

CARVEN 2

تحليل كمي

الباب الثالث



عزيزي الطالب

بإشراف مكتبك في مجموعات لشرح جميع أجزاء المنهج
تلاستحاجم و الصحت =

١ ٠ ٠ ٠ ٣ ٤ ١ ٠ ٦ ١
١ ٢ ٢ ٧ ٥ ٥ ٥ ٠ ٠ ٠

عنوان المسائل

بنها : ٨ ش سليمان نصر مقرر من ش كلية التجارة ناصية
مكتبة مكة

شبرا الخيمة : شارع الطار ناصية للرجلي خلف مدرسة للتجارة برج B
للحل سنتر للثريا

فرع الصبور : أمام باب كلية التجارة الرئيسي

عنوان المكتبة

ش كلية التجارة الرئيسي أمام باب كلية التجارة أمام المسجد
مباشرة

إعداد
د/ سلمي أيمن

٣

١٣

الباب الثالث

موضوعات إضافية

في البرمجة الخطية

المشكلة البديلة حالة حلول مثلى متعددة

المشكلة البديلة

قبل صياغة المشكلة البديلة :

يجب أن تكون القيود الهيكلية على الصورة التالية :

في حالة التعظيم	في حالة التصغير
الحد المطلق $\leq$ القيد	الحد المطلق $\geq$ القيد

ولو أحد القيود على خلاف ذلك نضرب القيد كله في (-1) ونعكس علامة التباين .

(1) صياغة النموذج الرياضي للمشكلة البديلة :

المشكلة البديلة

المشكلة الأصلية

يتحول إلى

■ المتغيرات $X_1, X_2, \dots$ ■ المتغيرات $Y_1, Y_2, \dots$ ■

■ عدد متغيرات القرار ■ عدد القيود الهيكلية

■ عدد القيود الهيكلية ■ عدد متغيرات القرار

■ معاملات دالة الهدف ■ الحدود المطلقة للقيود

■ الحدود المطلقة للقيود ■ معاملات دالة الهدف

■ معاملات القيود (العمود) ■ معاملات القيود (صف)

■ دالة الهدف عظم (F) ■ دالة الهدف صفر (Z)

■ دالة الهدف صفر (Z) ■ دالة الهدف عظم (F)

■ القيود على الصورة $(\leq)$ ■ القيود على الصورة $(\geq)$ ■ القيود على الصورة $(\geq)$ ■ القيود على الصورة $(\leq)$

(2) الحل الأمثل للمشكلة البديلة بالسبيلكس :

■ يتم استنتاج الحل الأمثل للمشكلة البديلة من جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية ، كما يلي :

المشكلة الأصلية عظم (F) $\Leftrightarrow$ المشكلة البديلة صفر (Z)

[1] كل متغير (S) يقابله متغير (Y) بنفس الدليل .

[2] كل متغير (X) يقابله متغير (S) بنفس الدليل .

[3] نحول كل عمود في جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية إلى صف في جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة مع تغيير الإشارة (ماعداء العمود الأول عمود الثوابت) .

المشكلة الأصلية صفر (Z) $\Leftrightarrow$ المشكلة البديلة عظم (F)

[1] كل متغير (S) يقابله متغير (Y) بنفس الدليل .

[2] كل متغير (X) يقابله متغير (S) بنفس الدليل .

[3] نحول كل صف في جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية إلى عمود في جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة مع تغيير الإشارة (ماعداء الصف الأول صف دالة الهدف) .

تمرين (1) اعتبر مشكلة البرمجة الخطية التالية :

$$F = 20X_1 + 30X_2 \quad \text{عظم}$$

تحت القيود :

$$3X_1 + 2X_2 \leq 200$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 100$$

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0$$

المطلوب :

(1) أوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة السبيلكس .

(2) صياغة النموذج الرياضي للمشكلة البديلة .

(3) أوجد الحل الأمثل للمشكلة البديلة .

حل تمرين (1)

(1) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

■ تحويل القيود إلى معادلات : (نضيف S_{xx} للجانب الأيسر)

$$3X_1 + 2X_2 + S_1 = 200$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 100$$

■ إعادة ترتيب المعادلات :

$$S_1 = 200 - 3X_1 - 2X_2$$

$$S_2 = 100 - X_1 - 2X_2$$

■ وضع دالة الهدف على الصورة :

$$F = 0 + 20X_1 + 30X_2$$

■ تكوين جدول السمبلكس الأول :

العمود المحوري				
	الثابت	X_1	X_2	النسبة
F	0	20	30	—
S_1	200	-3	-2	$\frac{200}{2} = 100$
S_2	100	-1	-2	$\frac{100}{2} = 50$

■ اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود معاملات موجبة في دالة الهدف .

■ تحسين الحل :

العمود المحوري (X_2) : صاحب أكبر قيمة موجبة في صف (F)

الصف المحوري (S_2) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة عمود الثوابت على العمود المحوري بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحوري (-2) : الناتج من تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري .

■ تكوين جدول السمبلكس الثاني :

(1) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحوري

$$= \text{مقلوب العنصر المحوري} = -1/2$$

(2) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحوري :

العنصر القديم	30	-2
العنصر الجديد	-15	1

تقسم كل عنصر في العمود المحوري على العنصر المحوري .

(3) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحوري :

العنصر القديم	100	-1
العنصر الجديد	50	-1/2

تقسم كل عنصر في الصف المحوري على العنصر المحوري ونغير إشارة الناتج .

(4) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
0	$= 0 - (\frac{100 \times 30}{-2}) = 1500$
20	$= 20 - (\frac{-1 \times 30}{-2}) = 5$

(5) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
200	$= 200 - (\frac{100 \times -2}{-2}) = 100$
-3	$= -3 - (\frac{-1 \times -2}{-2}) = -2$

■ ويمكن تلخيص ما سبق في جدول السمبلكس التالي :

العمود المحوري				
	الثابت	X_1	X_2	النسبة
F	1500	5	-15	—
S_1	100	-2	1	50
X_2	50	-1/2	-1/2	100

■ اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود معاملات موجبة في دالة الهدف .

■ تحسين الحل :

العمود المحوري (X_1) : صاحب أكبر معامل موجب في صف (F)

الصف المحوري (S_1) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة عمود الثوابت على العمود المحوري بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحوري (-2) : الناتج من تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري .

■ تكوين جدول السمبلكس الثالث :

$$(1) \text{ العنصر الجديد المناظر للعنصر المحوري} = -1/2$$

(2) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحوري :

العنصر القديم	5	-1/2
العنصر الجديد	-5/2	1/4

تقسم كل عنصر في العمود المحوري على العنصر المحوري .

(٢) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحوري :

العنصر القديم	100	1
العنصر الجديد	50	1/2

نقسم كل عنصر في الصف المحوري على العنصر المحوري ونغير اشارة الناتج .

(٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
1500	$= 1500 - (\frac{100 \times 5}{-2}) = 1750$
-15	$= -15 - (\frac{1 \times 5}{-2}) = -\frac{25}{2}$

(٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X₂) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
50	$= 50 - (\frac{100 \times -1/2}{-2}) = 25$
-1/2	$= -1/2 - (\frac{1 \times -1/2}{-2}) = -3/4$

ويمكن تلخيص ماسبق في جدول السمبلكس التالي :

	الثابت	S ₂	S ₁
F	1750	-5/2	-25/2
X ₁	50	-1/2	1/2
X ₂	25	1/4	-3/4

اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

$$F = 1750 , X_1 = 50 , X_2 = 25$$

(٢) صياغة النموذج الرياضي للمشكلة البديلة

■ المشكلة الاصلية :

$$F = 20X_1 + 30X_2$$

تحت القيود :

$$3X_1 + 2X_2 \leq 200 \Rightarrow Y_1$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 100 \Rightarrow Y_2$$

$$X_1 \geq 0 , X_2 \geq 0$$

■ فتكون المشكلة البديلة :

$$Z = 200Y_1 + 100Y_2$$

صفر :

تحت القيود :

$$3Y_1 + Y_2 \geq 20$$

$$2Y_1 + 2Y_2 \geq 30$$

$$Y_1 \geq 0 , Y_2 \geq 0$$

(٣) إيجاد جدول الحل المثل للمشكلة البديلة

■ جدول الحل الأمثل للمشكلة الاصلية :

		Y ₂	Y ₁
	الثابت	S ₂	S ₁
Z	F	1750	-25/2
S ₁	X ₁	50	1/2
S ₂	X ₂	25	-3/4



نحول كل عمود إلى صف مع تغيير الاشارة (ماعدا عمود الثوابت) .



■ فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :

	الثابت	S ₁	S ₂
Z	1750	50	25
Y ₂	5/2	1/2	-1/4
Y ₁	25/2	-1/2	3/4

$$Z = 1750 , Y_1 = \frac{5}{2} = 2.5 , Y_2 = \frac{25}{2} = 12.5$$

تمرين (٢) اعتبر مشكلة البرمجة الخطية التالية :

$$Z = 2500X_1 + 3500X_2$$

صفر :

تحت القيود :

$$5X_1 + 5X_2 \geq 250$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 150$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 70$$

$$X_1 \geq 0 , X_2 \geq 0$$

■ تكوين جدول السمبلكس الثاني :

(١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحوري

$$= \text{مقلوب العنصر المحوري} = 1/5$$

(٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحوري :

العنصر القديم	1	4	2500
العنصر الجديد	$1/5$	$4/5$	500

نقسم كل عنصر في العمود المحوري على العنصر المحوري .

(٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحوري :

العنصر القديم	5	-250	نقسم كل عنصر في الصف المحوري على العنصر المحوري ونغير إشارة الناتج .
العنصر الجديد	-1	50	

(٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (Z) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
0	$= 0 - (-\frac{250 \times 2500}{5}) = 125000$
3500	$= 3500 - (\frac{5 \times 2500}{5}) = 1000$

(٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S₂) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
-150	$= -150 - (-\frac{250 \times 4}{5}) = 50$
3	$= 3 - (\frac{5 \times 4}{5}) = -1$

(٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S₃) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
-70	$= -70 - (-\frac{250 \times 1}{5}) = -20$
2	$= 2 - (\frac{5 \times 1}{5}) = 1$

■ ويمكن تلخيص ما سبق في جدول السمبلكس التالي :

العمود المحوري			
المتغيرات	الثوابت	S ₁	X ₂
Z	125000	500	1000
X ₁	50	$1/5$	-1
S ₂	50	$4/5$	-1
S ₃	-20	$1/5$	1
النسبة	—	2500	1000

المطلوب : (١) أوجد الحل الأمثل باستخدام السمبلكس .

(٢) صياغة النموذج الرياضي للمشكلة البديلة .

(٣) أوجد الحل الأمثل للمشكلة البديلة .

حالتين (٢)

(١) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

■ تحويل القيود إلى معادلات : (نضيف S_{xx} للجانب الأيسر)

$$5X_1 + 5X_2 = 250 + S_1$$

$$4X_1 + 3X_2 = 150 + S_2$$

$$X_1 + 2X_2 = 70 + S_3$$

■ إعادة ترتيب المعادلات :

$$S_1 = -250 + 5X_1 + 5X_2$$

$$S_2 = -150 + 4X_1 + 3X_2$$

$$S_3 = -70 + X_1 + 2X_2$$

■ وضع دالة الهدف على الصورة :

$$Z = 0 + 2500X_1 + 3500X_2$$

■ تكوين جدول السمبلكس الأول :

العمود المحوري			
	الثوابت	X ₁	X ₂
Z	0	2500	3500
S ₁	-250	5	5
S ₂	-150	4	3
S ₃	-70	1	2
النسبة	—	$\frac{2500}{5} = 500$	$\frac{3500}{5} = 700$

■ اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود قيم سالبة في عمود الثوابت .

■ تحسين الحل :

الصف المحوري (S₁) : الصف صاحب أصغر قيمة سالبة في عمود الثوابت .العمود المحوري (X₁) : العمود صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة صف دالة الهدف على العناصر الموجبة في الصف المحوري .

العنصر المحوري (5) : الناتج من تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري .

* العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_2):

العنصر القديم	العنصر الجديد
50	$= 50 - \left(\frac{-20 \times -1}{1} \right) = 30$
$\frac{4}{5}$	$= \frac{4}{5} - \left(\frac{\frac{1}{5} \times -1}{1} \right) = 1$

ويمكن تلخيص ما سبق في جدول السمبلكس التالي:

	الثابت	S_1	S_3
Z	145000	300	1000
X_1	30	$\frac{2}{5}$	-1
S_2	30	1	-1
X_2	20	$-\frac{1}{5}$	1

اختبار أمثلية الحل: الحل أمثل

$$Z = 145000, X_1 = 30, X_2 = 20$$

(٢) صياغة النموذج الرياضي للمشكلة البديلة

المشكلة الاصلية:

$$Z = 2500X_1 + 3500X_2 \quad \text{صفر:}$$

تحت القيود:

$$5X_1 + 5X_2 \geq 250 \Rightarrow Y_1$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 150 \Rightarrow Y_2$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 70 \Rightarrow Y_3$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

فتكون المشكلة البديلة:

$$F = 250Y_1 + 150Y_2 + 70Y_3 \quad \text{عظم:}$$

تحت القيود:

$$5Y_1 + 4Y_2 + Y_3 \leq 2500$$

$$5Y_1 + 3Y_2 + 2Y_3 \leq 3500$$

$$Y_1 \geq 0, Y_2 \geq 0, Y_3 \geq 0$$

اختبار أمثلية الحل: الحل غير أمثل

نظراً لوجود قيم سالبة في عمود الثوابت.

تحسين الحل:

الصف المحوري (S_3): الصف صاحب أصغر قيمة سالبة في عمود الثوابت.

العمود المحوري (X_2): العمود صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة صف دالة الهدف على العناصر الموجبة في الصف المحوري.

العنصر المحوري (1): الناتج من تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري.

تكوين جدول السمبلكس الثالث:

(١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحوري

$$= \text{مقلوب العنصر المحوري} = 1$$

(٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحوري:

العنصر القديم	1000	-1	-1
العنصر الجديد	1000	-1	-1

نقسم كل عنصر في العمود المحوري على العنصر المحوري.

(٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحوري:

العنصر القديم	-20	$\frac{1}{5}$
العنصر الجديد	20	$-\frac{1}{5}$

نقسم كل عنصر في الصف المحوري على العنصر المحوري ونغير إشارة الناتج.

(٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (Z):

العنصر القديم	العنصر الجديد
125000	$= 125000 - \left(\frac{-20 \times 1000}{1} \right) = 145000$
500	$= 500 - \left(\frac{\frac{1}{5} \times 1000}{1} \right) = 300$

* العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_1):

العنصر القديم	العنصر الجديد
50	$= 50 - \left(\frac{-20 \times -1}{1} \right) = 30$
$\frac{1}{5}$	$= \frac{1}{5} - \left(\frac{\frac{1}{5} \times -1}{1} \right) = \frac{2}{5}$

حل تمرين (٢)

(١) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

■ تحويل القيود إلى معادلات : (نضيف S_{xx} للجانب الأصغر)

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 = 20 + S_1$$

$$4X_1 + X_2 + 3X_3 = 40 + S_2$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + S_3 = 70$$

■ إعادة ترتيب المعادلات :

$$S_1 = -20 + 3X_1 + 2X_2 + X_3$$

$$S_2 = -40 + 4X_1 + X_2 + 3X_3$$

$$S_3 = 30 - 2X_1 - 2X_2 - 3X_3$$

■ وضع دالة الهدف على الصورة :

$$Z = 0 + 60X_1 + 40X_2 + 90X_3$$

■ تكوين جدول السمبلكس الأول :

		العمود المحوري			
	الثوابت	X_1	X_2	X_3	
Z	0	60	40	90	
S_1	-20	3	2	1	
S_2	-40	4	1	3	
S_3	30	-2	-2	-3	
النسبة	—	$\frac{60}{3} = 15$	$\frac{40}{1} = 40$	$\frac{90}{3} = 30$	

■ اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود قيم سالبة في عمود الثوابت .

■ تحسين الحل :

الصف المحوري (S_2) : الصف صاحب أصغر قيمة سالبة في عمود الثوابت .

العمود المحوري (X_1) : العمود صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن قسمة صف دالة الهدف على العناصر الموجبة في الصف المحوري .

العنصر المحوري (4) : الناتج من تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري .

(٣) إيجاد جدول الحل المثل للمشكلة البديلة

■ جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية :

		Y_1	Y_3	
	الثوابت	S_1	S_3	
F	Z	145000	300	1000
S_1	X_1	30	$\frac{2}{5}$	-1
Y_2	S_2	30	1	-1
S_2	X_2	20	$-\frac{1}{5}$	1

↓

نحول كل صف إلى عمود مع تغيير الإشارة (ماعدا صف دالة الهدف)

↓

■ فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :

		الثوابت	S_1	Y_2	S_2
F	Z	145000	-30	-30	-20
Y_1	X_1	300	$-\frac{2}{5}$	-1	$\frac{1}{5}$
Y_3	X_3	1000	1	1	-1

$$F = 145000$$

$$Y_1 = 300 , Y_2 = 0 , Y_3 = 1000$$

تمرين (٢) اعتبر مشكلة البرمجة الخطية التالية :

$$Z = 60X_1 + 40X_2 + 90X_3$$

تحت القيود :

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 20$$

$$4X_1 + X_2 + 3X_3 \geq 40$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 30$$

$$X_1 \geq 0 , X_2 \geq 0 , X_3 \geq 0$$

المطلوب :

(١) أوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة السمبلكس .

(٢) صياغة النموذج الرياضي للمشكلة البديلة .

(٣) أوجد الحل الأمثل للمشكلة البديلة .

تكوين جدول السمبلكس الثانى :

	الثابت	S_2	X_2	X_3
Z	600	15	25	45
S_1	10	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{4}$
X_1	10	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$
S_3	10	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$

اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

$$Z = 600, \quad X_1 = 10, \quad X_2 = 0$$

(2) صياغة النموذج الرياضى للمشكلة البديلة

خد بالك :

المشكلة نهاية صفرى لازم تكون القيود ($\geq$)
نضرب القيد الثالث فى (-1) ونعكس علامة التباين ..

تصبح المشكلة الاصلية :

$$Z = 60X_1 + 40X_2 + 90X_3 \quad \text{صفر :}$$

تحت القيود :

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 20 \Rightarrow Y_1$$

$$4X_1 + X_2 + 3X_3 \geq 40 \Rightarrow Y_2$$

$$-2X_1 - 2X_2 - 3X_3 \geq -30 \Rightarrow Y_3$$

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad X_3 \geq 0$$

فتكون المشكلة البديلة :

$$F = 20Y_1 + 40Y_2 - 30Y_3 \quad \text{عظم :}$$

تحت القيود :

$$3Y_1 + 4Y_2 - 2Y_3 \leq 60$$

$$2Y_1 + Y_2 - 2Y_3 \leq 40$$

$$Y_1 + 3Y_2 - 3Y_3 \leq 90$$

$$Y_1 \geq 0, \quad Y_2 \geq 0, \quad Y_3 \geq 0$$

تكوين جدول السمبلكس الثانى :

(1) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحورى

$$= \text{مقلوب العنصر المحورى} = \frac{1}{4}$$

(2) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحورى :

العنصر القديم	3	-2	60
العنصر الجديد	$\frac{3}{4}$	$-\frac{2}{4}$	15

نقسم كل عنصر فى العمود المحورى على العنصر المحورى .

(2) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحورى :

العنصر القديم	1	3	-40
العنصر الجديد	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	10

نقسم كل عنصر فى الصف المحورى على العنصر المحورى ونغير اشارة الناتج

(4) العناصر الجديدة المناظرة لصف (Z) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
0	$= 0 - \left(\frac{-40 \times 60}{4} \right) = 600$
40	$= 40 - \left(\frac{1 \times 60}{4} \right) = 25$
90	$= 90 - \left(\frac{3 \times 60}{4} \right) = 45$

(5) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
-20	$= -20 - \left(\frac{-40 \times 3}{4} \right) = 10$
2	$= 2 - \left(\frac{1 \times 3}{4} \right) = \frac{5}{4}$
1	$= 1 - \left(\frac{3 \times 3}{4} \right) = -\frac{5}{4}$

(6) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_3) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
30	$= 30 - \left(\frac{-40 \times -2}{4} \right) = 10$
-2	$= -2 - \left(\frac{1 \times -2}{4} \right) = -\frac{3}{2}$
-3	$= -3 - \left(\frac{3 \times -2}{4} \right) = -\frac{3}{2}$

٢) إيجاد جدول الحل المثل للمشكلة البديلة

■ جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية :

		Y_2	S_2	S_3	
	الثابت	S_2	X_2	X_3	
F	Z	600	15	25	45
Y_1	S_1	10	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{4}$
S_1	X_1	10	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$
Y_3	S_3	10	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$

↓

نحول كل صف إلى عمود مع تغيير الإشارة (ماعداد صف دالة الهدف)

↓

■ فيكون جدول الحل الأمثل للمشكلة البديلة :

	الثابت	Y_1	S_1	Y_3
F	600	-10	-10	-10
Y_2	15	$-3/4$	$-1/4$	$2/4$
S_2	25	$-5/4$	$1/4$	$3/2$
S_3	45	$5/4$	$3/4$	$3/2$

$$F = 600 , Y_1 = 0 , Y_2 = 15 , Y_3 = 0$$

تمرين (٤) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

$$F = 2X_1 + 4X_2 + 3X_3$$

عظم :

تحت القيود :

$$3X_1 + 4X_2 + 2X_3 \leq 90$$

$$2X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 60$$

$$X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 120$$

$$X_1 \geq 0 , X_2 \geq 0 , X_3 \geq 0$$

■ حل هذه المشكلة باستخدام السمليكس ثم أجب عن :

(١) قيمة (X_1) في الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

A) 0

B) 2.334

C) 0.33

D) لا شيء مما سبق

(٢) قيمة (X_2) في الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

A) 5

B) 3.334

C) 2.33

D) لا شيء مما سبق

(٣) قيمة (X_3) في الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

A) 8.334

B) 20.833

C) 25

D) لا شيء مما سبق

(٤) قيمة (S_2) في الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

A) 2.33

B) 1.33

C) 0

D) لا شيء مما سبق

(٥) قيمة (S_3) في الحل الأمثل للمشكلة الأصلية

A) 33.33

B) 40

C) 8

D) لا شيء مما سبق

(٦) الحل الأمثل للمشكلة الأصلية عند

A) 28.33

B) 115

C) 95.83

D) لا شيء مما سبق

(٧) قيمة (Y_1) في الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 0.833

B) 6.83

C) 4.22

D) لا شيء مما سبق

(٨) قيمة (Y_2) في الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 2.1

B) 3.22

C) 0.667

D) لا شيء مما سبق

(٩) قيمة (Y_3) في الحل الأمثل للمشكلة البديلة

A) 0

B) 2

C) 3.33

D) لا شيء مما سبق

(١٠) الحل الأمثل للمشكلة البديلة عند

A) 28.33

B) 115

C) 95.83

D) لا شيء مما سبق

حل التمرين وتأكد من النواتج بنفسك

إعادة ترتيب المعادلات :

$$S_1 = 80 - X_1$$

$$S_2 = 60 - X_2$$

$$S_3 = 600 - 5X_1 - 6X_2$$

$$S_4 = 160 - X_1 - 2X_2$$

وضع دالة الهدف على الصورة :

$$F = 0 + 40X_1 + 80X_2$$

تكوين جدول السمبلكس الأول :

العمود المحوري	النسبة	X_2	X_1	الثوابت	F
	—	80	40	0	F
	تستبعد	0	-1	80	S_1
الصف المحوري	$\frac{60}{1} = 60$	-1	0	60	S_2
	$\frac{600}{6} = 100$	-6	-5	600	S_3
	$\frac{160}{2} = 80$	-2	-1	160	S_4

اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود معاملات موجبة في دالة الهدف .

تحسين الحل :

العمود المحوري (X_2) : صاحب أكبر قيمة موجبة في صف (F)

الصف المحوري (S_2) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن

قسمة عمود الثوابت على العمود المحوري

بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحوري (-1) : الناتج من تقاطع العمود المحوري مع

الصف المحوري .

تكوين جدول السمبلكس الثاني :

(1) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحوري

= مقلوب العنصر المحوري = -1

(2) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحوري :

العنصر القديم	-2	-6	0	80
العنصر الجديد	2	6	0	-80

نقسم كل عنصر في العمود المحوري على العنصر المحوري .

حالة حلول مثلى متعددة



حالة ظهور صفر في صف دالة الهدف في جدول الحل الأمثل

(1) وفي هذه الحالة يمكن استنتاج حل أمثل ثانٍ باعتبار العمود الذي به (0) هو العمود المحوري وتكمل الحل حتى نحصل على الحل الأمثل الثاني .

(2) كما يمكن استنتاج عدد من الحلول المثلى باستخدام العلاقة :

$$S = (\theta) S_1 + (1 - \theta) S_2$$

حيث أن :

S	الحل الأمثل الجديد	θ	$0 < \theta < 1$
S_1	الحل الأمثل الأول	S_2	الحل الأمثل الثاني

تمرين (5) : إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

$$F = 40X_1 + 80X_2$$

عظم :

تحت القيود :

$$X_1 \leq 80$$

$$X_2 \leq 60$$

$$5X_1 + 6X_2 \leq 600$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 160$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

المطلوب :

(1) أوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة السمبلكس .

(2) هل الحل الأمثل للمشكلة حل أمثل متعدد أم لا ؟

(3) أن كان الحل أمثل متعدد أوجد حلول أخرى .

حل تمرين (5)

تحويل القيود إلى معادلات : (نضيف S_{xx} للجانب الأيسر)

$$X_1 + S_1 = 80$$

$$X_2 + S_2 = 60$$

$$5X_1 + 6X_2 + S_3 = 600$$

$$X_1 + 2X_2 + S_4 = 160$$

٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحوري :

العنصر القديم	0	60
العنصر الجديد	0	60

تقسم كل عنصر في الصف المحوري على العنصر المحوري ونغير إشارة الناتج .

٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
0	$= 0 - (\frac{60 \times 80}{-1}) = 4800$
40	$= 40 - (\frac{0 \times 80}{-1}) = 40$

٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S₁) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
80	$= 80 - (\frac{60 \times 0}{-1}) = 80$
-1	$= -1 - (\frac{0 \times 0}{-1}) = -1$

٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S₃) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
600	$= 600 - (\frac{60 \times -6}{-1}) = 240$
-5	$= -5 - (\frac{0 \times -6}{-1}) = -5$

٧) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S₄) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
160	$= 160 - (\frac{60 \times -2}{-1}) = 40$
-1	$= -1 - (\frac{0 \times -2}{-1}) = -1$

ويمكن تلخيص ما سبق في جدول السمبلكس التالي :

العمود المحوري				
النسبة	S ₂	X ₁	الثابت	F
—	-80	40	4800	F
$\frac{80}{1} = 80$	0	-1	80	S ₁
تستبعد	-1	0	60	X ₂
$\frac{240}{5} = 48$	6	-5	240	S ₃
$\frac{40}{1} = 40$	2	-1	40	S ₄

الصف المحوري

■ اختبار أمثلية الحل : الحل غير أمثل

نظراً لوجود معاملات موجبة في دالة الهدف .

■ تحسين الحل :

العمود المحوري (X₁) : صاحب أكبر قيمة موجبة في صف (F)

الصف المحوري (S₄) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن

قسمة عمود الثوابت على العمود المحوري

بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحوري (-1) : الناتج من تقاطع العمود المحوري مع

الصف المحوري .

■ تكوين جدول السمبلكس الثاني :

(١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحوري = -1

(٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحوري :

العنصر القديم	-5	0	-1	40
العنصر الجديد	5	0	1	-40

(٣) العناصر الجديدة المناظرة للصف المحوري :

العنصر القديم	2	40
العنصر الجديد	2	40

تقسم كل عنصر في الصف المحوري على العنصر المحوري ونغير إشارة الناتج .

(٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
4800	$= 4800 - (\frac{40 \times 40}{-1}) = 6400$
-80	$= -80 - (\frac{2 \times 40}{-1}) = 0$

(٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S₁) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
80	$= 80 - (\frac{40 \times -1}{-1}) = 40$
0	$= 0 - (\frac{2 \times -1}{-1}) = -2$

(٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X₂) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
60	$= 60 - (\frac{40 \times 0}{-1}) = 60$
-1	$= -1 - (\frac{2 \times 0}{-1}) = -1$

(٧) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_3) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
240	$= 240 - (\frac{40 \times -5}{-1}) = 40$
6	$= 6 - (\frac{2 \times -5}{-1}) = -4$

ويمكن تلخيص ماسبق في جدول السمبلكس التالي :

	الثابت	S_4	S_2	النسبة
F	6400	-40	0	
S_1	40	1	-2	
X_2	60	0	-1	
S_3	40	5	-4	
X_1	40	-1	2	

■ اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

$$F = 6400 , X_1 = 40 , X_2 = 60$$

خد بالك :

الحل الأمثل للمشكلة حل أمثل متعدد
لظهور صفر في صف دالة الهدف في جدول الحل الأمثل

■ إيجاد حل أمثل آخر :

	الثابت	S_4	S_2	النسبة
F	6400	-40	0	—
S_1	40	1	-2	$\frac{40}{2} = 20$
X_2	60	0	-1	$\frac{60}{1} = 60$
S_3	40	5	-4	$\frac{40}{4} = 10$
X_1	40	-1	2	تستبعد

العمود المحوري (S_2) : العمود الذي به (0) في صف (F)

الصف المحوري (S_3) : صاحب أقل خارج قسمة موجب ناتج عن

قسمة عمود الثوابت على العمود المحوري
بعد تغيير إشارة كل عنصر من عناصره .

العنصر المحوري (-4) : الناتج من تقاطع العمود المحوري مع
الصف المحوري .

■ تكوين جدول السمبلكس الجديد :

(١) العنصر الجديد المناظر للعنصر المحوري

$$= \text{مقلوب العنصر المحوري} = -1/4$$

(٢) العناصر الجديدة المناظرة للعمود المحوري :

العنصر القديم	2	-1	-2	0
العنصر الجديد	$-1/2$	$1/4$	$1/2$	0

(٣) العناصر الجديدة المناظرة لصف المحوري :

العنصر القديم	5	40
العنصر الجديد	$5/4$	10

تقسم كل عنصر في الصف
المحوري على العنصر المحوري
ونغير إشارة الناتج .

(٤) العناصر الجديدة المناظرة لصف (F)

العنصر القديم	العنصر الجديد
6400	$= 6400 - (\frac{40 \times 0}{-4}) = 6400$
-40	$= -40 - (\frac{5 \times 0}{-4}) = -40$

(٥) العناصر الجديدة المناظرة لصف (S_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
40	$= 40 - (\frac{40 \times -2}{-4}) = 20$
1	$= 1 - (\frac{5 \times -2}{-4}) = -3/2$

(٦) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_2) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
60	$= 60 - (\frac{40 \times -1}{-4}) = 50$
0	$= 0 - (\frac{5 \times -1}{-4}) = -5/4$

(٧) العناصر الجديدة المناظرة لصف (X_1) :

العنصر القديم	العنصر الجديد
40	$= 40 - (\frac{40 \times 2}{-4}) = 60$
-1	$= -1 - (\frac{5 \times 2}{-4}) = 3/2$

ويمكن تلخيص ما سبق في جدول السمبلكس التالي :

	الثابت	S_4	S_3	النسبة
F	6400	-40	0	
S_1	20	$-3/2$	$1/2$	
X_2	50	$-5/4$	$1/4$	
S_2	10	$5/4$	$-1/4$	
X_1	60	$3/2$	$-1/2$	

■ اختبار أمثلية الحل : الحل أمثل

$$F = 6400 , X_1 = 60 , X_2 = 50$$

■ إيجاد حل أمثل آخر بالعلاقة التالية :

$$S = (\theta) S_1 + (1 - \theta) S_2$$

$$S_1 = (40, 60) \text{ الحل الأول }$$

$$S_2 = (60, 50) \text{ الحل الثاني }$$

$$\text{نفرض أن : } \theta = 0.3$$

$$S = (0.3)(40, 60) + (0.7)(60, 50)$$

$$S = (12, 18) + (42, 35) = (54, 53)$$

$$\therefore F = 40X_1 + 80X_2$$

$$\therefore F = 40 \times 54 + 80 \times 53 = 6400$$

■ يمكن إيجاد حل أمثل آخر بالعلاقة التالية :

$$S = (\theta) S_1 + (1 - \theta) S_2$$

$$S_1 = (40, 60) \text{ الحل الأول }$$

$$S_2 = (60, 50) \text{ الحل الثاني }$$

$$\text{نفرض أن : } \theta = 0.4$$

$$S = (0.4)(40, 60) + (0.6)(60, 50)$$

$$S = (16, 24) + (36, 30) = (52, 54)$$

$$\therefore F = 40X_1 + 80X_2$$

$$\therefore F = 40 \times 52 + 80 \times 54 = 6400$$