CARVEN 2

تحليل كمي

الباب الأول

2026

CARVEN

BENHA

رؤية مختلفة دائماً

عزيزى الطالب

بادر بحجز مكانك في مجموعات لشرح جميع أجزاء المنهج

للاستعلام و الحجز :

٠١٠٠٣٤١٠٦١

٠١٢٢٧٥٥٥٠٠٠

عنوان السنتر

بنها : ٨ ش سليمان نصار متفرع من ش كلية التجارة ناصية مكتبة مكة

شبرا الخيمة : شارع المطار ناصية الفرجاني خلف مدرسة التجارة برج B داخل سنتر الثريا

فرع العبور : أمام باب كلية التجارة الرئيسي

عنوان المكتبة

ش كلية التجارة الرئيسي أمام باب كلية التجارة أمام المسجد مباشرة

إعداد

د/ سلمي أيمن

١

١٠

الباب الأول

البرمجة الخطية

١) صياغة نموذج البرمجة الخطية للمشكلة الأصلية :

■ صياغة النموذج تعنى تحويل المشكلة أو التمرين من صورة كلامية إلى صورة رياضية ، ويتم ذلك وفقاً للخطوات التالية :

١) تحديد متغيرات القرار (المجاهيل) :

وهى مجموعة المنتجات والسلع المطلوب تحديد القيم المثلى لعدد الوحدات المنتجة من كل نوع ويقابلها ربح أو تكلفة ، ويرمز لها بالرموز $\{ X_1 , X_2 , X_3 , \dots \}$.

٢) تحديد دالة الهدف :

وتعتبر معيار اتخاذ القرار لتحقيق هدف ما أما تعظيم الربح أو تخفيض (أو تصغير) التكلفة ، ويتم التعبير عنها كدالة من الدرجة الأولى (أو دالة خطية) فى متغيرات القرار .

وتاخذ الشكل التالى :

فى حالة التصغير	فى حالة التعظيم
$Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots$	$F = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots$
حيث أن :	حيث أن :
تكلفة الوحدة $c_1 , c_2 , \dots$	ربح الوحدة $c_1 , c_2 , \dots$

٣) تحديد الشروط (أو القيود) الجانبية :

وهى مجموعة قيود تتعلق بالعملية الانتاجية (مادة خام ، طاقة ، ساعات عمل ، ....) وتكتب فى صورة متباينات أو معادلات فى متغيرات القرار (المجاهيل) .

ويتم التعبير عنها بالشكل التالى :

حد مطلق $\left\{ \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} \right.$

القيد الاول $\Rightarrow a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots$

القيد الثاني $\Rightarrow a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots$

$\geq$	$=$	$\leq$
حد أدنى ، لا يقل ، المطلوب الطلب ، على الأقل ، تزيد عن ، فاكثر ، احتياجات ...	التساوى بالتحديد بالضبط	حد أقصى ، المتاح ، العرض المعروض ، لا تتعدى ، فاقل طاقة قصوى ، لا يزيد ، على الاكثر ، طاقة إنتاجية .

٤) القيود الغير سالبة :

وتفترض هذه القيود أن جميع المتغيرات القرارية غير سالبة ويتم التعبير عنها كما يلى :

(دائماً) $\Rightarrow X_1 \geq 0 , X_2 \geq 0 , \dots$

تمرين (١) مصنع للأثاث يقوم بتصنيع ثلاث منتجات هى (مكاتب ، كراسى ، مكتبة كتب) ، الأخشاب الخام يتم تقطيعها بالآت تقطيع وعدد الساعات المتاحة للتشغيل هى 100 ساعة ، وكل مكتب يحتاج إلى 0,8 ساعة تقطيع ، وكل كرسى يحتاج إلى 0,4 ساعة تقطيع ، وكل مكتبة تحتاج إلى 0,5 ساعة تقطيع .

وكان عدد ساعات العمل المتاحة لعامل الدهان والتلميع هى 650 ساعة عمل ، حيث أن كل مكتب يحتاج إلى 5 ساعات عمل ، وكل كرسى يحتاج إلى 3 ساعة عمل ، وكل مكتبة تحتاج إلى 3 ساعة عمل .

ويتم تخزين المنتجات الثلاثة فى مخزن مساحته 1260 قدم مربع ، وكل منتج من المنتجات الثلاثة يشغل حيز من المساحة حيث أن كل مكتب يحتاج إلى 9 قدم مربع ، وكل كرسى يحتاج إلى 6 قدم مربع ، وكل مكتبة تحتاج إلى 9 قدم مربع .

وفى السوق يحقق كل منتج من المنتجات الثلاثة ربح قدره 30 جنيه ، 16 جنيه ، 25 جنيه على الترتيب .

المطلوب : صياغة النموذج الذى يحقق أقصى ربح ممكن .

حل تمرين (١)

متغيرات القرار هى :

$X_1 \Rightarrow$ عدد المكاتب المنتجة

$X_2 \Rightarrow$ عدد الكراسى المنتجة

$X_3 \Rightarrow$ عدد المكتبات المنتجة

* يمكن تلخيص المشكلة فى الجدول التالى :

	مكتب X_1	كرسى X_2	مكتبة X_3	المتاح
التقطيع	0,8	0,4	0,5	100
الدهان	5	3	3	650
المساحة	9	6	9	1260
ربح الوحدة	30	16	25	

*** صياغة نموذج البرمجة الخطية :**

عظم : $F = 30X_1 + 16X_2 + 25X_3$

تحت القيود :

قيد التقطيع $0,8X_1 + 0,4X_2 + 0,5X_3 \leqslant 100$

قيد الدهان $5X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leqslant 650$

قيد المساحة $9X_1 + 6X_2 + 9X_3 \leqslant 1260$

القيود غير السالبة $X_1 \geqslant 0 , X_2 \geqslant 0 , X_3 \geqslant 0$

تمرين (٢) شركة ضفة النهر للمطاط لديها مصنعين A، B كلا منهم ينتج ثلاثة أنواع من الإطارات هى فاخر ، جيد ، عادى ، المصنع A ينتج 50 إطار جيد و 80 إطار فاخر و100 إطار عادى ، المصنع B ينتج 60 إطار جيد و 60 إطار فاخر و200 إطار عادى .

وكان الطلب الشهرى لكل نوع 2500 إطار ، 3000 إطار 7000 إطار على الترتيب ، وكانت التكلفة اليومية للإنتاج هى 2500 جنيه فى المصنع A و 3500 جنيه فى المصنع B.

المطلوب : صياغة النموذج الذى يحدد العدد الأمثل من أيام التشغيل فى الشهر فى المصنعين والتى تجعل تكاليف الانتاج أقل ما يمكن .

حل تمرين (٢)

متغيرات القرار هى :

عدد أيام التشغيل فى الشهر للمصنع A $\Rightarrow X_1$

عدد أيام التشغيل فى الشهر للمصنع B $\Rightarrow X_2$

* يمكن تلخيص المشكلة فى الجدول التالى :

الطلب الشهرى	عدد أيام التشغيل فى الشهر		نوع الإطار
	المصنع B X_2	المصنع A X_1	
2500	60	50	جيد
3000	60	80	فاخر
7000	200	100	عادى
	3500	2500	التكلفة اليومية

*** صياغة نموذج البرمجة الخطية :**

صغر : $Z = 2500X_1 + 3500X_2$

تحت القيود :

قيد الإطار الجيد $50X_1 + 60X_2 \geqslant 2500$

قيد الإطار الفاخر $80X_1 + 60X_2 \geqslant 3000$

قيد الإطار العادى $100X_1 + 200X_2 \geqslant 7000$

القيود غير السالبة $X_1 \geqslant 0 , X_2 \geqslant 0$

تمرين (٢) تقوم إحدى شركات إنتاج زيوت الطعام بإنتاج نوعين من الزيوت A، B ويتطلب إنتاج الوحدة الواحدة من كل نوع المرور على ثلاثة أنواع من العمليات الانتاجية ، والجدول التالى يوضح الزمن المطلوب لإنتاج الوحدة الواحدة من كل منتج فى كل عملية إنتاجية وربح الوحدة الواحدة والزمن الكل المتاح للعمل فى كل عملية :

الزمن المطلوب بالدقائق

العملية الانتاجية	النوع A X_1	النوع B X_2	الزمن المتاح بالساعة
I	10	5	20
II	6	20	18
III	8	15	16
ربح الوحدة	2	3	

المطلوب : صياغة النموذج الذى يحدد عدد الوحدات التى يجب إنتاجها يوميا من كل نوع بحيث تحقق أكبر ربح ممكن .

حل تمرين (٢)

متغيرات القرار هى :

عدد وحدات المنتجة من المنتج A $\Rightarrow X_1$

عدد وحدات المنتجة من المنتج B $\Rightarrow X_2$

*** صياغة نموذج البرمجة الخطية :**

عظم : $F = 2X_1 + 3X_2$

تحت القيود :

قيد العملية الانتاجية I $10X_1 + 5X_2 \leqslant 1200$

قيد العملية الانتاجية II $6X_1 + 20X_2 \leqslant 1080$

قيد العملية الانتاجية III $8X_1 + 15X_2 \leqslant 960$

القيود غير السالبة $X_1 \geqslant 0 , X_2 \geqslant 0$

تمرين (٤) شركة النسر للسمكرة تحتاج 400 عبوة دهان شهريا ، وكانت الكميات المعروضة من الدهانات تتكون من ثلاثة ألوان ، وكانت تكلفة العبوة من كل لون هى 4 جنيه لعبوة الدهان الأزرق ، 4,5 جنيه لعبوة الدهان البنى ، 4,25 جنيه لعبوة الدهان الأسود .

إذا علم أن عملية السمكرة تتطلب 80 عبوة بنى على الأقل 160 عبوة أزرق على الأكثر ، 40 عبوة أسود على الأقل .

المطلوب : صياغة النموذج الذى يحدد كم عبوة دهان من كل نوع يجب شراؤها بحيث تصغر التكاليف الكلية للسمكرة.

حل تمرين (٤)

متغيرات القرار هى :

$X_1 \Rightarrow$ عدد عبوات الدهان الأزرق

$X_2 \Rightarrow$ عدد عبوات الدهان البنى

$X_3 \Rightarrow$ عدد عبوات الدهان الأسود

*** صياغة نموذج البرمجة الخطية :**

صغر : $F = 4X_1 + 4,5X_2 + 4,25X_3$

تحت القيود :

قيد الاحتياجات الشهرية	$X_1 + X_2 + X_3 = 400$	
قيد عبوات الدهان الازرق	$X_1 \leqslant 160$	
قيد عبوات الدهان البنى	$X_2 \geqslant 80$	
قيد عبوات الدهان الاسود	$X_3 \geqslant 40$	
القيود غير السالبة	$X_1 \geqslant 0 , X_2 \geqslant 0 , X_3 \geqslant 0$	

تمرين للتطبيق تقوم شركة توشيبا العربى بإنتاج تليفزونات 7 نظام وأخرى 9 نظام من خلال خطى إنتاج منفصلين ، حيث أن الطاقة الانتاجية اليومية للخط الأول 60 تليفزيون 7 نظام والخط الثانى 75 تليفزيون 9 نظام ويتطلب إنتاج التليفزيون الواحد من النوع الأول 8 مكونات والنوع الثانى 10 مكونات وإجمالى عدد المكونات المتاحة يوميا 800 وحدة ، وكان ربح التليفزيون الواحد من النوع الأول 150 جنيه ومن النوع الثانى 200 جنيه .

المطلوب : صياغة النموذج الذى يحدد عدد التليفزونات التى يجب إنتاجها بحيث تحقق أقصى ربح ممكن .

٢) الحل البيانى لمشكلة البرمجة الخطية:

■ **يشترط لاستخدام الحل البيانى توافر الشروط التالية :**

١) وجود متغيرين X_1 ، X_2 فقط مهما كان عدد القيود .

٢) الحد المطلق للقيود لازم يكون موجب ، ولو كان سالب نضرب القيد فى (-١) ونعكس علامة التباين .

■ **خطوات الحل البيانى :**

١) تحويل متباينات القيود إلى معادلات .

٢) رسم القيود بيانياً بمعرفة نقطتين لكل قيد عن طريق :

■ نعوض مره عن $(X_1 = 0)$ ⇐ نجيب قيمة (X_2)

■ نعوض مره تانية عن $(X_2 = 0)$ ⇐ نجيب قيمة (X_1)

٣) تحديد منطقة الحل المسموح به لكل قيد كما يلى :

شكل القيد / اشارة X_2	موجبة	سالبة
الحد المطلق ≤ القيد	الحل أسفل الخط	الحل أعلى الخط
الحد المطلق ≥ القيد	الحل أعلى الخط	الحل أسفل الخط

٤) تحديد منطقة الحل المشترك بين القيود على الرسم .

٥) تحديد نقط الحلول الأساسية والمسموح بها الموجودة على حدود منطقة الحل المشترك وإيجاد احداثيات كل نقطة .

٦) إيجاد الحل الأمثل للمشكلة وذلك بالتعويض فى دالة الهدف بإحداثيات نقط الحلول الأساسية ، نجد أن :

لو المشكلة تعظيم **لو المشكلة تصغير**

تمرين (٥) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

عظم : $F = 4X_1 + 5X_2$

تحت القيود :

$$2X_1 + 3X_2 \leqslant 60$$

$$4X_1 + X_2 \leqslant 40$$

$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

حل تمرين (٥)

■ **تحويل القيود إلى معادلات :**

$$2X_1 + 3X_2 = 60$$

$$4X_1 + X_2 = 40$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الثانى

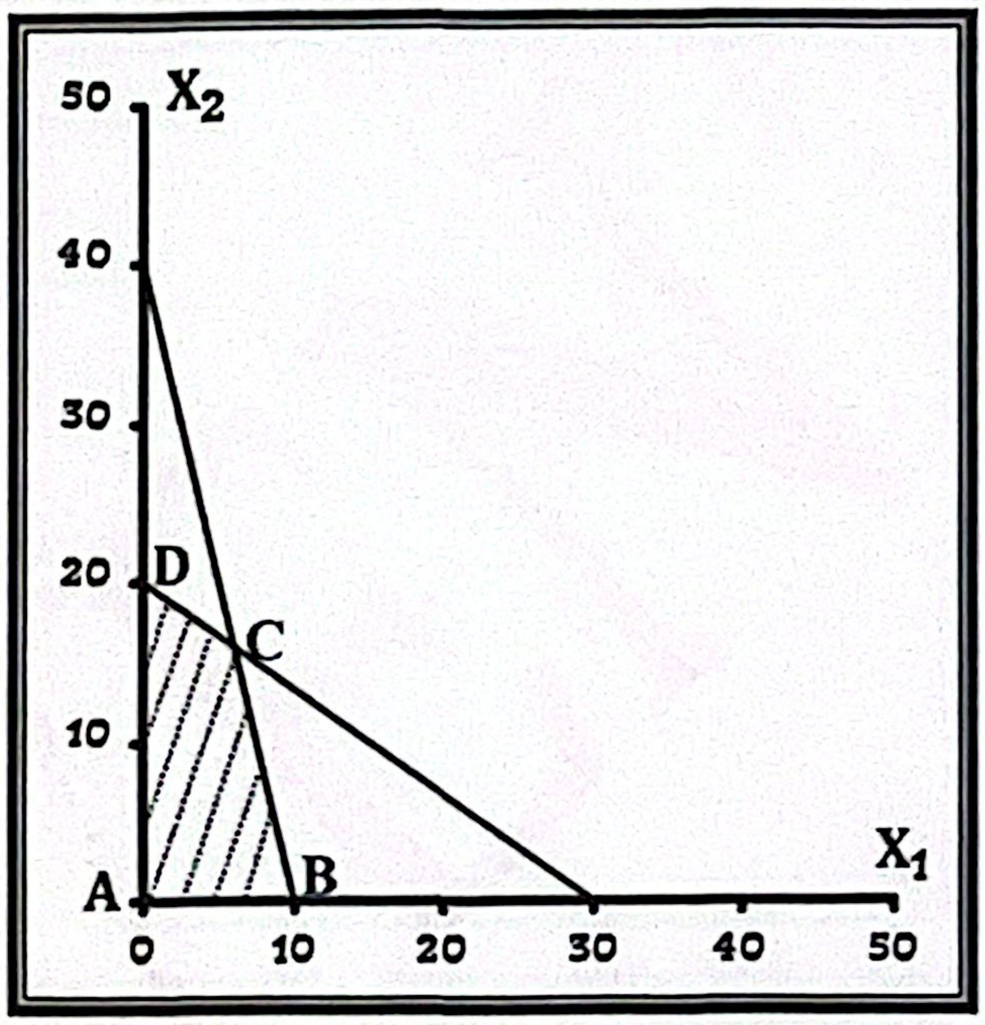
$4X_1 + X_2 = 40$

X_1	0	10
X_2	40	0

القيد الأول

$2X_1 + 3X_2 = 60$

X_1	0	30
X_2	20	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(A) النقطة ⇛ (0 ، 0) | (C) النقطة ⇛ (6 ، 16)

(B) النقطة ⇛ (10 ، 0) | (D) النقطة ⇛ (0 ، 20)

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع الخطين :

$2X_1 + 3X_2 = 60 \quad \Rrightarrow (1)$

$4X_1 + X_2 = 40 \quad \Rrightarrow (2)$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الأولى فى (٤) والمعادلة الثانية فى (- ٢) نحصل على :

$8X_1 + 12X_2 = 240 \quad \Rrightarrow (3)$

$8X_1 - 2X_2 = -80 \quad \Rrightarrow (4)$

بالجمع

$10X_2 = 160 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 16$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى :

$4X_1 + 16 = 40 \quad \Rrightarrow \quad \therefore 4X_1 = 40 - 16$

$4X_1 = 24 \quad \Rrightarrow \therefore X_1 = 6$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $4X_1 + 5X_2$	قيمة دالة الهدف
A ⇛ (0 ، 0)	$4 \times 0 + 5 \times 0$	0
B ⇛ (10 ، 0)	$4 \times 10 + 5 \times 0$	40
C ⇛ (6 ، 16)	$4 \times 6 + 5 \times 16$	104
D ⇛ (0 ، 20)	$4 \times 0 + 5 \times 20$	100

من الجدول السابق نجد أن أكبر قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$F = 104 \quad , \quad X_1 = 6 \quad , \quad X_2 = 16$

تمرين (٦) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

عظم : $F = 50X_1 + 60X_2$

تحت القيود :

$2X_1 + 3X_2 \leqslant 18$

$2X_1 + X_2 \leqslant 12$

$3X_1 + 3X_2 \leqslant 24$

$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$

حل تمرين (٦)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

$2X_1 + 3X_2 = 18$

$2X_1 + X_2 = 12$

$3X_1 + 3X_2 = 24$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الثالث

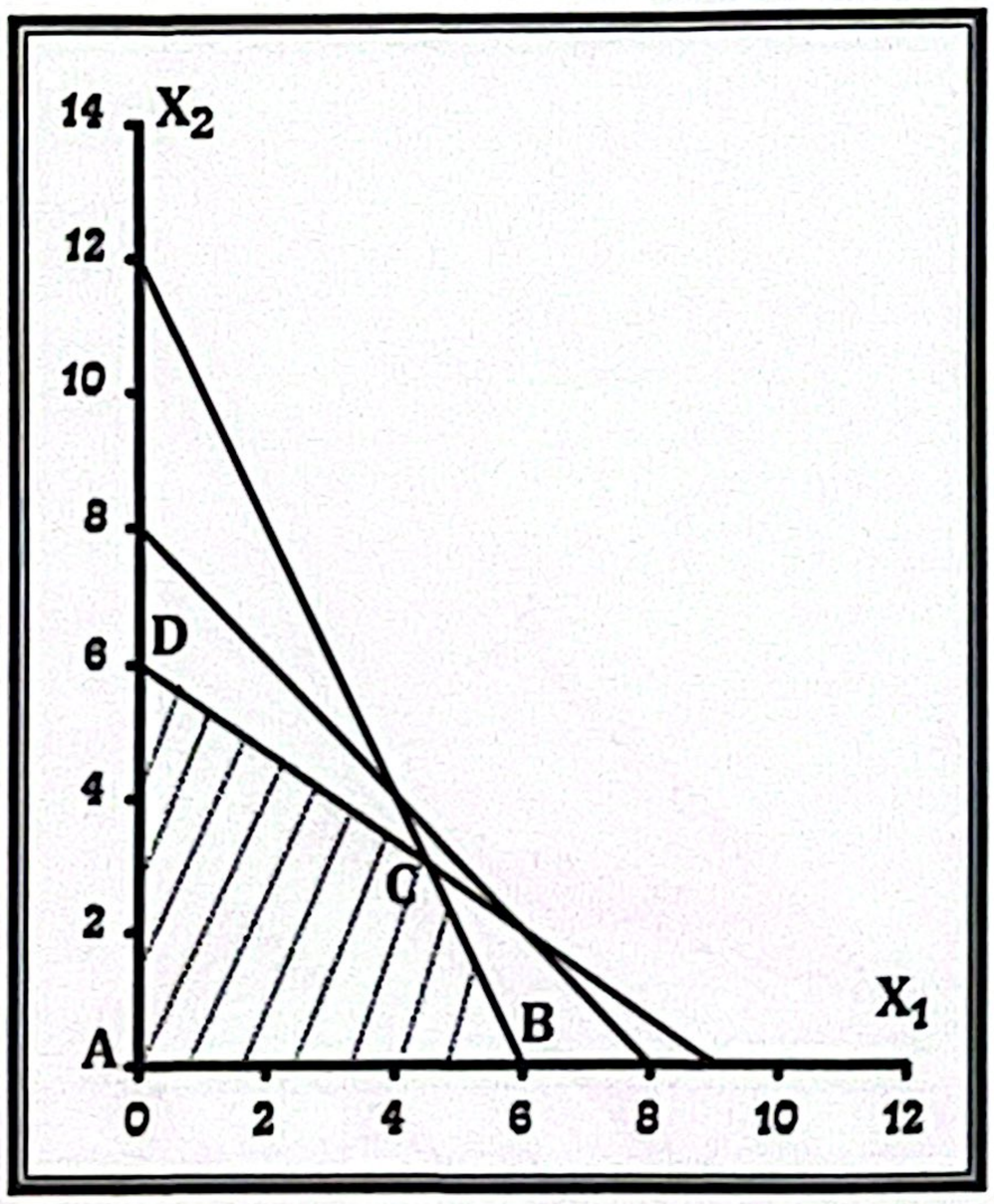
X_1	X_2
0	8
8	0

القيد الثانى

X_1	X_2
0	12
6	0

القيد الأول

X_1	X_2
0	6
9	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(A) النقطة ⇛ (0 ، 0)	(C) النقطة ⇛ (6 ، 16)
(B) النقطة ⇛ (6 ، 0)	(D) النقطة ⇛ (4.5 ، 3)

⇦ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع الخطين :

$$2X_1 + 3X_2 = 18 \quad \Rrightarrow (1)$$

$$2X_1 + X_2 = 12 \quad \Rrightarrow (2)$$

* بطرح المعادلة رقم (٢) من المعادلة رقم (١) كما يلى:

$$2X_1 + 3X_2 = 18$$

$$2X_1 - X_2 = 12$$

بالطرح

$$2X_2 = 6 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 3$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى:

$$2X_1 + 3 = 12 \quad \Rrightarrow \quad \therefore 2X_1 = 12 - 3$$

$$2X_1 = 9 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 4.5$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $50X_1 + 60X_2$	قيمة دالة الهدف
A ⇛ (0 ، 0)	50×0 + 60×0	0
B ⇛ (6 ، 0)	50×6 + 60×0	300
C ⇛ (4.5 ، 3)	50×4.5 + 60×3	405
D ⇛ (0 ، 6)	50×0 + 60×6	360

من الجدول السابق نجد أن أكبر قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$$F = 405 \quad , \quad X_1 = 4.5 \quad , \quad X_2 = 3$$

تمرين (٧) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

صغر : $Z = 30X_1 + 40X_2$

تحت القيود:

$$3X_1 + X_2 \geqslant 6$$

$$3X_1 + 5X_2 \geqslant 15$$

$$X_1 + 3X_2 \geqslant 6$$

$$X_1 + X_2 \geqslant 4$$

$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

حل تمرين (٧)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

$$3X_1 + X_2 = 6$$

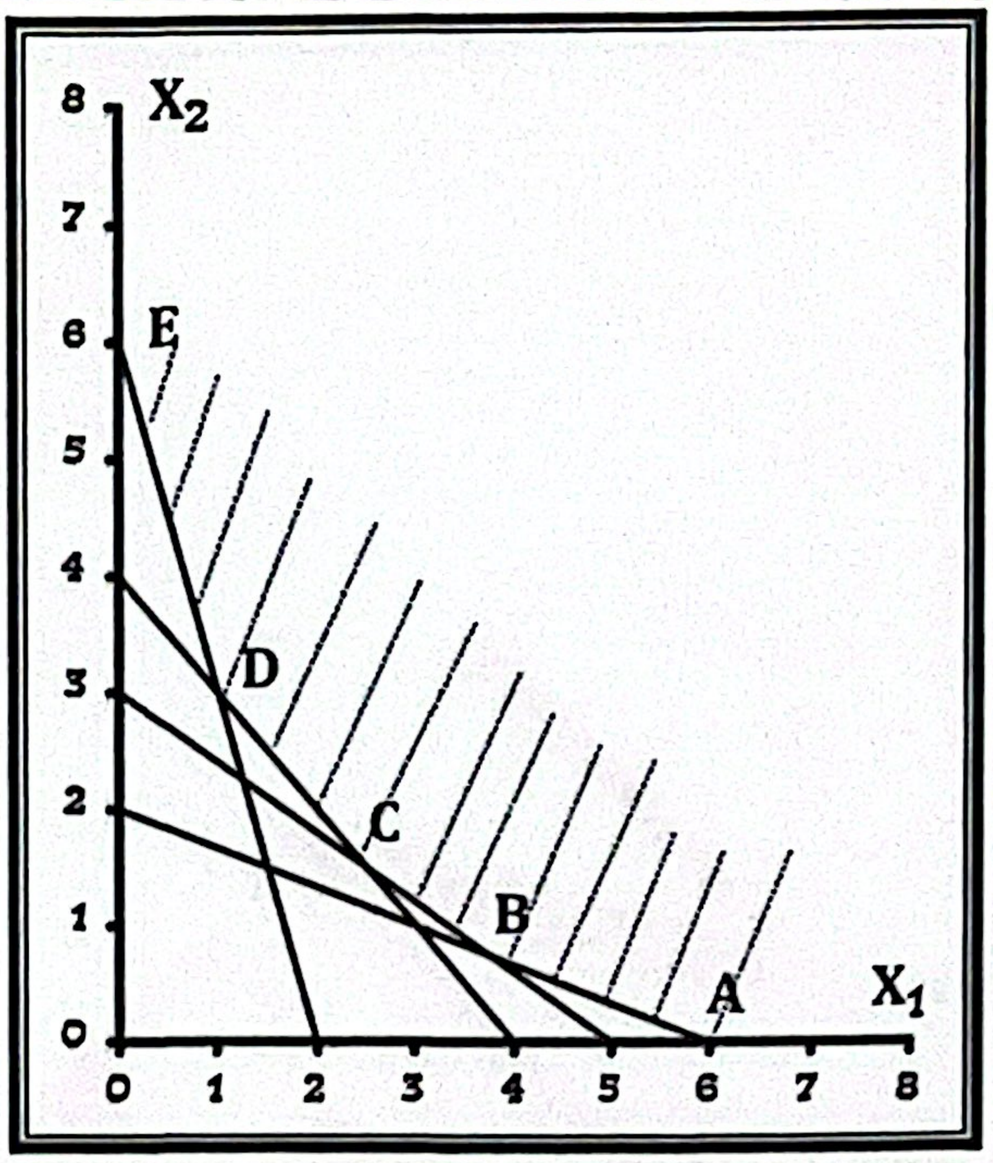
$$3X_1 + 5X_2 = 15$$

$$X_1 + 3X_2 = 6$$

$$X_1 + X_2 = 4$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الرابع		القيد الثالث		القيد الثانى		القيد الأول	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
0	4	0	2	0	3	0	6
4	0	6	0	5	0	2	0



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D , E)

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

النقطة (A) (6 ، 0)	النقطة (B) (3.75 ، 0.75)
النقطة (C) (2.5 ، 1.5)	النقطة (D) (1 ، 3)

النقطة (E) (0 ، 6)

⇐ بالنسبة للنقطة (B) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الثالث :

$$3X_1 + 5X_2 = 15 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_1 + 3X_2 = 6 \quad \Rrightarrow (2)$$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الأولى فى (٣) والمعادلة الثانية فى (٥) وبالطرح نحصل على:

$$9X_1 + 15X_2 = 45 \quad \Rrightarrow (3)$$
$$-5X_1 - 15X_2 = -30 \quad \Rrightarrow (4)$$

بالطرح

$$4X_1 = 15 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 3.75$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى:

$$3.75 + 3X_2 = 6 \quad \Rrightarrow \quad \therefore 3X_2 = 6 - 3.75$$
$$3X_2 = 2.25 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 0.75$$

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الرابع :

$$3X_1 + 5X_2 = 15 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_1 + X_2 = 4 \quad \Rrightarrow (2)$$

* ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الثانية فى (٣) وبالطرح نحصل على:

$$3X_1 + 5X_2 = 15 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$-3X_1 - 3X_2 = -12 \quad \Rrightarrow (3)$$

بالطرح

$$2X_2 = 3 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 1.5$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى:

$$X_1 + 1.5 = 4 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 4 - 1.5 = 2.5$$

⇐ بالنسبة للنقطة (D) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الرابع :

$$3X_1 + X_2 = 6 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_1 + X_2 = 4 \quad \Rrightarrow (2)$$

* بطرح المعادلة رقم (٢) من المعادلة رقم (١) كما يلى:

$$3X_1 + X_2 = 6$$
$$-X_1 - X_2 = 4$$

بالطرح

$$2X_1 = 2 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 1$$

* وبالتعويض فى أى معادلة ولتكن المعادلة رقم (٢) كما يلى:

$$1 + X_2 = 4 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 4 - 1 = 3$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $30X_1 + 40X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$30 \times 0 + 40 \times 0$	0
B	$30 \times 3.75 + 40 \times 0.75$	142.5
C	$30 \times 2.5 + 40 \times 1.5$	135
D	$30 \times 1 + 40 \times 3$	150
E	$30 \times 0 + 40 \times 6$	240

من الجدول السابق نجد أن أقل قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$Z = 135 \quad , \quad X_1 = 2.5 \quad , \quad X_2 = 1.5$

تمرين (٨) إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

صفر : $Z = X_1 + 3X_2$

تحت القيود:

$$X_1 + X_2 \geqslant 5$$
$$X_1 \leqslant 4$$
$$X_2 \leqslant 3$$
$$X_1 \geqslant 0 \quad , \quad X_2 \geqslant 0$$

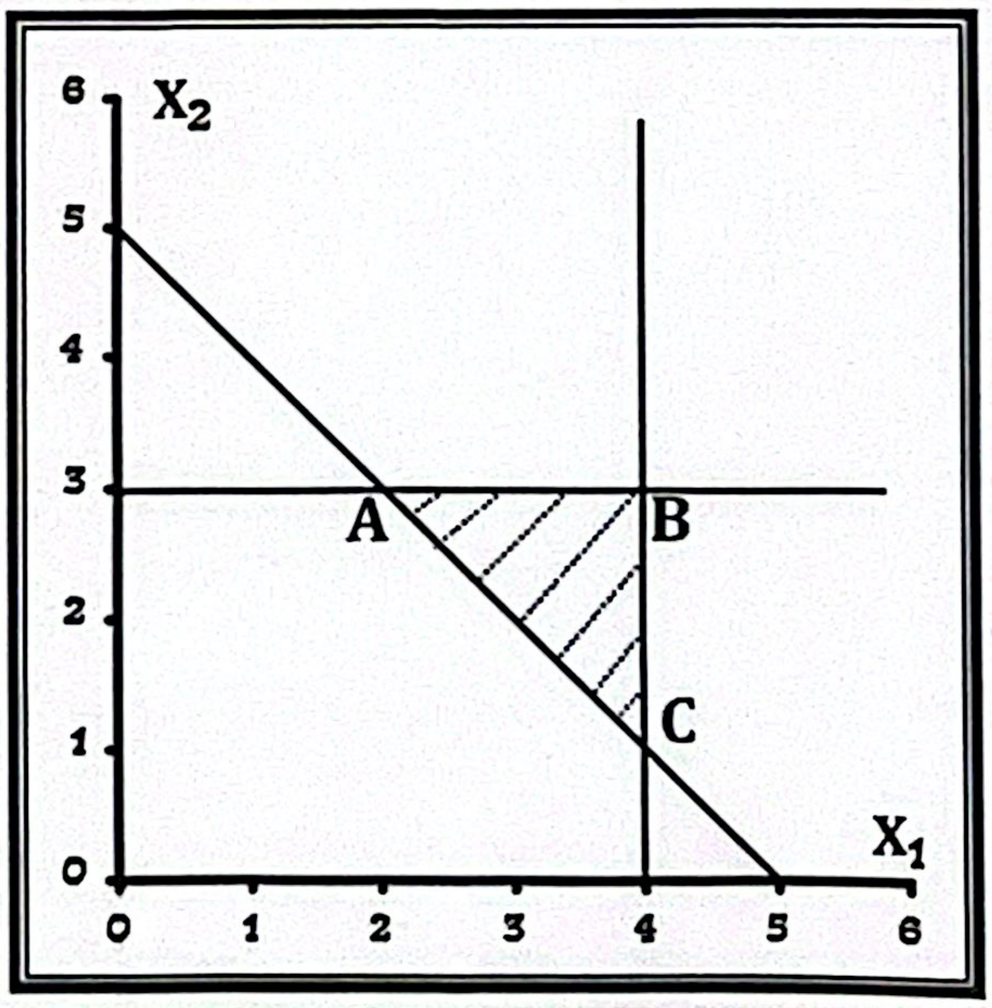
حل تمرين (٨)

■ تحويل القيود إلى معادلات :

$$X_1 + X_2 = 5$$
$$X_1 = 4$$
$$X_2 = 3$$

■ رسم القيود بيانياً :

القيد الأول		القيد الثانى	القيد الثالث
X_1	X_2	$X_1 = 4$	$X_2 = 3$
0	6		
9	0		



■ تحديد منطقة الحل المسموح به :

وتتمثل فى الشكل (A , B , C)

⇐ بالنسبة للنقطة (A) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الثالث :

$$X_1 + X_2 = 5 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_2 = 3 \quad \Rrightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$X_1 + 3 = 5 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_1 = 2$$

⇐ بالنسبة للنقطة (B) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الثالث :

$$X_1 = 4 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_2 = 3 \quad \Rrightarrow (2)$$

⇐ بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :

هى نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الثانى :

$$X_1 + X_2 = 5 \quad \Rrightarrow (1)$$
$$X_1 = 4 \quad \Rrightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن:

$$4 + X_2 = 5 \quad \Rrightarrow \quad \therefore X_2 = 1$$

■ تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :

(A) النقطة ⇒ (2 ، 3) | (B) النقطة ⇒ (4 ، 3)

(C) النقطة ⇒ (4 ، 1)

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلى :

النقط	دالة الهدف $X_1 + 3X_2$	قيمة دالة الهدف
A ⇒ (2 ، 3)	$2 + 3 \times 3$	11
B ⇒ (4 ، 3)	$4 + 3 \times 3$	13
C ⇒ (4 ، 1)	$4 + 3 \times 1$	7

من الجدول السابق نجد أن أقل قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (C) والتى عندها :

$Z = 7 \quad , \quad X_1 = 4 \quad , \quad X_2 = 1$

تمرين (٩) مصنع توشيبا العربى ينتج نوعين من أجهزة التليفزيون عادى وملون ، يتم إنتاجهم باستخدام خطين للتجميع ، الخط الأول ينتج التليفزيونات العادية و الخط الثانى ينتج التليفزيونات الملون ، الخط الأول إنتاجه لا يزيد عن 80 جهاز يوميا ، الخط الثانى إنتاجه لا يزيد عن 60 جهاز يوميا ، التليفزيون العادى يحتاج 4 مكونات الكترونية أما التليفزيون الملون يحتاج 6 مكونات الكترونية والمصنع يقوم باستيراد 600 وحدة الكترونية يوميا على الاكثر .

المصنع لديه 160 عامل يحتاج الجهاز العادى عامل واحد فى حين يحتاج الجهاز الملون لعاملين ، ويحقق الجهاز العادى ربح قدره 50 جنيه فى حين ويحقق الجهاز الملون ربح قدره 80 جنيه .

المطلوب : حدد العدد الأمثل من الأجهزة العادية والملونة التى تحقق أقصى ربح ممكن ، باستخدام الطريقة البيانية .

حل تمرين (٩)

متغيرات القرار هى : $X_1 \Rightarrow$ عدد الأجهزة العادية

$X_2 \Rightarrow$ عدد الأجهزة الملونة

■ **صياغة نموذج البرمجة الخطية :**

عظم : $F = 50X_1 + 80X_2$

تحت القيود :

قيد خط التجميع الأول	$X_1 \leqslant 80$
قيد خط التجميع الثانى	$X_2 \leqslant 60$
قيد المكونات الإلكترونية	$4X_1 + 6X_2 \leqslant 600$
قيد العمالة	$X_1 + 2X_2 \leqslant 160$
القيود غير السالبة	$X_1 \geqslant 0 \ , \ X_2 \geqslant 0$

■ **الحل البيانى لنموذج البرمجة الخطية :**

■ **تحويل القيود إلى معادلات :**

$X_1 = 80$

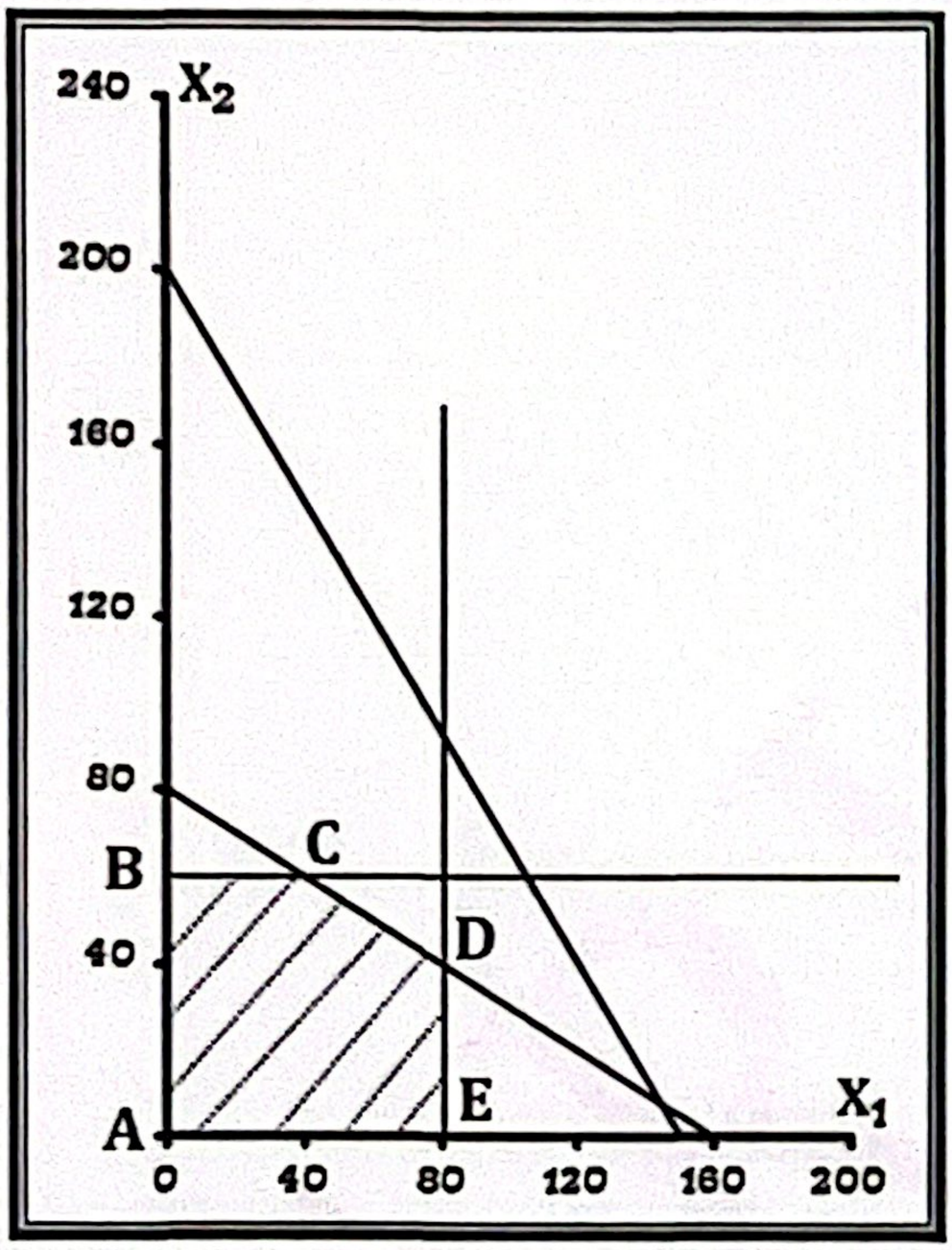
$X_2 = 60$

$4X_1 + 3X_2 = 600$

$X_1 + 2X_2 = 160$

■ **رسم القيود بيانياً :**

القيد الرابع		القيد الثالث		القيد الثانى	القيد الأول
X_1	X_2	X_1	X_2	$X_2 = 60$	$X_1 = 80$
0	80	0	200		
160	0	150	0		



■ **تحديد منطقة الحل المسموح به :**

وتتمثل فى الشكل (A , B , C , D , E)

■ **تحديد إحداثيات نقط منطقة الحل المسموح به :**

النقطة (A) (0 ، 0)	النقطة (B) (0 ، 60)
النقطة (C) (40 ، 60)	النقطة (D) (80 ، 40)

النقطة (E) (80 ، 0)

⇐ **بالنسبة للنقطة (C) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلى :**

هى نقطة تقاطع خط القيد الثانى مع خط القيد الرابع :

$X_1 + 2X_2 = 160 \Rightarrow (1)$

$X_2 = 60 \Rightarrow (2)$

* **وبالتعويض بالمعادلة (٢) فى المعادلة (١) نجد أن :**

$X_1 + 120 = 160 \Rightarrow X_1 = 160 - 120 = 40$

⇐ بالنسبة للنقطة (D) يتم إيجاد إحداثياتها كما يلي :

هي نقطة تقاطع خط القيد الأول مع خط القيد الرابع :

$$X_1 + 2X_2 = 160 \quad \Rightarrow (1)$$

$$X_1 = 80 \quad \Rightarrow (2)$$

* وبالتعويض بالمعادلة (٢) في المعادلة (١) نجد أن:

$$80 + 2X_2 = 160$$

$$2X_2 = 160 - 80 = 80 \Rightarrow \therefore X_2 = 40$$

■ تحديد الحل الأمثل للمشكلة كما يلي :

النقط	دالة الهدف $50X_1 + 80X_2$	قيمة دالة الهدف
A	$50 \times 0 + 80 \times 0$	0
B	$50 \times 0 + 80 \times 60$	4800
C	$50 \times 40 + 80 \times 60$	6800
D	$50 \times 80 + 80 \times 40$	7200
E	$50 \times 80 + 80 \times 0$	4000

من الجدول السابق نجد أن أكبر قيمة لدالة الهدف تحققها النقطة (D) والتي عندها :

$$F = 7200 \quad , \quad X_1 = 80 \quad , \quad X_2 = 40$$

تمرين للتطبيق إذا كان لديك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

صغر : $Z = 2500X_1 + 3500X_2$

تحت القيود:

$$50X_1 + 50X_2 \geq 2500$$

$$80X_1 + 60X_2 \geq 3000$$

$$100X_1 + 200X_2 \geq 7000$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$