

CARVEN 1

رياضة تمويل واستثمار

الباب الثالث الدفعات المتساوية



عزيزي الطالب

بإذن يحجز مكانك في مجموعات لشرح جميع أجزاء المنهج
تحت إشرافهم =

١ - ٢ - ٣ - ٤ - ٥ - ٦ - ٧ - ٨ - ٩ - ١٠ - ١١ - ١٢

عنوان السنتر

بنها : ٨ ش سليمان نصار متفرع من ش كلية التجارة ليلية
مكتبة مكة

شبرا الخيمة : شارع المطار ليلية الفرع في خلف مدرسة التجارة برج B
داخل سنتر الثريا

فرع العجوة : أمام باب كلية التجارة الرئيسي

عنوان المكتبة

ش كلية التجارة الرئيسي أمام باب كلية التجارة أمام المسجد
مباشرة



إعداد

د/ سلمي أيمن

٣

١١

الباب الثالث : الدفعات المتساوية

■ الدفعات المتساوية : هي عبارة عن مبلغ ثابت يدفع على فترات دورية ثابتة ومؤكد دفعها .

■ وتنقسم الدفعات المتساوية إلى :

(١) الدفعة الفورية : يتم دفع مبلغها في بداية كل فترة زمنية والتي قد تكون شهر أو شهرين أو 3 شهور أو 6 شهور .

(٢) الدفعة العادية : يتم دفع مبلغها في نهاية كل فترة زمنية والتي قد تكون شهر أو شهرين أو 3 شهور أو 6 شهور .

حساب جملة الدفعات المتساوية

■ الرموز المستخدمة :

k	عدد الدفعات	R	مبلغ الدفعة الواحدة
n	مدة الدفعات كلها	r	معدل الفائدة المستخدم
L	مدة الدفعة الواحدة أو الفترة الزمنية بين أى دفعتين		
n_1	المدة الحسوبة من أول دفعة حتى نهاية مدة الدفعات		
n_k	المدة الحسوبة من آخر دفعة حتى نهاية مدة الدفعات		

$$k = \frac{n}{L} = \frac{\text{مدة الدفعات كلها}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}}$$

حيث أن :

■ حساب جملة الدفعات المتساوية :

جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

ملاحظات

عند حساب جملة الدفعات :

(١) إذا كانت الدفعة فورية :

$$n_1 = n \quad n_k = L$$

⇐ فتكون جملة الدفعات كما يلي :

$$\bar{S} = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n + L}{12} \right)$$

(2) إذا كانت الدفعة عادية :

$$n_1 = n - L \quad n_k = 0$$

⇐ فتكون جملة الدفعات كما يلي :

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n - L}{12} \right)$$

(3) إذا كانت الدفعة ليست فورية ولا عادية :

تدفع منتصف كل شهر

$$n_1 = n - 0.5 \quad n_k = 0.5$$

⇐ فتكون جملة الدفعات كما يلي :

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n}{12} \right)$$

(4) إذا كان المطلوب حساب جملة الدفعات في تاريخ بعد إنتهاء مدة الدفعات أو عند وجود مدة تأجيل بعد إنتهاء مدة الدفعات ، تضاف هذه المدة مرة على مدة الدفعة الأولى وتضاف مرة أخرى على مدة الدفعة الأخيرة ، وعليه تكون :

⇐ جملة الدفعات الفورية كما يلي :

$$\bar{S} = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n + 2h + L}{12} \right)$$

⇐ جملة الدفعات العادية كما يلي :

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n + 2h - L}{12} \right)$$

⇐ جملة الدفعات ليست فورية ولا عادية كما يلي :

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n + 2h}{12} \right)$$

حيث أن : h : مدة التأجيل بعد آخر دفعة

تمرين (١)

يقوم شخص بإيداع مبلغ دوري قدره 1000 جنيه في أحد البنوك لمدة سنة وذلك بمعدل فائدة 10% سنويا .

الفرقة الأولى

الفرقة الأولى

المطلوب : حساب جملة الدفعات ، إذا كان :

(1) الإيداع أول كل شهر . (2) الإيداع آخر كل شهر .

(3) الإيداع منتصف كل شهر .

حل تمرين (١)

(1) حساب جملة الدفعات إذا كان الإيداع أول كل شهر :

$$R = 500 \quad r = 10\% \quad n = 12 \quad L = 1 \quad k = 12$$

$$\bar{S} = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+L}{12} \right)$$

$$\bar{S} = 500 \times 12 + 500 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{12+1}{12} \right)$$

$$\bar{S} = 6000 + 325 = 6325$$

(2) حساب جملة الدفعات إذا كان الإيداع آخر كل شهر :

$$R = 500 \quad r = 10\% \quad n = 12 \quad L = 1 \quad k = 12$$

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n-L}{12} \right)$$

$$S = 500 \times 12 + 500 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{12-1}{12} \right)$$

$$S = 6000 + 275 = 6275$$

(3) حساب جملة الدفعات إذا كان الإيداع منتصف كل شهر :

$$R = 500 \quad r = 10\% \quad n = 12 \quad L = 1 \quad k = 12$$

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n}{12} \right)$$

$$S = 500 \times 12 + 500 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{12}{12} \right)$$

$$S = 6000 + 300 = 6300$$

تمرين (٢)

يودع شخص مبلغ 400 جنيهه آخر كل شهرين في أحد

البنوك لمدة سنتين وذلك بمعدل فائدة 16% سنوياً . فإن :

(1) عدد الدفعات يساوي

خلاف ذلك (D) 12 (C) 10 (B) 11 (A)

(2) مدة الدفعة الأولى بالشهور تساوي

خلاف ذلك (D) 24 (C) 22 (B) 21 (A)

(3) مجموع مدد الدفعات بالسنوات يساوي

خلاف ذلك (D) 12 (C) 10 (B) 11 (A)

(4) مجموع المبالغ (أصل الدفعات) يساوي

خلاف ذلك (D) 9600 (C) 3200 (B) 4800 (A)

(5) مجموع فوائد الدفعات يساوي

خلاف ذلك (D) 832 (C) 704 (B) 750 (A)

(6) جملة الدفعات يساوي

خلاف ذلك (D) 5504 (C) 5632 (B) 5668 (A)

(7) إذا قرر الشخص سحب مستحقته بعد سنتين ونصف ،

فإن جملة مستحقته تساوي

خلاف ذلك (D) 5504 (C) 5632 (B) 5668 (A)

حل تمرين (٢)

2 = مدة الدفعة الواحدة 24 = مدة الدفعات

الإيداع آخر كل شهرين الدفعة عادية

$$(1) \text{ عدد الدفعات : } k = \frac{n}{L} = \frac{24}{2} = 12$$

$$(2) \text{ مدة الدفعة الأولى : } n_1 = 24 - 2 = 22$$

$$(3) \text{ مدة الدفعة الأخيرة : } n_k = 0$$

(4) مجموع مدد الدفعات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{12}{2} \left(\frac{22 + 0}{12} \right) = 11$$

(5) مجموع مبالغ الدفعات :

$$= R \times k = 400 \times 12 = 4800$$

(6) مجموع فوائد الدفعات :

$$= R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$= 400 \times \frac{16}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{22 + 0}{12} \right) = 704$$

(7) جملة الدفعات :

جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$S = 4800 + 704 = 5504$$

(8) إذا قرر الشخص سحب مستحقاته بعد سنتين ونصف :

$$2 = \text{مدة الدفعة الواحدة} \quad 6 = \text{مدة التاجيل} \quad 24 = \text{مدة الدفقات}$$

الدفعة العادية

الإيداع آخر كل شهرين

$$k = \frac{n}{L} = \frac{24}{2} = 12$$

■ عدد الدفقات :

$$n_1 = 22 + 6 = 28$$

■ مدة الدفعة الأولى :

$$n_k = 0 + 6 = 6$$

■ مدة الدفعة الأخيرة :

■ مجموع مدد الدفقات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{12}{2} \left(\frac{28 + 6}{12} \right) = 17$$

■ مجموع مبالغ الدفقات :

$$= R \times k = 400 \times 12 = 4800$$

■ مجموع فوائد الدفقات :

$$= R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$= 400 \times \frac{16}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{28 + 6}{12} \right) = 1088$$

■ جملة الدفقات :

جملة الدفقات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$S = 4800 + 1088 = 5888$$

تمرين (٢)

يودع شخص مبلغ 500 جنيه أول كل ثلاث شهور في أحد البنوك لمدة سنتين وذلك بمعدل فائدة 12% سنوياً . فإن :

(1) عدد الدفقات يساوي

خلاف ذلك (D) 12 (C) 10 (B) 8 (A)

(2) مدة الدفعة الأولى بالشهور تساوي

خلاف ذلك (D) 24 (C) 22 (B) 21 (A)

(3) مجموع مدد الدفقات بالسنوات يساوي

خلاف ذلك (D) 12 (C) 10 (B) 8 (A)

(4) مجموع المبالغ (أصل الدفقات) يساوي

خلاف ذلك (D) 4000 (C) 3200 (B) 4800 (A)

(5) مجموع فوائد الدفقات يساوي

خلاف ذلك (D) 340 (C) 540 (B) 450 (A)

(6) جملة الدفقات يساوي

خلاف ذلك (D) 4540 (C) 4450 (B) 5440 (A)

(7) إذا قرر الشخص سحب مستحقاته بعد ثلاث سنوات ، فإن جملة مستحقاته تساوي

خلاف ذلك (D) 5888 (C) 5632 (B) 5668 (A)

حل تمرين (٢)

$$3 = \text{مدة الدفعة الواحدة} \quad 24 = \text{مدة الدفقات}$$

الدفعة فورية

الإيداع أول كل ثلاث شهور

$$k = \frac{n}{L} = \frac{24}{3} = 8$$

(1) عدد الدفقات :

$$n_1 = 24$$

(2) مدة الدفعة الأولى :

$$n_k = 3$$

(3) مدة الدفعة الأخيرة :

(4) مجموع مدد الدفقات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{8}{2} \left(\frac{24 + 3}{12} \right) = 9$$

(5) مجموع مبالغ الدفقات :

$$= R \times k = 500 \times 8 = 4000$$

(6) مجموع فوائد الدفقات :

$$= R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$= 500 \times \frac{12}{100} \times \frac{8}{2} \left(\frac{24 + 3}{12} \right) = 540$$

(7) جملة الدفقات :

جملة الدفقات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$\bar{S} = 4000 + 540 = 4540$$

(8) إذا قرر الشخص سحب مستحقاته بعد ثلاث سنوات :

$$3 = \text{مدة الدفعة الواحدة} \quad 12 = \text{مدة التاجيل} \quad 24 = \text{مدة الدفقات}$$

الدفعة فورية

الإيداع أول كل ثلاث شهور

$$k = \frac{n}{L} = \frac{24}{3} = 8$$

■ عدد الدفقات :

$$n_1 = 24 + 12 = 36$$

■ مدة الدفعة الأولى :

حل تمرين (٤)

1 = مدة الدفعة الواحدة 12 = مدة الدفعات

الإيداع منتصف كل شهر الدفعة ليست فورية ولا عادية

(1) عدد الدفعات : $k = \frac{n}{L} = \frac{12}{1} = 12$

(2) مدة الدفعة الأولى : $n_1 = 12 - 0.5 = 11.5$

(3) مدة الدفعة الأخيرة : $n_k = 0.5$

(4) مجموع مدد الدفعات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{12}{2} \left(\frac{11.5 + 0.5}{12} \right) = 6$$

(5) مجموع مبالغ الدفعات :

$$= R \times k = 300 \times 12 = 3600$$

(6) مجموع فوائد الدفعات :

$$= R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$= 300 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{11.5 + 0.5}{12} \right) = 180$$

(7) جملة الدفعات :

جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$S = 3600 + 180 = 3780$$

(8) إذا قرر الشخص سحب مستحقاته بعد سنة ونصف :

1 = مدة الدفعة الواحدة 6 = مدة التاجيل 24 = مدة الدفعات

الإيداع منتصف كل شهر الدفعة ليست فورية ولا عادية

■ عدد الدفعات : $k = \frac{n}{L} = \frac{12}{1} = 12$

■ مدة الدفعة الأولى : $n_1 = 11.5 + 6 = 17.5$

■ مدة الدفعة الأخيرة : $n_k = 0.5 + 6 = 6.5$

■ مجموع مدد الدفعات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{12}{2} \left(\frac{17.5 + 6.5}{12} \right) = 12$$

■ مجموع مبالغ الدفعات :

$$= R \times k = 300 \times 12 = 3600$$

■ مدة الدفعة الأخيرة : $n_k = 3 + 12 = 15$

■ مجموع مدد الدفعات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{8}{2} \left(\frac{36 + 15}{12} \right) = 17$$

■ مجموع مبالغ الدفعات :

$$= R' \times k = 500 \times 8 = 4000$$

■ مجموع فوائد الدفعات :

$$= R' \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$= 500 \times \frac{12}{100} \times \frac{8}{2} \left(\frac{36 + 15}{12} \right) = 1020$$

■ جملة الدفعات :

جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$\bar{S} = 4000 + 1020 = 5020$$

تمرين (٤)

يودع شخص مبلغ 300 جنيه منتصف كل شهر في أحد البنوك لمدة سنة وذلك بمعدل فائدة 10% سنوياً . فإن :

(1) عدد الدفعات يساوي

خلاف ذلك D) 12 C) 10 B) 11 A)

(2) مدة الدفعة الأولى بالشهور تساوي

خلاف ذلك D) 24 C) 22 B) 21 A)

(3) مجموع مدد الدفعات بالسنوات يساوي

خلاف ذلك D) 12 C) 10 B) 6 A)

(4) مجموع المبالغ (أصل الدفعات) يساوي

خلاف ذلك D) 4000 C) 3200 B) 3600 A)

(5) مجموع فوائد الدفعات يساوي

خلاف ذلك D) 360 C) 180 B) 150 A)

(6) جملة الدفعات يساوي

خلاف ذلك D) 3780 C) 3600 B) 3960 A)

(7) إذا قرر الشخص سحب مستحقاته بعد سنة ونصف ، فإن

جملة مستحقاته تساوي

خلاف ذلك D) 3960 C) 3950 B) 9360 A)

■ مجموع فوائد الدفعات :

$$= R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$= 300 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{17.5 + 6.5}{12} \right) = 360$$

■ جملة الدفعات :

جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$S = 3600 + 360 = 3960$$

تمرين (٥)

يودع شخص دفعات ربع سنوية مبالغها 400 جنيه في أحد البنوك لمدة سنتين ونصف وذلك بمعدل فائدة 6% ، فإذا قرر سحب مستحققاته بعد ثلاث سنوات ، إذا علمت أنه كان يقوم بالإيداع في بداية كل فترة زمنية . فإن :

(1) عدد الدفعات يساوي

- A) 0 B) 10 C) 12 D) خلاف ذلك

(2) مدة الدفعة الأولى بالشهور تساوي

- A) 36 B) 33 C) 30 D) خلاف ذلك

(3) مدة الدفعة الأخيرة بالشهور تساوي

- A) 0 B) 9 C) 12 D) خلاف ذلك

(4) مجموع مدد الدفعات بالسنوات يساوي

- A) 22.5 B) 20 C) 18.75 D) خلاف ذلك

(5) مجموع المبالغ (أصل الدفعات) يساوي

- A) 3600 B) 3200 C) 4000 D) خلاف ذلك

(6) مجموع فوائد الدفعات يساوي

- A) 450 B) 420 C) 390 D) خلاف ذلك

(7) جملة الدفعات يساوي

- A) 4390 B) 4420 C) 4450 D) خلاف ذلك

(8) إذا قرر الشخص سحب مستحققاته بعد أربع سنوات ، فإن

جملة مستحققاته تساوي

- A) 4690 B) 4750 C) 4810 D) خلاف ذلك

حل تمرين (٥)

3 = مدة الدفعة الواحدة = 6 = مدة التاجيل = 30 = مدة الدفعات

الدفعة فورية

الإيداع أول كل ثلاث شهور

$$k = \frac{n}{L} = \frac{30}{3} = 10$$

(1) عدد الدفعات :

$$n_1 = 30 + 6 = 36$$

(2) مدة الدفعة الأولى :

$$n_k = 3 + 6 = 9$$

(3) مدة الدفعة الأخيرة :

(4) مجموع مدد الدفعات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{10}{2} \left(\frac{36 + 9}{12} \right) = 18.75$$

(5) مجموع مبالغ الدفعات :

$$= R \times k = 400 \times 10 = 4000$$

(6) مجموع فوائد الدفعات :

$$= R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$= 400 \times \frac{6}{100} \times \frac{10}{2} \left(\frac{36 + 9}{12} \right) = 450$$

(7) جملة الدفعات :

جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$\bar{S} = 4000 + 450 = 4450$$

(8) إذا قرر الشخص سحب مستحققاته بعد أربع سنوات :

3 = مدة الدفعة الواحدة = 18 = مدة التاجيل = 30 = مدة الدفعات

الدفعة فورية

الإيداع أول كل ثلاث شهور

$$k = \frac{n}{L} = \frac{30}{3} = 10$$

■ عدد الدفعات :

$$n_1 = 30 + 18 = 48$$

■ مدة الدفعة الأولى :

$$n_k = 3 + 18 = 21$$

■ مدة الدفعة الأخيرة :

■ مجموع مدد الدفعات :

$$= \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right) = \frac{10}{2} \left(\frac{48 + 21}{12} \right) = 28.7$$

■ مجموع مبالغ الدفعات :

$$= R \times k = 400 \times 10 = 4000$$

■ مجموع فوائد الدفعات :

$$= R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

الإيداع الثاني بمبلغ 200 جنيه

الإيداع منتصف كل شهر

مدة الدفعة الواحدة = 1 مدة الدفعات = 12

عدد الدفعات : $k = \frac{n}{L} = \frac{12}{1} = 12$

مدة الدفعة الأولى : $n_1 = 12 - 0.5 = 11.5$

مدة الدفعة الأخيرة : $n_k = 0.5$

جملة دفعات الإيداع الثاني :

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$S = 200 \times 12 + 200 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{11.5 + 0.5}{12} \right)$$

$$S = 2400 + 120 = 2520$$

رصيد الشخص في نهاية المدة :

رصيد الشخص = جملة الإيداع الأول + جملة الإيداع الثاني
 $3795 + 2520 = 6315$ = رصيد الشخص

تقريب (٧)

أودع رجل أعمال بأحد البنوك مبلغ 1000 جنيه آخر كل شهرين ولمدة سنتين ، وفي نهاية المدة بلغت جملة ما لهذا الشخص 12990 جنيه .

المطلوب : حساب معدل الفائدة المستخدم

حل تقريب (٧)

الإيداع آخر كل شهرين

الدفعة عادية

$$R = 1000 \quad S = 12990 \quad n = 24 \quad L = 2 \quad k = 12$$

$$S = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n - L}{12} \right)$$

$$S = 1000 \times 12 + 1000 \times r \times \frac{12}{2} \left(\frac{24 - 2}{12} \right)$$

$$12990 = 12000 + 11000 \times r$$

$$12990 - 12000 = 11000 \times r$$

$$990 = 11000 \times r \Rightarrow r = \frac{990}{11000} = 0.09 = 9\%$$

$$= 400 \times \frac{6}{100} \times \frac{10}{2} \left(\frac{48 + 21}{12} \right) = 690$$

جملة الدفعات :

جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$\bar{S} = 4000 - 690 = 4690$$

تقريب (٦)

يودع شخص مبلغ 300 جنيه أول كل شهر ، كما يقوم بإيداع مبلغ 200 جنيه منتصف كل شهر وذلك لمدة سنة ، فإذا علمت أن معدل الفائدة 10% سنويا . فإن :

(1) مدة الدفعة الأولى للإيداع الأول بالشهور تساوي

خلاف ذلك (D) ☐ 12 (C) ☒ 11.5 (B) ☐ 12 (A) ☐

(2) جملة دفعات الإيداع الأول يساوي

خلاف ذلك (D) ☐ 3600 (B) ☐ 3270 (C) ☒ 3795 (A) ☐

(3) مدة الدفعة الأخيرة للإيداع الثاني بالشهور تساوي

خلاف ذلك (D) ☐ 11.5 (C) ☒ 0.5 (B) ☐ 12 (A) ☐

(4) جملة دفعات الإيداع الثاني يساوي

خلاف ذلك (D) ☐ 2030 (C) ☐ 2270 (B) ☐ 2520 (A) ☒

(5) رصيد الشخص في نهاية المدة يساوي

خلاف ذلك (D) ☐ 6270 (C) ☒ 6315 (B) ☐ 6100 (A) ☐

حل تقريب (٦)

الإيداع أول كل شهر

الإيداع الأول بمبلغ 300 جنيه

مدة الدفعة الواحدة = 1 مدة الدفعات = 12

$$k = \frac{n}{L} = \frac{12}{1} = 12$$

عدد الدفعات :

$$n_1 = n = 12$$

مدة الدفعة الأولى :

$$n_k = L = 1$$

مدة الدفعة الأخيرة :

جملة دفعات الإيداع الأول :

$$\bar{S} = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

$$\bar{S} = 300 \times 12 + 300 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \left(\frac{12 + 1}{12} \right)$$

$$\bar{S} = 3600 - 195 = 3795$$

الفرقة الأولى

الفرقة الأولى

حساب القيمة الحالية للدفعات المتساوية

الرموز المستخدمة :

عدد الدفعات	k	مبلغ الدفعة الواحدة	R
مدة الدفعات كلها	n	معدل الخصم المستخدم	d
مدة الدفعة الواحدة أو الفترة الزمنية بين أي دفعتين	L		
مدة خصم الدفعة الأولى حتى نهاية مدة الدفعات	n_1		
مدة خصم الدفعة الأخيرة حتى نهاية مدة الدفعات	n_k		

حساب القيمة الحالية للدفعات المتساوية :

القيمة الحالية للدفعات = مجموع المبالغ - إجمالي الخصم

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n_1 + n_k}{12} \right)$$

ملاحظات : عند حساب القيمة الحالية للدفعات :

(1) إذا كانت الدفعة فورية :

$$n_1 = n$$

$$n_k = L$$

فتكون القيمة الحالية للدفعات كما يلي :

$$\bar{A} = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+L}{12} \right)$$

(2) إذا كانت الدفعة عادية :

$$n_1 = n - L$$

$$n_k = 0$$

فتكون القيمة الحالية للدفعات كما يلي :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n-L}{12} \right)$$

(3) إذا كانت الدفعة ليست فورية ولا عادية :

تدفع منتصف كل شهر

$$n_1 = n - 0.5$$

$$n_k = 0.5$$

فتكون القيمة الحالية للدفعات كما يلي :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n}{12} \right)$$

تمرين (٨)

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ ما أول كل ثلاثة شهور لمدة سنة ونصف بمعدل 12% سنوياً ، وفي نهاية المدة بلغ جملة ما لهذا الشخص في البنك 19890 جنية .

المطلوب : حساب مبلغ الدفعة

حل تمرين (٨)

الدفعة فورية

الإيداع أول كل ثلاثة شهور

$$\bar{S} = 12990 \quad r = 12\% \quad n = 18 \quad L = 3 \quad k = 6$$

$$\bar{S} = R \times k + R \times r \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+L}{12} \right)$$

$$\bar{S} = R \times 6 + R \times \frac{12}{100} \times 6 \times \frac{6}{2} \left(\frac{18+3}{12} \right)$$

$$19890 = 6 \times R + 0.63 \times R$$

$$19890 = 6.63 \times R \Rightarrow R = \frac{19890}{6.63} = 3000$$

تمرين للتطبيق

يودع شخص دفعات ربع سنوية مبلغها 400 جنية في أحد البنوك لمدة سنتين ونصف وذلك بمعدل فائدة 6% ، فإذا قرر سحب مستحقاته بعد ثلاث سنوات ، إذا علمت أنه كان يقوم بالإيداع في نهاية كل فترة زمنية . فإن :

(1) عدد الدفعات يساوي

A) 11 B) 12 C) 13 D) خلافاً ذلك

(2) مدة الدفعة الأولى بالشهور تساوي

A) 36 B) 33 C) 30 D) خلافاً ذلك

(3) مدة الدفعة الأخيرة بالشهور تساوي

A) 11 B) 9 C) 12 D) خلافاً ذلك

(4) مجموع فوائد الدفعات يساوي

A) 450 B) 420 C) 390 D) خلافاً ذلك

(5) جملة مستحققات هذا الشخص يساوي

A) 4390 B) 4420 C) 4450 D) خلافاً ذلك

(6) إذا قرر الشخص سحب مستحقاته بعد أربع سنوات ، فإن جملة مستحقاته تساوي

A) 4690 B) 4630 C) 4300 D) خلافاً ذلك

$$\bar{A} = 1000 \times 18 - 1000 \times \frac{12}{100} \times \frac{18}{2} \left(\frac{18+1}{12} \right)$$

$$\bar{A} = 18000 - 1710 = 16290$$

(2) إذا كان الإيداع آخر كل شهر :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n-L}{12} \right)$$

$$A = 1000 \times 18 - 1000 \times \frac{12}{100} \times \frac{18}{2} \left(\frac{18-1}{12} \right)$$

$$A = 18000 - 1530 = 16470$$

(3) إذا كان الإيداع منتصف كل شهر :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n}{12} \right)$$

$$A = 1000 \times 18 - 1000 \times \frac{12}{100} \times \frac{18}{2} \left(\frac{18}{12} \right)$$

$$A = 18000 - 1620 = 16380$$

القيمة الحالية قبل تاريخ استحقاق أول دفعة بـ 6 شهور

$$R = 1000 \quad d = 12\% \quad n = 18 \quad L = 1 \quad k = 18 \quad h = 6$$

(1) إذا كان الإيداع أول كل شهر :

$$\bar{A} = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+2h+L}{12} \right)$$

$$\bar{A} = 1000 \times 18 - 1000 \times \frac{12}{100} \times \frac{18}{2} \left(\frac{18+2 \times 6+1}{12} \right)$$

$$\bar{A} = 18000 - 2790 = 15210$$

(2) إذا كان الإيداع آخر كل شهر :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+2h-L}{12} \right)$$

$$A = 1000 \times 18 - 1000 \times \frac{12}{100} \times \frac{18}{2} \left(\frac{18+2 \times 6-1}{12} \right)$$

$$A = 18000 - 2610 = 15390$$

(3) إذا كان الإيداع منتصف كل شهر :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+2h}{12} \right)$$

(4) إذا كان المطلوب حساب القيمة الحالية للدفعات في تاريخ قبل استحقاق أول دفعة أو عند وجود مدة تاجيل قبل استحقاق أول دفعة ، تضاف هذه المدة مرة على مدة خصم الدفعة الأولى وتضاف مرة أخرى على مدة خصم الدفعة الأخيرة ، وعليه تكون :

⇐ القيمة الحالية للدفعات الفورية كما يلي :

$$\bar{A} = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+2h+L}{12} \right)$$

⇐ القيمة الحالية للدفعات العادية كما يلي :

$$S = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+2h-L}{12} \right)$$

⇐ القيمة الحالية لدفعات ليست فورية ولا عادية كما يلي :

$$S = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+2h}{12} \right)$$

حيث أن : h مدة التاجيل قبل أول دفعة

تمرين (9)

يقوم شخص بإيداع دفعة شهرية قدرها 1000 جنيه في أحد البنوك لمدة سنة ونصف بمعدل خصم 12% سنوياً .

المطلوب :

■ حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات في تاريخ استحقاق أول دفعة .

■ حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات قبل تاريخ استحقاق أول دفعة بـ 6 شهور . وذلك إذا كان :

(1) الإيداع أول كل شهر . (2) الإيداع آخر كل شهر .

(3) الإيداع منتصف كل شهر .

حل تمرين (9)

القيمة الحالية في تاريخ استحقاق أول دفعة

$$R = 1000 \quad d = 12\% \quad n = 18 \quad L = 1 \quad k = 18$$

(1) إذا كان الإيداع أول كل شهر :

$$\bar{A} = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n+L}{12} \right)$$

$$\bar{A} = 2000 \times 8 - 2000 \times \frac{9}{100} \times \frac{8}{2} \left(\frac{16 + 2 \times 8 + 2}{12} \right)$$

$$\bar{A} = 16000 - 2040 = 13960$$

(2) إذا كان الإيداع آخر كل شهرين :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n + 2h - L}{12} \right)$$

$$A = 2000 \times 8 - 2000 \times \frac{9}{100} \times \frac{8}{2} \left(\frac{16 + 2 \times 8 - 2}{12} \right)$$

$$A = 16000 - 1800 = 14200$$

تمارين للتطبيق

(1) يودع شخص دفعة شهرية فورية مبلغها 1000 جنيه في أحد البنوك لمدة سنة ونصف . المطلوب :

■ جملة هذه الدفعات بمعدل فائدة 10% سنوياً .

■ القيمة الحالية لهذه الدفعات بمعدل خصم 12% سنوياً

(2) يودع شخص دفعة منتصف كل شهر مبلغها 1000 جنيه في أحد البنوك لمدة سنة . المطلوب :

■ جملة هذه الدفعات بمعدل فائدة 12% سنوياً .

■ القيمة الحالية لهذه الدفعات بمعدل خصم 14% سنوياً

(3) يودع شخص دفعة عادية ربع سنوية مبلغها 1500 جنيه في أحد البنوك لمدة سنتين . المطلوب :

■ جملة الدفعات بعد 30 شهر بمعدل فائدة 9% سنوياً .

■ القيمة الحالية لهذه الدفعات قبل تاريخ استحقاق أول دفعة بـ 6 شهور بمعدل خصم 12% سنوياً .

$$A = 1000 \times 18 - 1000 \times \frac{12}{100} \times \frac{18}{2} \left(\frac{18 + 2 \times 6}{12} \right)$$

$$A = 18000 - 2700 = 15300$$

تمرين (١٠)

دفعة تدفع كل شهرين قدرها 2000 جنيه لمدة 16 شهر بمعدل خصم 9% سنوياً .

المطلوب :

■ حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات في تاريخ استحقاق أول دفعة .

■ حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات قبل تاريخ استحقاق أول دفعة بـ 8 شهور . وذلك إذا كان :

(1) الإيداع أول كل شهرين . (2) الإيداع آخر كل شهرين .

حل تمرين (١٠)

القيمة الحالية في تاريخ استحقاق أول دفعة

$$R = 2000 \quad d = 9\% \quad n = 16 \quad L = 2 \quad k = 8$$

(1) إذا كان الإيداع أول كل شهرين :

$$\bar{A} = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n + L}{12} \right)$$

$$\bar{A} = 2000 \times 8 - 2000 \times \frac{9}{100} \times \frac{8}{2} \left(\frac{16 + 2}{12} \right)$$

$$\bar{A} = 16000 - 1080 = 14920$$

(2) إذا كان الإيداع آخر كل شهرين :

$$A = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n - L}{12} \right)$$

$$A = 2000 \times 8 - 2000 \times \frac{9}{100} \times \frac{8}{2} \left(\frac{16 - 2}{12} \right)$$

$$A = 16000 - 840 = 15160$$

القيمة الحالية قبل تاريخ استحقاق أول دفعة بـ 8 شهور

$$R = 2000 \quad d = 9\% \quad n = 16 \quad L = 2 \quad k = 8 \quad h = 8$$

(1) إذا كان الإيداع أول كل شهرين :

$$\bar{A} = R \times k - R \times d \times \frac{k}{2} \left(\frac{n + 2h + L}{12} \right)$$