الحل وصولاً للحل الأمثل .
---	---

(٤) بعد اختبار أمثلية الحل إذا كان :

الحل غير أمثل

الحل أمثل

- ينتهي الحل وتكون تكلفة النقل المحسوبة هي التكلفة المثلى .
- يجب تحسين (أو تعديل) الحل وصولاً للحل الأمثل ، كما سيتضح فيما يلي ...

تمرين (١) إذا كانت لديك جدول النقل التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	5 X ₁₁	7 X ₁₂	2 X ₁₃	250
S ₂	4 X ₂₁	9 X ₂₂	6 X ₂₃	300
S ₃	8 X ₃₁	5 X ₃₂	3 X ₃₃	400
Demand	380	220	350	

المطلوب :

(١) إيجاد الحل المبدئي باستخدام طريقة :

- الركن الشمالي الغربي . ■ أقل تكلفة . ■ فوجل التجريبية .
- (٢) اختبار أمثلية الحل المبدئي المسموح به الذي تم الحصول عليه بالطرق الثلاثة باستخدام طريقة الحجر المتنقل .

حل تمرين (١)

إجمالي العرض = إجمالي الطلب = 950
∴ مشكلة النقل متوازنة

إيجاد الحل المبدئي بطريقة الركن الشمالي الغربي

- نبدأ بأول خلية في الجدول (S₁ D₁) الموجودة في الركن الشمالي الغربي نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (250) نشغل بها هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (250) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الأول الذي وصل عرضه إلى الصفر .
- بعد استبعاد الصف الأول تنتقل للخلية (S₂ D₁) الموجودة في الركن الشمالي الغربي نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (130) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (130) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الأول الذي وصل طلبه إلى الصفر .

- بعد استبعاد العمود الأول تنتقل للخلية (S₂ D₂) الموجودة في الركن الشمالي الغربي نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (170) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (170) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الثاني الذي وصل عرضه إلى الصفر .

- بعد استبعاد الصف الثاني تنتقل للخلية (S₃ D₂) نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (50) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (50) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الثاني الذي وصل طلبه إلى الصفر .

- بعد استبعاد العمود الثاني لا يتبقى سوى الخلية (S₂ D₃) نشغل هذه الخلية بالـ (350) وحدة الباقية من العرض والطلب .

ملحوظة : الصف أو العمود المستبعد لا يتم اختيار أي خلية منه في الخطوات التالية لتدخل في الحل .

- يمكن عرض ما سبق في جدول الحل المبدئي التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	↓ 5 250	7	2	250 0
S ₂	4 130	9 170	6	300 170 0
S ₃	8	5 50	3 350	400 350 0
Demand	380 130 0	220 50 0	350 0 -	950

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 250(5) + 130(4) + 170(9) + 50(5) + 350(3)$$

$$Z = 4600$$

■ **خد بالك :** الحل انسابق مسموح به لأن

عدد الخلايا المشغولة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١

٥ خلايا مشغولة = ٣ صفوف + ٣ أعمدة - ١

اختبار أمثلية الحل بطريقة المسار المتعرج

- نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلق .

الفرقة الثانية

الفرقة الثانية

⊙ ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S_1D_2	$S_1D_2 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_2$ $= 7 - 5 + 4 - 9 = -3$
S_1D_3	$S_1D_3 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_3D_2 \rightarrow S_3D_3$ $= 2 - 5 + 4 - 9 + 5 - 3 = -6$
S_2D_3	$S_2D_3 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_3D_2 \rightarrow S_3D_3$ $= 6 - 9 + 5 - 3 = -1$
S_3D_1	$S_3D_1 \rightarrow S_3D_2 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_2D_1$ $= 8 - 5 + 9 - 4 = +8$

الحل المبدئي ليس حل أمثل لوجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

تحسين الحل

- نختار الخلية (S_1D_3) صاحبة أكبر تغير بإشارة سالبة .
- نحدد عدد الوحدات الأقل من بين الخلايا صاحبة الإشارة السالبة في مسار الخلية (S_1D_3) $\Leftarrow (170)$
- يضاف (170) وحدة للخلايا صاحبة الإشارة الموجبة .
- نطرح (170) وحدة من الخلايا صاحبة الإشارة السالبة .
- ويمكن توضيح ذلك كما يلي :

(+)	(-)	(+)	(-)	(+)	(-)
$S_1D_3 \Rightarrow S_1D_1 \Rightarrow S_2D_1 \Rightarrow S_2D_2 \Rightarrow S_3D_2 \Rightarrow S_3D_3$					
فارغة	250	130	170	50	350
170	80	300	فارغة	220	180

■ ويكون جدول الحل بعد التحسين كما يلي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	80	5	170	250
S ₂	300	4	9	300
S ₃		8	5	400
Demand	380	220	350	950

اختبار أمثلية الحل الجديد بطريقة المسار المتعرج

- نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلق .

⊙ ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S_1D_2	$S_1D_2 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_3D_2$ $= 7 - 2 + 3 - 5 = +3$
S_2D_2	$S_2D_2 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_3D_2$ $= 9 - 4 + 5 - 2 + 3 - 5 = +6$
S_2D_3	$S_2D_3 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_1D_3$ $= 6 - 4 + 5 - 2 = +5$
S_3D_1	$S_3D_1 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_1D_2$ $= 8 - 3 + 2 - 5 = +2$

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 80(5) + 170(2) + 300(4) + 220(5) + 180(3)$$

$$Z = 3580$$

إيجاد الحل المبدئي بطريقة أقل تكلفة

- نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة في الجدول (S_1D_3) نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (250) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (250) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الأول الذي وصل عرضه إلى الصفر .

- بعد استبعاد الصف الأول تنتقل للخلية (S_3D_3) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (100) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (100) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الثالث الذي وصل طلبه إلى الصفر .

- بعد استبعاد العمود الثالث تنتقل للخلية (S_2D_1) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (300) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (300) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الثاني الذي وصل عرضه إلى الصفر .

- بعد استبعاد الصف الثاني تنتقل للخلية (S_3D_2) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (220) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (220) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الثاني الذي وصل طلبه إلى الصفر .

تحسين الحل

- نختار الخلية $(S_1 D_1)$ صاحبة أكبر تغير بإشارة سالبة .
- نحدد عدد الوحدات الأقل من بين الخلايا صاحبة الإشارة السالبة في مسار الخلية $(S_1 D_1) \Leftarrow (170)$
- يضاف (170) وحدة للخلايا صاحبة الإشارة الموجبة .
- نطرح (170) وحدة من الخلايا صاحبة الإشارة السالبة .
- ويمكن توضيح ذلك كما يلي :

(+)	(-)	(+)	(-)
$S_1 D_1 \Rightarrow$	$S_1 D_3 \Rightarrow$	$S_3 D_3 \Rightarrow$	$S_3 D_1$
فارغة	250	100	80
80	170	180	فارغة

■ ويكون جدول الحل بعد التحسين كما يلي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	5 80	7 170	2 170	250
S ₂	4 300	9	6	300
S ₃	8 220	5 180	3	400
Demand	380	220	350	950

اختبار امثلية الحل الجديد بطريقة المسار المتعرج

- تكون مسار معلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار معلق .
- ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المعلق والتغير في التكلفة
$S_1 D_2$	$S_1 D_2 \rightarrow S_1 D_3 \rightarrow S_3 D_3 \rightarrow S_3 D_2$ $= 7 - 2 + 3 - 5 = +3$
$S_2 D_2$	$S_2 D_2 \rightarrow S_2 D_1 \rightarrow S_1 D_1 \rightarrow S_1 D_3 \rightarrow S_3 D_3 \rightarrow S_3 D_2$ $= 9 - 4 + 5 - 2 + 3 - 5 = +6$
$S_2 D_3$	$S_2 D_3 \rightarrow S_2 D_1 \rightarrow S_1 D_1 \rightarrow S_1 D_3$ $= 6 - 4 + 5 - 2 = +3$
$S_3 D_1$	$S_3 D_1 \rightarrow S_3 D_3 \rightarrow S_1 D_3 \rightarrow S_1 D_1$ $= 8 - 3 + 2 - 5 = +2$

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

- بعد استبعاد العمود الثاني لا يتبقى سوى الخلية $(S_2 D_1)$ نشغل هذه الخلية بالـ (80) وحدة الباقية من العرض والطلب .
- يمكن عرض ما سبق في جدول الحل المبدئي التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	5 250	7 250	2 250	250
S ₂	4 300	9	6	300
S ₃	8 30	5 220	3 100	400
Demand	380 80 0	220 0 -	350 100 0	950

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 250(2) + 300(4) + 80(8) + 220(5) + 100(3)$$

$$Z = 3740$$

■ خد بالك : الحل السابق مسموح به لأن

$$\text{عدد الخلايا المشغولة} = \text{عدد الصفوف} + \text{عدد الأعمدة} - 1$$

$$5 \text{ خلايا مشغولة} = 3 \text{ صفوف} + 3 \text{ أعمدة} - 1$$

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار المتعرج

- تكون مسار معلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار معلق .
- ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المعلق والتغير في التكلفة
$S_1 D_1$	$S_1 D_1 \rightarrow S_1 D_3 \rightarrow S_3 D_3 \rightarrow S_3 D_1$ $= 5 - 2 + 3 - 8 = -2 \Leftarrow$
$S_1 D_2$	$S_1 D_2 \rightarrow S_1 D_3 \rightarrow S_3 D_3 \rightarrow S_3 D_2$ $= 7 - 2 + 3 - 5 = +3$
$S_2 D_2$	$S_2 D_2 \rightarrow S_2 D_1 \rightarrow S_3 D_1 \rightarrow S_3 D_2$ $= 9 - 4 + 8 - 5 = +8$
$S_2 D_3$	$S_2 D_3 \rightarrow S_2 D_1 \rightarrow S_3 D_1 \rightarrow S_3 D_3$ $= 6 - 4 + 8 - 3 = +7$

الحل المبدئي ليس حل أمثل لوجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 80(5) + 170(2) + 300(4) + 220(5) + 180(3)$$

$$Z = 3530$$

إيجاد الحل المبدئي بطريقة فوجل التقريبية

١] نضيف عمود يسمى (فروق الصفوف) نضع فيه الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف ، ونضيف صف يسمى (فروق الأعمدة) نضع فيه الفرق بين أقل تكلفتين في كل عمود .

٢] نختار الصف أو العمود صاحب أكبر فرق ، ثم نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة في هذا الصف أو العمود نقارن العرض والطلب لتلك الخلية ونختار الكمية الأقل نشغل بها الخلية ثم نطرح هذه الكمية من العرض والطلب لتلك الخلية ثم نستبعد الصف أو العمود الذي وصل عرضه أو طلبه إلى الصفر .

ويتضح ذلك كما يلي :

from \ to	D ₁	D ₂	D ₃	Supply	فروق الصفوف
S ₁	5	7	2	250 0	3
S ₂	4	9	6	300	2
S ₃	8	5	3	400	2
Demana	380	220	350	950	
فروق الأعمدة	1	2	1		

٢] نستبعد الصف الأول الذي وصل عرضه إلى الصفر نكرر

الخطوات السابقة . كما يلي :

from \ to	D ₁	D ₂	D ₃	Supply	فروق الصفوف
S ₂	4	9	6	300 0	2
S ₃	8	5	3	400	2
Demana	380	220	100	700	
فروق الأعمدة	4	3			

ملحوظة :

في حالة تساوي الفروق لصفين أو عمودين أو لصف وعمود يتم اختيار أي من منهم .

٤] نستبعد الصف الثاني الذي وصل عرضه إلى الصفر يتبقى الصف الثالث فقط ، نبدأ بالخلية (S₃ D₃) صاحبة أقل تكلفة نقارن العرض والطلب لتلك الخلية ونختار الأقل (100) نشغل بها الخلية ثم نطرح الـ (100) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ، ثم نستبعد العمود الثالث الذي وصل طلبه إلى الصفر .

٥] بعد استبعاد العمود الثالث الذي وصل طلبه إلى الصفر ، نذهب للخلية (S₃ D₂) صاحبة أقل تكلفة نقارن العرض والطلب لتلك الخلية ونختار الأقل (220) نشغل بها الخلية ثم نطرح الـ (220) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ، ثم نستبعد العمود الثاني الذي وصل طلبه إلى الصفر .

٦] بعد استبعاد العمود الثاني لا يتبقى سوى الخلية (S₃ D₁) نشغل هذه الخلية بالـ (80) وحدة الباقية من العرض والطلب .

■ يمكن عرض ما سبق في جدول الحل المبدئي التالي :

to \ from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	5	7	2	250 0
S ₂	4	9	6	300 0
S ₃	8	5	3	400 300 80 0
Demand	380	220	350	950
	80	0	100	
	0	-	0	

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 250(2) + 300(4) + 80(8) + 220(5) + 100(3)$$

$$Z = 3740$$

■ خذ بالك : الحل السابق مسموح به لأن

عدد الخلايا المشغولة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١

٥ خلايا مشغولة = ٣ صفوف + ٣ أعمدة - ١

اختبار أمثلية الحل بطريقة المسار المتعرج

■ نكون مسار مغلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .

■ نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلق .

تابع الحل <<<

⊙ ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S_1D_1	$S_1D_1 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_3D_1$ $= 5 - 2 + 3 - 8 = -2$
S_1D_2	$S_1D_2 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_3D_2$ $= 7 - 2 + 3 - 5 = +3$
S_2D_2	$S_2D_2 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_3D_2$ $= 9 - 4 + 8 - 5 = +8$
S_2D_3	$S_2D_3 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_3D_3$ $= 6 - 4 + 8 - 3 = +7$

الحل المبدئي ليس حل أمثل لوجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

تحسين الحل

- نختار الخلية (S_1D_1) صاحبة أكبر تغير بإشارة سالبة .
- نحدد عدد الوحدات الأقل من بين الخلايا صاحبة الإشارة السالبة في مسار الخلية (S_1D_1) $\Leftarrow (170)$
- يضاف (170) وحدة للخلايا صاحبة الإشارة الموجبة .
- نطرح (170) وحدة من الخلايا صاحبة الإشارة السالبة .
- ويمكن توضيح ذلك كما يلي :

(+)	(-)	(+)	(-)
$S_1D_1 \Rightarrow$	$S_1D_3 \Rightarrow$	$S_3D_3 \Rightarrow$	S_3D_1
فارغة	250	100	80
80	170	180	فارغة

■ ويكون جدول الحل بعد التحسين كما يلي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	5 80	7 170	2	250
S ₂	4 300	9	6	300
S ₃	8 220	5 180	3	400
Demand	380	220	350	950

اختبار أمثلية الحل الجديد بطريقة المسار المتعرج

- تكون مسار مغلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلق .

الفرقة السالبة

⊙ ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S_1D_2	$S_1D_2 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_3D_2$ $= 7 - 2 + 3 - 5 = +3$
S_2D_2	$S_2D_2 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_3D_2$ $= 9 - 4 + 5 - 2 + 3 - 5 = +6$
S_2D_3	$S_2D_3 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_1D_3$ $= 6 - 4 + 5 - 2 = +5$
S_3D_1	$S_3D_1 \rightarrow S_3D_3 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_1D_1$ $= 8 - 3 + 2 - 5 = +2$

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 80(5) + 170(2) + 300(4) + 220(5) + 180(3)$$

$$Z = 3580$$

تمرين (٢) إذا كانت لديك جدول النقل التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	7 X ₁₁	5 X ₁₂	9 X ₁₃	350
S ₂	3 X ₂₁	6 X ₂₂	4 X ₂₃	250
Demand	150	240	210	

المطلوب :

- (١) إيجاد الحل المبدئي بطريقة الركن الشمالي الغربي .
- (٢) اختبار أمثلية الحل المبدئي الذي تم الحصول عليه .

حل تمرين (٢)

$$\text{إجمالي العرض} = \text{إجمالي الطلب} = 600$$

∴ مشكلة النقل متوازنة

إيجاد الحل المبدئي بطريقة الركن الشمالي الغربي

- نبدأ بأول خلية في الجدول (S_1D_1) الموجودة في الركن الشمالي الغربي نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (150) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (150) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الأول الذي وصى طلبه إلى الصفر .

تحسين الحل

- نختار الخلية (S_2D_1) صاحبة أكبر تغير بإشارة سالبة .
- نحدد عدد الوحدات الأقل من بين الخلايا صاحبة الإشارة السالبة في مسار الخلية $(S_1D_1) \Leftarrow (40)$
- يضاف (40) وحدة للخلايا صاحبة الإشارة الموجبة .
- نطرح (40) وحدة من الخلايا صاحبة الإشارة السالبة .
- ويمكن توضيح ذلك كما يلي :

(+)	(-)	(+)	(-)
$S_2D_1 \Rightarrow S_2D_3 \Rightarrow S_1D_2 \Rightarrow S_1D_1$			
فارغة	40	200	150
40	فارغة	240	110

- ويكون جدول الحل بعد التحسين كما يلي :

to \ from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	7 110	5 240	9 0	350
S ₂	3 40	6 0	4 210	250
Demand	150	240	210	600

اختبار امثلية الحل الجديد بطريقة المسار المتعرج

- نكون مسار مغلقة لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلقة .
- ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S_1D_3	$S_1D_3 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_3$ $= 9 - 7 + 3 - 4 = -1$
S_2D_2	$S_2D_2 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_1D_1 \rightarrow S_1D_2$ $= 6 - 3 + 7 - 5 = -5$

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 110(7) + 240(5) + 40(3) + 210(5) = 2930$$

- بعد استبعاد العمود الأول ننتقل للخلية (S_1D_2) الموجودة في الركن الشمالي الغربي الجديد نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (200) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (200) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الأول الذي وصل عرضه إلى الصفر .
- بعد استبعاد الصف الأول ننتقل للخلية (S_2D_2) الموجودة في الركن الشمالي الغربي الجديد نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (40) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (40) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الثاني الذي وصل طلبه إلى الصفر .
- بعد استبعاد العمود الثاني لا يتبقى سوى الخلية (S_2D_3) نشغل هذه الخلية بالـ (210) وحدة الباقية من العرض والطلب .
- يمكن عرض ما سبق في جدول الحل المبدئي التالي :

to \ from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	7 150	5 200	9 0	350
S ₂	3 40	6 0	4 210	250
Demand	150	240	210	600

■ خذ بالك : الحل السابق مسموح به لأن

$$4 \text{ خلايا مشغولة} = 2 \text{ صفوف} + 3 \text{ أعمدة} - 1$$

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 150(7) + 200(5) + 40(6) + 210(4) = 3130$$

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار المتعرج

- نكون مسار مغلقة لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلقة .
- ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S_1D_3	$S_1D_3 \rightarrow S_1D_2 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_2D_3$ $= 9 - 5 + 6 - 4 = +6$
S_2D_1	$S_2D_1 \rightarrow S_2D_2 \rightarrow S_1D_2 \rightarrow S_1D_1$ $= 3 - 6 + 5 - 7 = -5$

الحل المبدئي ليس حل أمثل لوجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

تمرين (٢) إذا كانت لديك جدول النقل التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	400
S ₂	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	700
S ₃	X ₃₁	X ₃₂	X ₃₃	300
Demand	400	300	700	

المطلوب :

- (١) إيجاد الحل المبدئي بطريقة فوجل التقريبية .
- (٢) اختبار أمثلية الحل المبدئي الذي تم الحصول عليه .

حل تمرين (٢)

إجمالي العرض = إجمالي الطلب = 1400
∴ مشكلة النقل متوازنة

إيجاد الحل المبدئي بطريقة فوجل التقريبية

١ [نضيف عمود يسمى (فروق الصفوف) نضع فيه الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف ، ونضيف صف يسمى (فروق الأعمدة) نضع فيه الفرق بين أقل تكلفتين في كل عمود .

٢ [نختار الصف أو العمود صاحب أكبر فرق ، ثم نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة في هذا الصف أو العمود نتارن العرض والطلب لتلك الخلية ونختار الكمية الأقل نشغل بها الخلية ثم نطرح هذه الكمية من العرض والطلب لتلك الخلية ثم نستبعد الصف أو العمود الذي وصل عرضه أو طلبه إلى الصفر .

وبتضح ذلك كما يلي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply	فروق الصفوف
S ₁	6	7	1	400 0	5
S ₂	8	4	5	700	1
S ₃	7	3	6	300	3
Demand	400	300	700	1400	
فروق الأعمدة	1	1	4		

٣ [نستبعد الصف الأول الذي وصل عرضه إلى الصفر نكرر الخطوات السابقة . كما يلي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply	فروق الصفوف
S ₂	8	4	5	700	1
S ₃	7	3	6	300 0	3
Demand	400	300 0	300	1000	
فروق الأعمدة	1	1	1		

٤ [نستبعد الصف الثالث الذي وصل عرضه إلى الصفر والعمود الثاني الذي وصل طلبه إلى الصفر ، ويتبقى الصف الثاني فقط نبدأ بالخلية (S₂ D₃) صاحبة أقل تكلفة نقارن العرض والطلب لتلك الخلية ونختار الأقل (300) نشغل بها الخلية ثم نطرح الـ (300) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ثم نستبعد العمود الثالث الذي وصل طلبه إلى الصفر .

٥ [بعد استبعاد العمود الثالث لا يتبقى سوى الخلية (S₂ D₁) نشغل هذه الخلية بالـ (400) وحدة الباقية من العرض والطلب

■ يمكن عرض ما سبق في جدول الحل المبدئي التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	6	8	1	400 0
S ₂	8	4	5	700 400 0
S ₃	7	3	6	300 0
Demand	400 0	300 0	700 300 0	1400

■ خذ بالك : الحل السابق غير مسموح به لأن

عدد الخلايا المشغولة > عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١

٤ خلايا مشغولة > ٣ صفوف + ٣ أعمدة - ١

⇐ نحوله إلى حل مسموح به عن طريق شغل الخلية الفارغة (S₂ D₂) صاحبة أقل تكلفة بين الخلايا الفارغة في الجدول بعدد وحدات يساوي (0) .

■ فيكون جدول الحل المبدئي كما يلي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	6	8	↓ 1	400
S ₂	8	4	5	700
S ₃	7	3	6	300
Demand	400	300	700	1400

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$Z = 400(1) + 400(8) + 0(4) + 300(5) + 300(3)$$

$$Z = 6000$$

■ اختبار أمثلية الحل بطريقة المسار المتعرج

■ تكون مسار مغلق لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي -

■ نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلق .

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S ₁ D ₁	S ₁ D ₁ → S ₁ D ₃ → S ₂ D ₃ → S ₂ D ₁ = 6 - 1 + 5 - 4 = +2
S ₁ D ₂	S ₁ D ₂ → S ₁ D ₃ → S ₂ D ₃ → S ₂ D ₂ = 7 - 1 + 5 - 4 = +7
S ₂ D ₁	S ₃ D ₁ → S ₃ D ₂ → S ₂ D ₂ → S ₂ D ₁ = 7 - 3 + 4 - 8 = +5
S ₃ D ₂	S ₃ D ₃ → S ₃ D ₂ → S ₂ D ₂ → S ₂ D ₃ = 6 - 3 + 4 - 5 = +2

■ الحل المبدئي حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

■ الحل المبدئي هو الحل الأمثل بإجمالي تكاليف نقل = 6000

■ تمرين (٤) إذا كانت لديك جدول النقل التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	6	7	1	400
S ₂	8	4	5	700
S ₃	7	3	6	300
Demand	300	250	600	

■ المطلوب :

(١) إيجاد الحل المبدئي بطريقة أقل تكلفة .

(٢) اختبار أمثلية الحل المبدئي الذي تم الحصول عليه .

■ حل تمرين (٤)

■ إجمالي العرض = 1400 ⇔ إجمالي الطلب = 1150

■ ∴ مشكلة النقل غير متوازنة

■ نوزن المشكلة : الطلب (1150) أقل من العرض (1400)

■ نضيف عمود كمصدر طلب بالفرق وتكون تكاليف النقل بصفر

■ فيكون الجدول التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Supply
S ₁	6	7	1	0	400
S ₂	8	4	5	0	700
S ₃	7	3	6	0	300
Demand	300	250	600	250	1400

■ إيجاد الحل المبدئي بطريقة أقل تكلفة

■ نبدأ بالخلية صاحبة أقل تكلفة (توجد 3 خلايا تكلفة كل منها تساوي صفر) نختار واحدة منهم ولتكن الخلية (S₁D₄) نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (250) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (250) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الرابع الذي وصل طلبه إلى الصفر .

■ بعد استبعاد العمود الرابع ننتقل للخلية (S₁D₃) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (150) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (150) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الأول الذي وصل عرضه إلى الصفر .

■ بعد استبعاد الصف الأول ننتقل للخلية (S₃D₂) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (250) نشغل به هذه الخلية ، ثم نطرح الـ (250) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الثاني الذي وصل طلبه إلى الصفر .

■ الفرق

S_2D_2	$S_2D_2 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_3D_2$ $= 4 - 8 + 7 - 3 = 0$
S_2D_4	$S_2D_4 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_1D_4$ $= 0 - 5 + 1 - 0 = -4$
S_3D_3	$S_3D_3 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_3$ $= 6 - 7 + 8 - 5 = +2$
S_3D_4	$S_3D_4 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_1D_4$ $= 0 - 7 + 8 - 5 + 1 - 0 = -3$

الحل المبدئي ليس حل أمثل لوجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

تحسين الحل

- نختار الخلية (S_2D_4) صاحبة أكبر تغير بإشارة سالبة .
- نحدد عدد الوحدات الأقل من بين الخلايا صاحبة الإشارة السالبة في مسار الخلية (S_2D_4) $\Leftarrow (250)$
- يضاف (250) وحدة للخلايا صاحبة الإشارة الموجبة .
- نطرح (250) وحدة من الخلايا صاحبة الإشارة السالبة .
- ويمكن توضيح ذلك كما يلي :

(+)	(-)	(+)	(-)
$S_2D_4 \Rightarrow$	$S_2D_3 \Rightarrow$	$S_1D_3 \Rightarrow$	S_1D_4
فارغة	450	150	250
250	200	400	فارغة

■ ويكون جدول الحل بعد التحسين كما يلي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Supply
S ₁	6	7	1	0	400
S ₂	8	4	5	0	700
S ₃	7	3	6	0	300
Demand	300	250	600	250	1400

اختبار امثلية الحل الجديد بطريقة المسار المتعرج

- نكون مسار مغلقة لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلقة .

تابع الحل <<<

■ بعد استبعاد العمود الثاني ننتقل للخلية (S_2D_3) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (450) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (450) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد العمود الثالث الذي وصل عرضه إلى الصفر .

■ بعد استبعاد العمود الثالث ننتقل للخلية (S_3D_1) صاحبة أقل تكلفة جديدة نقارن بين العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونختار عدد الوحدات الأقل (50) نشغل بها هذه الخلية ثم نطرح الـ (50) وحدة من العرض والطلب الخاص بتلك الخلية ونستبعد الصف الثالث الذي وصل عرضه إلى الصفر .

■ بعد استبعاد العمود الثالث لا يتبقى سوى الخلية (S_2D_1) نشغل هذه الخلية بالـ (250) وحدة الباقية من العرض والطلب .

■ يمكن عرض ما سبق في جدول الحل المبدئي التالي :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Supply
S ₁	6	7	1	0	400 150 0
S ₂	8	4	5	0	700 250 0
S ₃	7	3	6	0	300 50 0
Demand	300 250 0	250 0	600 450 0	250 0	1400

تأكد بنفسك

الحل السابق مسموح به

■ وتكون تكلفة النقل الكلية هي

$$= 150(1) + 250(0) + 250(8) + 450(5) + 50(7) + 250(3) = 5500$$

اختبار امثلية الحل بطريقة المسار المتعرج

- نكون مسار مغلقة لكل خلية فارغة في جدول الحل المبدئي .
- نحسب التغير في التكلفة لكل مسار مغلقة .
- ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلقة والتغير في التكلفة
S_1D_1	$S_1D_1 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_2D_1$ $= 6 - 1 + 5 - 8 = +2$
S_1D_3	$S_1D_2 \rightarrow S_3D_2 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_4 \rightarrow S_1D_4$ $= 7 - 1 + 5 - 8 + 7 - 3 = +7$

⊙ ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي :

الخلية	المسار المغلق والتغير في التكلفة
S_1D_1	$S_1D_1 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_2D_1$ $= 6 - 1 + 5 - 8 = +2$
S_1D_2	$S_1D_2 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_3D_2$ $= 7 - 1 + 5 - 8 + 7 - 3 = +7$
S_1D_4	$S_1D_4 \rightarrow S_1D_3 \rightarrow S_2D_3 \rightarrow S_2D_4$ $= 0 - 1 + 5 - 0 = +4$
S_2D_2	$S_2D_2 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_3D_2$ $= 4 - 8 + 7 - 3 = 0$
S_3D_3	$S_3D_3 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_3$ $= 6 - 7 + 8 - 5 = +2$
S_3D_4	$S_3D_4 \rightarrow S_3D_1 \rightarrow S_2D_1 \rightarrow S_2D_4$ $= 0 - 7 + 8 - 0 = +1$

الحل الجديد حل أمثل لعدم وجود قيم سالبة للتغير في التكاليف

■ وتكون تكلفة النقل الكلية في الحل الأمثل هي

$$= 400(1) + 250(8) + 200(5) + 250(0) + 50(7) + 250(3) = 4500$$

تمارين للتطبيق

تمرين (١) إذا كانت لديك البيانات التالية :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	2	1	8	10
S ₂	7	4	3	25
S ₃	6	2	4	20
Demand	15	18	22	

(1) هل يحقق النموذج وضع التوازن

A) نعم	B) لا
--------	-------

(2) تكلفة النقل الكلية باستخدام طريقة أقل تكلفة

A) 300	B) 185	C) 253	D) خلاف ما سبق
--------	--------	--------	----------------

(3) هل الحل الذي تم التوصل إليه حلاً أساسياً

A) نعم	B) لا
--------	-------

(4) هل الحل الذي تم التوصل إليه حل أمثل

A) نعم	B) لا
--------	-------

(5) وتكون تكلفة الأمثل هي

A) 180	B) 230	C) 120	D) خلاف ما سبق
--------	--------	--------	----------------

تمرين (٢) إذا كانت لديك مصفوفة النقل التالية :

to from	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	0	4	1	20
S ₂	2	3	4	25
S ₃	5	1	3	15
Demand	30	30	10	

(1) هل يحقق النموذج وضع انتوازن

A) نعم	B) لا
--------	-------

(2) التكلفة الكلية باستخدام طريقة فوجل التقريبية

A) 130	B) 100	C) 150	D) خلاف ما سبق
--------	--------	--------	----------------

(3) هل الحل الذي تم التوصل إليه حل أساسي مسموح به

A) نعم	B) لا
--------	-------

(4) هل الحل الذي تم التوصل إليه حل أمثل

A) نعم	B) لا
--------	-------

(5) وتكون تكلفة الحل الأمثل هي

A) 180	B) 170	C) 220	D) خلاف ما سبق
--------	--------	--------	----------------

خذ بالك : المسار المغلق قد يتخذ أحد الأشكال التالية :

