الجزء النظرى

■ مفهوم الإحصاء :

الإحصاء هى مجموعه من الطرق والأساليب التى يمكن توظيفها لجمع البيانات عن الظواهر وتبويبها وتلخيصها وتقييمها والخروج باستنتاجات حول وحدات المجتمع من خلال اعتماد جزء صغير من هذا المجتمع .

■ أنواع الإحصاء : الإحصاء نوعين :

① **الإحصاء الوصفى :**

⇐ هو ما يختص بطرق جمع البيانات و تحليلها ووصفها لتكون بصيغه مفهومه .

⇐ الإحصاء الوصفى يتعامل مع البيانات الاحصائيه من دون تعميم على وحدات المجتمع الاحصائى .

② **الإحصاء الاستدلالى :**

⇐ هو ما يتعلق بطرق تحليل وتفسير وتقدير واستخلاص الاستنتاجات ، بالاعتماد على جزء (أو عينه) من المجتمع للتوصل الى قرارات تخص وحدات المجتمع الاحصائى .

⇐ يتعامل مع التعميم والتنبؤ والتقدير ، وتتسم الاستنتاجات الاستدلاليه فى بعض الحالات بعدم التاكد وعند ذلك يتم معالجتها باستخدام الاحتمالات .

■ البيانات الاحصائية :

⇐ هى البيانات و المعلومات الاحصائيه المتعلقه بالظواهر الاجتماعيه والاقتصاديه .. وكل ما يتعلق باحوال المجتمع .

■ أنواع البيانات الاحصائية : البيانات نوعين :

① **البيانات الكمية (البيانات المقيسة) :**

⇐ هى التى تعبر بشكل رقمى عن ظاهره معينه ، وتمثل أى فعاليه او أى نشاط على حسب المقدار المنجز .

⇐ هذا النوع من البيانات يعبر عن ظروف وخصائص السوق أو أى خدمة أو خاصية كما هى دون اجتهاد او وجهه نظر .

② **البيانات النوعية (الوصفية) :**

⇐ هى التى تصف الظاهره المعنية بشكل غير رقمى مثل جنس الشخص او تحصيله الدراسى ، كما يمكن تنظيم وحداتها حسب اشتراكها فى الصفه مثل ممتاز ، جيد جدا جيد ، ردئى وغير ذلك .

■ مصادر البيانات الاحصائية : تنقسم إلى :

① **المصادر التاريخية (الوثائقية) :**

⇐ تشمل البيانات التى يكون مصدرها السجلات والوثائق والميزانيات المالية التى تتوفر كحصيله لنشاط الدوائر والشركات المختلفه من خلال ممارسه نشاطها اليومى ، وما تقوم باصداره من نشرات وتقارير ، وكذلك ما يتوفر فى المكتبات من مؤلفات ومطبوعات تضم بيانات احصائية .

⇐ وتنقسم المصادر التاريخية إلى نوعين :

مصادر أصلية	مصادر ثانوية
* ويقصد بها الجهات التى تقوم بنفسها بجمع البيانات وتهينتها ونشرها ، كما هو الحال مع مكاتب الإحصاء والتعداد المركزية وبعض الدوائر الحكومية .	* ويقصد بها الجهات التى تعتمد فى جمع البيانات على جهات اخرى ، وتقوم بطبعها ونشرها بعد استلامها من المصادر الاصلية ، كما هو حال المنظمات الدولية التى تقوم بنشر المطبوعات التى تستلمها من الدول الاعضاء .

② **المصادر الميدانية :**

⇐ تشمل البيانات التى يتم جمعها من وحدات المجتمع الإحصائى ميدانياً بصوره مباشره بواسطه استمارات وجداول احصائية تعد لهذا الغرض .

⇐ هناك أسلوبان لجمع البيانات الميدانية هى :

مصادر أصلية	مصادر ثانوية
* أسلوب المسموحات الشاملة أو التعداد والذى يشمل كافة وحدات المجتمع الاحصائى .	* أسلوب مسموحات العينة والذى بموجبه يتم جمع بيانات من جزء (عينة) من المجتمع الاحصائى .

■ طرق جمع البيانات الاحصائية :

① طريقه المشاهدة . ② طريقه التسجيل الذاتى .

③ طريقه المقابله الشخصية .

④ طريقه الهاتف . ⑤ الاستماره الاحصائية ؛

■ المجتمع الاحصائى والعينه الاحصائية :

⇐ عند دراسه ظاهره من الظواهر ولتكن ظاهره الطلاق مثلا فى المجتمع المصرى ، فان جميع الافراد المتزوجين يكونون ما يسمى بـ (المجتمع الاحصائى) ، واذا اخذنا جزء من هؤلاء المتزوجين فان هذا الجزء يسمى (بالعينة الاحصائية) .

⇐ يصعب غالباً دراسه المجتمع الاحصائى كله لأسباب كثيره نذكر منها :

① كثرة التكاليف ، وطول الوقت الازم لأخذ البيانات من جميع افراد المجتمع

② قد تؤدى دراسه المجتمع كله إلى فقدان المجتمع ، لذا لابد من اللجوء الى أخذ عينة للحكم من خلالها على المجتمع المأخوذ منه العينة .

③ قد تستحيل دراسه المجتمع كله ، فمثلا إذا أردنا تقدير مخزون البترول فى المملكه العربية السعودية فإنه يتطلب تنقيب جميع الاراضى بالمملكة و هذا أمر غير ممكن عملياً لذا يستخدم الاحصائيون أسلوب العينة .

■ أنواع العينات :

① العينه العشوائيه البسيطة .

② العينه العشوائيه الطبقية .

⇐ هناك أنواع أخرى من العينات التى تعتمد على العشوائية يستخدمها الاحصائيون مثل العينة العنقودية ، العينة المنتظمة ، والعينة المعيارية وغيرها .

⇐ كما يوجد نوع أخر من العينات لا يعتمد على العشوائية يسمى العينه العمدية وهى تعتمد أساساً على خبره الباحث ومعرفته الجيده بمفردات المجتمع محل الدراسه .

■ المعلمه والاحصاءه :

المعلمه : الوسط الحسابى لـ μ / الانحراف المعيارى σ

هى قيمة رقمية تصف خاصية معينة تعود للمجتمع الاحصائى ، وعادة ما يعبر عنها برمز لاتينى كبير .

الاحصاءه : الوسط الحسابى $\bar{X}$

هى قيمة رقمية تصف خاصية معينه تعود للعينة ، ويعبر عنها بحروف انجليزية . S

مزايا وعيوب الوسط الحسابى

مزايا الوسط الحسابى

١) ياخذ كل القيم فى الاعتبار .
٢) يسهل التعامل معه فى التحليلات الاحصائية .
٣) لا يحتاج إلى ترتيب البيانات عند حسابه .

عيوب الوسط الحسابى

١) يتاثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة .
٢) يصعب حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة .
٣) لا يمكن حسابه فى حالة البيانات الوصفية .
٤) غالباً لا يساوى أحد القيم الداخلة فى حسابه .

مزايا وعيوب الوسيط

مزايا الوسيط

١) لا يتاثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة .
٢) يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة .

عيوب الوسيط

١) لا ياخذ كل القيم فى الاعتبار .
٢) لا يسهل التعامل معه فى التحليلات الاحصائية .

مزايا وعيوب المنوال

مزايا المنوال

١) لا يتاثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة .
٢) يمكن حسابه من البيانات الوصفية .
٣) يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة .

عيوب المنوال

١) لا ياخذ كل القيم فى الاعتبار .
٢) لا يسهل التعامل معه فى التحليل الاحصائى .

ملاحظات هامة :

١) التكرار النسبى = $\frac{\text{كل تكرار}}{\text{مجموع التكرارات}}$

٢) التكرار المعدل = $\frac{\text{التكرار الاصلى}}{\text{طول الفئة}}$

٣) التكرار المئوى = التكرار النسبى × 100

٤) مقدار الزاوية = التكرار النسبى × 360

٥) مجموع التكرار النسبى = 1

٦) مجموع التكرار المئوى = 100%

٧) مركز أى فئة = $\frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{2}$

مراجعة العلاقة بين الظواهر

أولاً: معامل الاقتران r_A

■ يستخدم معامل الاقتران لدراسة العلاقة بين ظاهرتين كل ظاهرة منهما مقسمة إلى قسمين فقط .

■ هيكون معطى جدول يسمى بـ (جدول الاقتران) كما يلى :

أقسام الظاهرة (Y)

أقسام الظاهرة (X) \ Y	1	2
a	n_{a1}	n_{a2}
b	n_{b1}	n_{b2}

■ يتم حساب معامل الاقتران (r_A) بالعلاقة التالية :

$$r_A = \frac{(n_{a1} \times n_{b2}) - (n_{a2} \times n_{b1})}{(n_{a1} \times n_{b2}) + (n_{a2} \times n_{b1})}$$

■ قيمة معامل الاقتران تنحصر بين (+1) و (-1) حيث أن :

١) إذا كان r_A بالموجب ⇐ العلاقة طردية

٢) إذا كان r_A بالسالب ⇐ العلاقة عكسية

٣) إذا كان r_A = صفر ⇐ لا توجد علاقة

٤) إذا كان $r_A = 1$ ⇐ العلاقة تامة

٥) إذا كان $0 < r_A < 0.5$ ⇐ العلاقة ضعيفة

٦) إذا كان $0.5 \leqslant r_A < 0.75$ ⇐ العلاقة متوسطة

٧) إذا كان $0.75 \leqslant r_A < 1$ ⇐ العلاقة قوية

■ ملاحظات هامة :

١) إذا كان : $n_{a1} \times n_{b2} = n_{a2} \times n_{b1}$

فان معامل الاقتران يساوى صفر ⇐ لا توجد علاقة

٢) إذا كان : $n_{a1} \times n_{b2} > n_{a2} \times n_{b1}$

فان معامل الاقتران يساوى قيمة موجبة ⇐ العلاقة طردية

٣) إذا كان : $n_{a1} \times n_{b2} < n_{a2} \times n_{b1}$

فان معامل الاقتران يساوى قيمة سالبة ⇐ العلاقة عكسية

ثانياً: معامل التوافق r_C

■ يستخدم معامل التوافق لدراسة العلاقة بين ظاهرتين وإحدى الظاهرتين أو كلاهما تنقسم إلى أكثر من قسمين .

■ هيكون معطى جدول يسمى بـ (جدول التوافق) كما يلى :

Y \ X	X_1	X_2	.....	X_C	المجموع
Y_1	$n_{y_1}X_1$	$n_{y_1}X_2$	.....	$n_{y_1}X_C$	n_{Y1}
Y_2	$n_{y_2}X_1$	$n_{y_2}X_2$	.....	$n_{y_2}X_C$	n_{Y2}
:	:	:	.....	:	:
Y_r	$n_{y_r}X_1$	$n_{y_r}X_2$	.....	$n_{y_r}X_C$	n_{Yr}
المجموع	n_{X1}	n_{X2}	.....	n_{Xc}	n_n

■ يتم حساب معامل التوافق (r_C) بالعلاقة التالية :

$$r_C = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 + n}}$$

حيث أن :

$$x^2 = n \left[\frac{(n_{y_1}X_1)^2}{(n_{y_1})(n_{X1})} + \frac{(n_{y_1}X_2)^2}{(n_{y_1})(n_{X2})} + .. \right] - n$$

■ تنحصر قيمة معامل التوافق بين :

الحد الأعلى لمعامل التوافق	الحد الأدنى لمعامل التوافق
$= \sqrt[4]{\frac{(n-1) \times (m-1)}{n \times m}}$	$= Zero$

m : ترمز لعدد الأعمدة . ، n : ترمز لعدد الصفوف .

■ لتحديد نوع العلاقة نتبع ما يلى :

نقسم معامل التوافق على الحد الأعلى

إذا كان	إذا كان
خارج القسمة < 0.5	خارج القسمة > 0.5
العلاقة قوية	العلاقة غير قوية

معامل التوافق لا يعطى شئ عن اتجاه العلاقة .

مراجعة المقاييس الاحصائية

مقاييس النزعة المركزية

الوسط الحسابى — الوسيط — المنوال

1 الوسط الحسابى $\bar{X}$

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

إذا كانت البيانات مبوبة

طريقة الانحرافات البسيطة	الطريقة المباشرة

■ نكون الجدول التالى :

الفئات	f	X	d	df
		مراكز الفئات	الانحرافات	
المجموع	Σf			Σdf

■ الوسط الحسابى :

$$\bar{X} = A + \frac{\sum df}{\sum f}$$

■ نكون الجدول التالى :

الفئات	f	X	Xf
	التكرار	مراكز الفئات	
المجموع	Σf		ΣXf

■ الوسط الحسابى :

$$\bar{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$$

حيث أن : فى طريقة الانحرافات البسيطة :

A وسط فرضى يمثله مركز الفئة المقابل لأكبر تكرار

2 الوسيط M_d

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ عند حساب الوسيط هتقابلنا إحدى الحالتين :

الحالة الأولى ⇐ أن يكون عدد القيم فردى

■ نرتب القيم تصاعدياً .

■ الوسيط (M_d) = القيمة صاحبة الترتيب $(\frac{n+1}{2})$. ①

الحالة الثانية ⇐ أن يكون عدد القيم زوجى

■ نرتب القيم تصاعدياً .

■ الوسيط (M_d)

= متوسط القيمتين أصحاب الترتيب $\{(\frac{n}{2}), (\frac{n}{2})+1\}$.

إذا كانت البيانات مبوبة

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد .

٢) نحدد موقع الوسيط بالعلاقة : ⇐ $= \frac{\sum f}{2}$

٣) نوجد قيمة الوسيط بالعلاقة :

$$M_d = L + \frac{R - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

حيث أن :

H طول فئة الوسيط — L الحد الادنى لفئة الوسيط

f_1 التكرار المتجمع الصاعد السابق لموقع الوسيط

f_2 التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لموقع الوسيط

3 المنوال M_o

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ نبحث عن القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها من القيم.

مع ملاحظة :

١) أنه لا يكون هناك منوال إذا تتكررت كل القيم بنفس العدد .

٢) أنه لا يكون هناك منوال إذا لم تتكرر أى قيمة من القيم .

٣) إذا تكررت قيمتان أو أكثر بنفس العدد بين مجموعة من القيم فيدل ذلك على تعدد قيم المنوال .

إذا كانت البيانات مبوبة

١) نبحث عن أكبر تكرار فى الجدول (تكرار فئة المنوال) .

٢) نعتبر الفئة المقابلة لاكبر تكرار فئة المنوال .

٣) نحسب المنوال بالعلاقة التالية :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times H$$

حيث أن :

L	الحد الادنى لفئة المنوال
H	طول فئة المنوال
f	تكرار فئة المنوال
f_2	تكرار الفئة بعد فئة المنوال
f_1	تكرار الفئة قبل فئة المنوال
d_1	الفرق بين تكرار فئة المنوال وتكرار الفئة السابقة لها
d_2	الفرق بين تكرار فئة المنوال وتكرار الفئة اللاحقة لها

العلاقة بين الوسط الحسابى والوسيط والمنوال

١) إذا كان : الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال

يكون التوزيع متماثل

٢) إذا كان : الوسط الحسابى < الوسيط < المنوال

يكون التوزيع موجب الألتواء أو ملتوى جهة اليمين

٣) إذا كان : الوسط الحسابى > الوسيط > المنوال

يكون التوزيع سالب الألتواء أو ملتوى جهة اليسار

مقاييس التشتت

١ المـــــدى R

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ **نوجد المدى بالعلاقة :**

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

إذا كانت البيانات مبوبة **ملغى**

٢ الانحراف المتوسط D_m

إذا كانت البيانات غير مبوبة

■ **نكون الجدول التالى :**

الانحراف المطلق	الانحراف	
$\|X - \bar{X}\|$	$X - \bar{X}$	X
		معطى
$\Sigma\|X - \bar{X}\|$		ΣX

■ **نوجد الانحراف المتوسط بالعلاقة :**

$$D_m = \frac{\Sigma|X - \bar{X}|}{n}$$

إذا كانت البيانات مبوبة

■ **نكون الجدول التالى :**

الفئات	f	X	Xf	$\|X - \bar{X}\|$	$\|X - \bar{X}\|f$
معطى	التكرار	مراكز الفئات		انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابى	
المجموع	Σf		ΣXf		$\Sigma\|X - \bar{X}\|f$

■ **نوجد الانحراف المتوسط بالعلاقة :**

$$D_m = \frac{\Sigma|X - \bar{X}|f}{\Sigma f}$$

٣ نصف المدى الربيعى Q

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

حيث أن :

Q_1	الربيع الأول أو الادنى
Q_3	الربيع الثالث أو الأعلى

■ **نتناول كيفية حساب كلاً من الربيعين فيما يلى :**

إذا كانت البيانات غير مبوبة

١) نرتب القيم تصاعدياً .

٢) نحدد موقع الربيعين كما يلى :

موقع الربيع الأول	موقع الربيع الثالث
$R_1 = \frac{n}{4}$	$R_3 = \frac{3n}{4}$

٣) نحدد قيمة الربيعين كما يلى :

إذا كان ⇐ **عدد القيم يقبل القسمة على (4)**

■ **الربيع الأول (Q_1) = القيمة صاحبة الترتيب (R_1) .**

■ **الربيع الثالث (Q_3) = القيمة صاحبة الترتيب (R_3) .**

إذا كان ⇐ **عدد القيم لا يقبل القسمة على (4)**

- الربيع الأول (Q_1) = متوسط القيمتين الواقع بينهما (R_1)
- الربيع الثالث (Q_3) = متوسط القيمتين الواقع بينهما (R_3)

إذا كانت البيانات مبوبة

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد .

٢) نحدد موقع الربيعين كما يلى :

موقع الربيع الأول	موقع الربيع الثالث
$R_1 = \frac{\sum f}{4}$	$R_3 = \frac{3\sum f}{4}$

٣) نوجد قيمة الربيعين كما يلى :

قيمة الربيع الأول	قيمة الربيع الثالث
$Q_1 = L + \frac{R_1 - f_1}{f_2 - f_1} \times H$	$Q_3 = L + \frac{R_3 - f_1}{f_2 - f_1} \times H$

4 التباين S^2

إذا كانت البيانات غير مبوبة

طريقة الانحرافات البسيطة	الطريقة المباشرة
■ نكون الجدول التالى :	■ نكون الجدول التالى :

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
المجموع		$\Sigma(X - \bar{X})^2$

X	X^2
ΣX	ΣX^2

■ التباين :

$$S^2 = \frac{\Sigma (X - \bar{X})^2}{n - 1}$$

■ التباين :

$$S^2 = \frac{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}}{n - 1}$$

إذا كانت البيانات مبوبة

■ نكون الجدول التالى :

الفئات	f	X	Xf	$X^2 f$
المجموع	Σf		ΣXf	$\Sigma X^2 f$

■ نوجد التباين بالعلاقة :

$$S^2 = \frac{\Sigma X^2 f - \frac{(\Sigma Xf)^2}{\Sigma f}}{\Sigma f - 1}$$

5 الانحراف المعيارى S

سواء كانت البيانات مبوبة أو غير مبوبة

التباين ⇒ $S = \sqrt{S^2}$ = الانحراف المعيارى $= \sqrt{\text{التباين}}$

6 معامل الاختلاف C.V

معامل الاختلاف المئوى	معامل الاختلاف النسبى
$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$	$C.V = \frac{S}{\bar{X}}$

سواء كانت البيانات مبوبة أو غير مبوبة

تمرين (١) إذا كانت لديك البيانات التالية :

20 , 26 , 14 , 20 , 12 , 14 , 30 , 24

فأن :

1) الوسط الحسابى يساوى

A) 20 | B) 25 | C) 26 | D) 23

2) الانحراف المعيارى يساوى

A) 4.12 | B) 5.23 | C) 6.41 | D) 3.62

3) معامل الاختلاف يساوى

A) 23.56% | B) 32.07% | C) 41.65% | D) 31.25%

حل تمرين (١)

ايجاد الوسط الحسابى

$$\because \bar{X} = \frac{\sum X}{n} \quad \Rrightarrow \quad \therefore \bar{X} = \frac{160}{8} = 20$$

ايجاد التباين والانحراف المعيارى

١) نكون الجدول التالى :

	مربع الانحراف	X − 20
X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
20	0	0
26	6	36
14	-6	36
12	-8	64
20	0	0
14	-6	36
30	10	100
24	4	16
160		288

٢) نوجد التباين بالعلاقة :

$$\because S^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{288}{7} = 41.14$$

٣) نوجد الانحراف المعيارى بالعلاقة :

$$\because S = \sqrt{S^2} \quad \Rrightarrow \quad \therefore S = \sqrt{41.14} = 6.41$$

ايجاد معامل الاختلاف

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100 = \frac{6.41}{20} \times 100 = 32.07\%$$

تمرين (٢) إذا كانت أعمار 8 أفراد كما يلى :

10 , 12 , 14 , 20 , 18 , 14 , 16 , 24

فأن :

1) الوسط الحسابى يساوى

A) 16 | B) 15 | C) 14 | D) 17

2) الوسيط يساوى

A) 16 | B) 15 | C) 14 | D) 17

3) المنوال يساوى

A) 16 | B) 15 | C) 14 | D) 17

4) التوزيع يكون

A) موجب الالتواء | B) سالب الالتواء

C) متماثل | D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٢)

ايجاد الوسط الحسابى

$$\because \bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{128}{8} = 16$$

ايجاد الوسيط

■ نرتب القيم تصاعدياً

10 , 12 , 14 , (14) , (16) , 18 , 20 , 24

■ نوجد الوسيط : ⇐ عدد القيم = 8 قيم " عدد زوجى"

الوسيط (M_e) = متوسط القيمتين أصحاب الترتيب

$$\left\{\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4\right\} \quad , \quad \left\{\frac{n}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 5\right\}$$

$$\therefore M_e = \frac{14 + 16}{2} = 15$$

ايجاد المنوال

$M_o = 14$ ⇐ القيمة الاكثر تكرارا

التعليق على شكل التوزيع

الوسط الحسابى < الوسيط < المنوال

14 < 15 < 16

∴ التوزيع موجب الالتواء

تمرين (٣) إذا كانت لديك البيانات التالية :

24 , 18 , 26 , 30 , 26 , 25 , 19

1) الوسط الحسابى يساوى

A) 26 B) 25 **C) 24** D) 23

2) الوسيط يساوى

A) 26 **B) 25** C) 24 D) 23

3) المنوال يساوى

A) 26 B) 25 C) 24 D) 23

4) التوزيع يكون

B) سالب الالتواء A) موجب الالتواء

C) متماثل D) لا شئ مما سبق

حل تمرين (٣)

ايجاد الوسط الحسابى

$$\because \bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{168}{7} = 24$$

ايجاد الوسيط

■ نرتب القيم تصاعدياً

18 , 19 , 24 , (25) , 26 , 26 , 30

■ نوجد الوسيط : ⇐ عدد القيم = 7 قيم " عدد فردى"

الوسيط (M_e) = القيمة اللى ترتيبها $\left(\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4\right)$

$$\therefore M_e = 25$$

ايجاد المنوال

⑤ $M_o = 26$ ⇐ القيمة الأكثر تكرارا

التعليق على شكل التوزيع

∵ الوسط الحسابى < الوسيط < المنوال

24 < 25 < 26

∴ التوزيع سالب الالتواء

تمرين (٤) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	0 -	6 -	12 -	18 - 24	المجموع
التكرار	3	6	9	12	30

■ فان الوسيط يساوى

A) 26 **B) 25** C) 24 D) 23

حل تمرين (٤)

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 0
3	أقل من 6
9	أقل من 12
18	أقل من 18
30	أقل من 24

L ← أقل من 12 ، f_1 ← 9 ، 15 ، f_2 ← 18

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

٣) نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

$$M_d = 12 + \frac{15 - 9}{18 - 9} \times 6 = 16$$

تمرين (٥) الجدول التالى يبين أعمار 50 عامل :

فئات العمر	20 -	30 -	40 -	50 -	60 - 70	المجموع
عدد العمال	5	10	20	10	5	50

1) مركز الفئة الثالثة يساوى

A) 65 B) 35 **C) 45** D) 55

2) مركز الفئة الاخيرة يساوى

A) 65 B) 35 C) 45 D) 55

3) الوسط الحسابى يساوى

A) 55 | **B) 45** | C) 65 | D) 35

4) ترتيب الوسيط يساوى

A) 15 | B) 20 | **C) 25** | D) 30

5) قيمة الوسيط يساوى

A) 20 | B) 30 | C) 35 | **D) 45**

6) تكرار الفئة المنوالية يساوى

A) 20 | B) 35 | C) 10 | D) 5

7) قيمة المنوال (بطريقة الفروق لبيرسون) يساوى

A) 40 | **B) 45** | C) 55 | D) 35

8) التوزيع التكرارى لهذه البيانات

A) موجب الالتواء | B) سالب الالتواء

C) متماثل | D) لا شئ مما سبق

9) الطريقة البيانية المناسبة لعرض هذه البيانات هى

A) الاعمدة | B) المستطيلات

C) المدرج التكرارى | D) الخطوط البيانية

حل تمرين (٥)

١) مركز الفئة الثالثة :

$$\text{مركز الفئة الثالثة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة الثالثة} = \frac{40 + 50}{2} = 45$$

٢) مركز الفئة الاخيرة :

$$\text{مركز الفئة الاخيرة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة الاخيرة} = \frac{60 + 70}{2} = 65$$

٣) إيجاد الوسط الحسابى :

معطى (٢)×(٣)	معطى	مراكز الفئات	
Xf	f	X	فئات العمر
125	5	25	20 -
350	10	35	30 -
900	20	45	40 -
550	10	55	50 -
325	5	65	60 - 70
2250	50		المجموع

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\overline{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{2250}{50} = 45$$

٤) إيجاد الوسيط :

■ نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 20
5	أقل من 30
15	أقل من 40
35	أقل من 50
45	أقل من 60
50	أقل من 70

L ← 40 ، f_1 = 15 ، 25 ، f_2 = 35

■ نحدد موقع الوسيط: $= \frac{\sum f}{2} = \frac{50}{2} = 25$

■ نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

$$M_d = 40 + \frac{25 - 15}{35 - 15} \times 10 = 45$$

٥) تكرار فئة المنوال: ⇐ **أكبر تكرار**

تكرار فئة المنوال = 20

٦) إيجاد المنوال: بطريقة الفروق لبيرسون

	40 -	⇐ L
10	20	10
⇓	⇓	⇓
f_1	f	f_2
التكرار السابق	اكبر تكرار	التكرار اللاحق

$d_1 = f - f_1$

$d_1 = 20 - 10 = 10$

$d_2 = f - f_2$

$d_2 = 20 - 10 = 10$

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times H$$

$$M_o = 40 + \frac{10}{10 + 10} \times 10 = 45$$

٧) التعليق على شكل التوزيع:

الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال = 45

التوزيع متماثل

٨) الطريقة البيانية لعرض هذه البيانات:

∵ البيانات كمية

∴ الطريقة البيانية هى المدرج التكرارى

تمرين (٦) من التوزيع التكرارى التالى:

الفئات	10 -	15 -	20 -	25 -	30 - 35	المجموع
التكرار	3	7	10	8	12	40

■ فان الوسيط يساوى

A) 20 **B) 25** C) 14 D) 13

حل تمرين (٦)

١) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
0	أقل من 10
3	أقل من 15
10	أقل من 20
20	أقل من 25
28	أقل من 30
40	أقل من 35

L ← 20 ← 20

٢) نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\Sigma f}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

٣) نوجد قيمة الوسيط:

$$M_d = L = 25$$

تمرين (٧) إذا كانت اعمار 10 افراد كما يلى :

16 , 22 , 20 , 18 , 16 , 20 , 14 , 18 , 32 , 24

1) الوسط الحسابى يساوى

A) 15 **B) 20** C) 25 D) 30

2) الانحراف المتوسط يساوى

A) 3.6 B) 2.4 C) 3.4 D) 2.6

3) التباين يساوى

A) 21.5 B) 24.3 **C) 26.7** D) 32.1

حل تمرين (٧)

١) إيجاد الوسط الحسابى:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{200}{10} = 20$$

٢) إيجاد الانحراف المتوسط:

X	$X - \bar{X}$	$\lvert X - \bar{X} \rvert$ (الانحراف المطلق)
16	-4	4
22	2	2
20	0	0
18	-2	2
16	-4	4
20	0	0
14	-6	6
18	-2	2
32	12	12
24	4	4
200		36

■ نوجد الانحراف المتوسط بالعلاقة :

$$D_m = \frac{\Sigma|X - \bar{X}|}{n} = \frac{36}{10} = 3.6$$

٣) إيجاد التباين:

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$ (مربع الانحراف)
16	-4	16
22	2	4
20	0	0
18	-2	4
16	-4	16
20	0	0
14	-6	36
18	-2	4
32	12	144
24	4	16
200		240

■ نوجد التباين بالعلاقة :

$$S^2 = \frac{\Sigma(X - \bar{X})^2}{n - 1} = \frac{240}{10 - 1} = 26.7$$

تمرين (٨) من التوزيع التكرارى التالى :

فئات العمر	20 -	25 -	30 -	35 -	40 - 45	المجموع
عدد العمال	4	8	16	8	4	40

1) المدى يساوى

A) 16 B) 20 **C) 25** D) 14

2) الوسط الحسابى يساوى

A) 35 **B) 32.5** C) 32 D) 30

3) الانحراف المتوسط يساوى

A) 4 B) 5 C) 3 D) 6

حل تمرين (٨)

١) **إيجاد المدى :**

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

$$R = 45 - 20 = 25$$

٢) **إيجاد الوسط الحسابى :**

$$\overline{X} = \frac{\Sigma Xf}{\Sigma f} = \frac{1300}{40} = 32.5$$

٣) **إيجاد الانحراف المتوسط :**

فئات العمر	f	X	Xf	$\lvert X - \overline{X} \rvert$	$f\lvert X - \overline{X} \rvert$
			(٢)×(٥)	مراكز الفئات معطى	(٢)×(٥) $\lvert X - 32.5 \rvert$ معطى
20 -	4	22.5	90	10	40
25 -	8	27.5	220	5	40
30 -	16	32.5	520	0	0
35 -	8	37.5	300	5	40
40 - 45	4	42.5	170	10	40
المجموع	40		1300		160

■ نوجد الانحراف المتوسط بالعلاقة :

$$D_m = \frac{\Sigma f\lvert X - \overline{X} \rvert}{\Sigma f} = \frac{160}{40} = 4$$

تمرين (٩) لمجموعة الاعمار التالية :

32 , 25 , 12 , 29 , 15 , 28 , 24 , 18 , 20 , 26 , 30 , 36

1) الربيع الأول يساوى

(8) A) 15 **B) 18** C) 12 D) 20

2) الربيع الثالث يساوى

A) 24 B) 18 **C) 29** D) 26

3) نصف المدى الربيعى يساوى

A) 5.5 B) 5 C) 3 D) 6

4) المدى الربيعى يساوى

A) 11 B) 10 C) 6 D) 12

حل تمرين (٩)

1) **نرتب القيم تصاعدياً**

12 , 15 , (18) , 20 , 24 , 25 , 26 , 28 , (29) , 30 , 32 , 36

2) **نحدد موقع الربيعين كما يلى :**

موقع الربيع الأول	موقع الربيع الثالث
$R_1 = \frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$	$R_3 = \frac{3n}{4} = \frac{36}{4} = 9$

3) **نوجد قيمة الربيعين كما يلى :**

عدد القيم يقبل القسمة على (4)

قيمة الربيع الأول	قيمة الربيع الثالث
القيمة صاحبة الترتيب ($R_1 = 3$)	القيمة صاحبة الترتيب ($R_3 = 9$)
$\therefore Q_1 = 18$	$\therefore Q_3 = 29$

4) **نحسب نصف المدى الربيعى كما يلى :**

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \Rightarrow \therefore Q = \frac{29 - 18}{2} = 5.5$$

5) **نحسب المدى الربيعى كما يلى :**

المدى الربيعى = $Q_3 - Q_1 = 29 - 18 = 11$

تمرين (١٠) من البيانات التالية :

30 , 35 , 39 , 27 , 36 , 32 , 37 , 34 , 25 , 40

1) الربيع الأول يساوى

A) 26.5 **B) 28.5** C) 24.5 D) 36.5

2) نصف المدى الربيعى يساوى

A) 4 B) 5 C) 3 D) 6

حل تمرين (١٠)

1) نرتب القيم تصاعدياً

25 , (27) , (30) , 32 , 34 , 35 , (36) , (37) , 39 , 40

2) نحدد موقع الربيعين كما يلى :

موقع الربيع الأول	موقع الربيع الثالث
$R_1 = \frac{n}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$	$R_3 = \frac{3n}{4} = \frac{30}{4} = 7.5$

3) نوجد قيمة الربيعين كما يلى :

عدد القيم لا يقبل القسمة على (4)

قيمة الربيع الأول	قيمة الربيع الثالث
متوسط القيمتين الواقع بينهما ($R_1 = 2.5$)	متوسط القيمتين الواقع بينهما ($R_3 = 7.5$)
$Q_1 = \frac{27 + 30}{2}$ $\therefore Q_1 = 28.5$	$Q_3 = \frac{36 + 37}{2}$ $\therefore Q_3 = 36.5$

4) نحسب نصف المدى الربيعى كما يلى :

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \Rightarrow Q = \frac{36.5 - 28.5}{2} = 4$$

تمرين (١١) من الجدول التكرارى :

فئات	10 -	12 -	14 -	16 -	18 - 20
التكرار	8	16	32	16	8
المجموع					80

المطلوب : حساب المدى الربيعى ونصف المدى الربيعى .

حل تمرين (١١)

1) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 10	0
أقل من 12	8
أقل من 14	24
أقل من 16	56
أقل من 18	72
أقل من 20	80

L ← أقل من 12 ، (8)

L ← أقل من 16 ، (56) ، (60)

2) نحدد موقع الربيعين كما يلى :

موقع الربيع الأول	موقع الربيع الثالث
$R_1 = \frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$	$R_3 = \frac{3n}{4} = \frac{120}{4} = 30$

3) نوجد قيمة الربيعين كما يلى :

قيمة الربيع الأول	قيمة الربيع الثالث
$Q_1 = L + \frac{R_1 - f_1}{f_2 - f_1} \times H$	$Q_3 = L + \frac{R_3 - f_1}{f_2 - f_1} \times H$
$Q_1 = 10 + \frac{10 - 0}{22 - 0} \times 5$	$Q_3 = 20 + \frac{30 - 24}{56 - 24} \times 5$
$\therefore Q_1 = 12.27$	$\therefore Q_3 = 21.13$

4) نحسب المدى الربيعى كما يلى :

المدى الربيعى = $Q_3 - Q_1 = 21.13 - 12.27 = 8.86$

5) نحسب نصف المدى الربيعى كما يلى :

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \Rightarrow Q = \frac{21.13 - 12.27}{2} = 4.43$$

تمرين (١٢) من التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	1 - 5	6 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	المجموع
التكرار	2	8	12	8	10	40

المطلوب :

حساب المدى الربيعى ونصف المدى الربيعى .

حل تمرين (١٢)

1) نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 0.5	0
أقل من 5.5	2
أقل من 10.5	10
أقل من 15.5	22
أقل من 20.5	30
أقل من 25.5	40

L ← أقل من 5.5 ، (10)

L ← أقل من 15.5 ، (30)

2) نحدد موقع الربيعين كما يلى :

موقع الربيع الأول	موقع الربيع الثالث
$R_1 = \frac{\sum f}{4}$	$R_1 = \frac{3\sum f}{4}$
$R_1 = \frac{40}{4} = 10$	$R_3 = \frac{120}{4} = 30$

3) نوجد قيمة الربيعين كما يلى :

قيمة الربيع الأول	قيمة الربيع الثالث
$Q_1 = L = 10.5$	$Q_3 = L = 20.5$

4) نحسب المدى الربيعى كما يلى :

المدى الربيعى = $Q_3 - Q_1 = 20.5 - 10.5 = 10$

5) نحسب نصف المدى الربيعى كما يلى :

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \Rightarrow Q = \frac{20.5 - 10.5}{2} = 5$$

تمرين (١٢) من التوزيع التكرارى التالى:

الفئات	1 - 5	6 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	المجموع
التكرار	2	8	20	8	2	40

■ فان الوسط الحسابى يساوى

A) 15 B) 16 C) 14 **D) 13**

■ فان الوسيط يساوى

A) 15 **B) 13** C) 14 D) 13

■ فان المنوال يساوى

A) 15 B) 16 C) 14 **D) 13**

حل تمرين (١٢)

■ نكون الجدول التالى:

الفئات	f_i معطى	مراكز الفئات X_i	$X_i f_i$
1 - 5	2	3	6
6 - 10	8	8	64
11 - 15	20	13	260
16 - 20	8	18	144
21 - 25	2	23	46
المجموع	40		520

■ نوجد الوسط الحسابى بالعلاقة :

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} = \frac{520}{40} = 13$$

■ نكون جدول تكرارى متجمع صاعد كما يلى :

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 0.5	0
أقل من 5.5	2
أقل من 10.5	10
أقل من 15.5	30
أقل من 20.5	38
أقل من 25.5	40

L ← أقل من 10.5 ; f_1 ← 10 ; 20 ; f_2 ← 30

■ نحدد موقع الوسيط :

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

■ نوجد قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times H$$

$$M_d = 10.5 + \frac{20 - 10}{30 - 10} \times 5 = 13$$

■ إيجاد المنوال: بطريقة الفروق لبيرسون

11- ⇐ L		
8	20	8
⇓	⇓	⇓
f_1	f	f_2
التكرار السابق	اكبر تكرار	التكرار اللاحق

$d_1 = f - f_1$

$d_1 = 20 - 8 = 12$

$d_2 = f - f_2$

$d_2 = 20 - 8 = 12$

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times H$$

$$M_o = 11 + \frac{12}{12 + 12} \times 4 = 13$$

■ التعليق على شكل التوزيع:

الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال = 13

التوزيع متماثل

تمرين (١٤) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة بيانات عددهم 9 هو 80 وتم إضافة مفردة جديدة قيمتها 20 .

المطلوب : الوسط الحسابى بعد إضافة المفردة الجديدة .

حل تمرين (١٤)

■ قبل الأضافة :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} \Rightarrow 80 = \frac{\sum X_i}{9}$$

$$\sum X_i = 80 \times 9 = 720$$

■ بعد الأضافة :

المفردة الجديدة قيمتها 20	ويصبح عدد القيم 10

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{720 + 20}{9 + 1} = \frac{740}{10} = 74$$

تمرين (١٥) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة بيانات عددهم 6 هو 25 وتم إضافة مفردتين جديدتين 56 , 60 .

المطلوب : الوسط الحسابى بعد إضافة المفردات الجديدة .

حل تمرين (١٥)

■ قبل الأضافة :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} \Rightarrow 50 = \frac{\sum X_i}{6}$$

$$\sum X_i = 50 \times 6 = 300$$

■ بعد الأضافة :

المفردات الجديدة 56 , 60	ويصبح عدد القيم 8

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{300 + 56 + 60}{6 + 2} = \frac{416}{8} = 52$$

■ علامة الجمع (الرمز الجمعى) : $\sum$

إذا كان المتغير (X) والذى يأخذ القيم ($X_1 , X_2 , \dots , X_k$) والتى يرمز لها بالرمز (X_i) حيث أن : ($i = 1 , 2 , \dots , k$) فيكون مجموع هذه القيم على الصورة الآتية :

$$\sum_{i=1}^{k} X_i = X_1 + X_2 + \dots + X_k$$

تقرأ مجموع قيم (X) بداية من القيمة (X_1) حتى القيمة (X_k)

وعليه فان :

$$\sum_{i=1}^{k} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_k^2$$

مثال :

$\sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3$	$\sum_{i=2}^{5} X_i = X_2 + X_3 + X_4 + X_5$
$\sum_{i=4}^{6} X_i^2 = X_4^2 + X_5^2 + X_6^2$	$\sum_{i=1}^{4} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2$

القواعد الأساسية للرمز الجمعى

حيث أن : a ⇐ مقدار ثابت

1. $\sum_{i=1}^{k} a = n(a)$
2. $\sum_{i=1}^{k} a X_i = a \sum_{i=1}^{k} X_i$
3. $\sum_{i=1}^{k} (X_i \pm a) = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm \sum_{i=1}^{k} a = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm n(a)$
4. $\sum_{i=1}^{k} (X_i \pm Y_i) = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm \sum_{i=1}^{k} Y_i$
5. $\sum_{i=1}^{k} (X_i \pm Y_i \pm Z_i) = \sum_{i=1}^{k} X_i \pm \sum_{i=1}^{k} Y_i \pm \sum_{i=1}^{k} Z_i$
6. $\sum_{i=1}^{k} (X_i Y_i) = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + \dots + X_k Y_k$

ملحوظة : $\sum_{i=1}^{k} (X_i Y_i) \neq \sum_{i=1}^{k} X_i \cdot \sum_{i=1}^{k} Y_i$

تمرين (١) إذا كان :

$X_1 = 2$ $X_2 = 1$ $X_3 = 5$

أوجد قيمة كلاً من :

$\sum_{i=1}^{3} X_i$ $\sum_{i=1}^{3} 2X_i^2$ $\sum_{i=2}^{3} (X_i - 2)$

1) يتم قياس العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين باستخدام

أسئلة من امتحانات سابقة

١) الفئة المنوالية تقابل .....

A) أصغر تكرار
B) لا علاقة لها بالتكرار
C) أكبر تكرار
D) لها علاقة بمجموع التكرارات

٢) الوسط الحسابى هو مقياس ....

A) يتأثر بالقيم المتطرفة
B) لا يتأثر بالقيم المتطرفة
C) مستقل عن قيم المفردات
D) يتأثر بالقيم المركزية

٣) عندما يكون $\bar{X} = M_d = M_o$ فان التوزيع يكون ....

A) ملتو نحو اليمين
B) ملتو نحو اليسار
C) متماثل (متجانس)
D) مفرطح

٤) عندما يكون $\bar{X} < M_d < M_o$ فان التوزيع يكون ....

A) ملتو نحو اليمين
B) ملتو نحو اليسار
C) متماثل (متجانس)
D) مفرطح

٥) عندما يكون $\bar{X} > M_d > M_o$ فان التوزيع يكون ....

A) ملتو نحو اليمين
B) ملتو نحو اليسار
C) متماثل (متجانس)
D) مفرطح

٦) فى التوزيعات التكرارية المتماثلة نجد أن ....

A) الوسط الحسابى > الوسيط > المنوال
B) الوسط الحسابى < الوسيط < المنوال
C) الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال
D) لا شئ مما سبق

٧) الجدول المفتوح هو الجدول الذى فيه جميع الفئات مفتوحة

A) صح
B) خطا

٨) الجدول المنتظم هو الجدول الذى فيه جميع الفئات متساوية الطول

A) صح
B) خطا

حل تمرين (١)

$X_1 = 2 \quad X_2 = 1 \quad X_3 = 5$

1) $\sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3 = 2 + 1 + 5 = 8$

2) $\sum_{i=1}^{3} 2X_i^2 = 2\sum_{i=1}^{3} X_i^2 = 2\left[(2)^2 + (1)^2 + (5)^2\right] = 60$

3) $\sum_{i=2}^{3} (X_i - 2) = \sum_{i=2}^{3} X_i - \sum_{i=2}^{3} 2 = X_2 + X_3 - 2(2)$

$\sum_{i=2}^{3} (X_i - 2) = 1 + 5 - 4 = 2$

تمرين (٢) إذا كان:

$X_1 = 1 \quad X_2 = 5 \quad X_3 = 2$

$Y_1 = 3 \quad Y_2 = -3 \quad Y_3 = 1$

أوجد قيمة كلاً من:

$\sum_{i=1}^{3} X_i$ $\quad \sum_{i=2}^{3} 3Y_i^2$ $\quad \sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i)$

$\sum_{i=2}^{3} (X_i Y_i)$ $\quad \sum_{i=1}^{3} (3X_i - Y_i + 7)$

حل تمرين (٢)

1) $\sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3 = 1 + 5 + 2 = 8$

2) $\sum_{i=2}^{3} 3Y_i^2 = 3\sum_{i=2}^{3} Y_i^2 = 3\left[(-3)^2 + (1)^2\right] = 30$

3) $\sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^{3} X_i + \sum_{i=1}^{3} Y_i$

$\sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i) = [1 + 5 + 2] + [3 + (-3) + 1] = 9$

4) $\sum_{i=2}^{3} (X_i Y_i) = X_2 Y_2 + X_3 Y_3 = 5(-3) + 2(1) = -13$

5) $\sum_{i=1}^{3} (3X_i - Y_i + 7) = 3\sum_{i=1}^{3} X_i - \sum_{i=1}^{3} Y_i + \sum_{i=1}^{3} 7$

$\sum_{i=1}^{3} (3X_i - Y_i + 7) = 3(8) - 1 + 3(7) = 44$

تمرين (١) الجدول التالى يبين توزيع عينة مكونة من 100 شخص حسب الحالة التعليمية والتدخين :

الحالة التعليمية \ التدخين	يدخن	لا يدخن	المجموع
متعلم	30	20	50
غير متعلم	15	35	50
المجموع	45	55	100

1) يتم قياس العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين باستخدام

B) معامل الاقتران ✓

A) معامل التوافق

D) ليس مما سبق

C) معامل الارتباط

2) تكون قيمة المعامل المناسب لقياس العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين هى

B) 0.556 ✓

A) 0.365

D) ليس مما سبق

C) 0.456

3) العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين هى

B) ضعيفة

A) قوية

D) ليس مما سبق ✓

C) ضعيفة عكسية

حل تمرين (١) ميد ترم ٢٠١٩

■ يتم قياس العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين باستخدام معامل الاقتران ، حيث أن :

$$r_A = \frac{(n_{a1} \times n_{b2}) - (n_{a2} \times n_{b1})}{(n_{a1} \times n_{b2}) + (n_{a2} \times n_{b1})}$$

حيث أن :

$n_{a1} = 30 \, , \, n_{a2} = 20 \, , \, n_{b1} = 15 \, , \, n_{b2} = 35$

$$r_A = \frac{(30 \times 35) - (20 \times 15)}{(30 \times 35) + (20 \times 15)} = 0.556$$

العلاقة طردية متوسطة بين الحالة التعليمية والتدخين

تمرين (٢) الجدول التالى يبين توزيع عينة مكونة من 150 شخص حسب الحالة التعليمية والتدخين :

الحالة التعليمية \ التدخين	يدخن	لا يدخن	المجموع
متعلم	25	40	65
غير متعلم	50	35	85
المجموع	75	75	100

1) يتم قياس العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين باستخدام

B) معامل الاقتران ✓

A) معامل التوافق

D) ليس مما سبق

C) معامل الارتباط

2) تكون قيمة المعامل المناسب لقياس العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين هى

A) 0.365

B) 0.391

C) 0.319

D) ليس مما سبق ✓

3) العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين هى

A) قوية

B) ضعيفة

C) ضعيفة عكسية ✓

D) ليس مما سبق

حل تمرين (٢) ميد ترم ٢٠١٩

■ يتم قياس العلاقة بين الحالة التعليمية والتدخين باستخدام معامل الاقتران ، حيث أن :

$$r_A = \frac{(n_{a1} \times n_{b2}) - (n_{a2} \times n_{b1})}{(n_{a1} \times n_{b2}) + (n_{a2} \times n_{b1})}$$

حيث أن :

$n_{a1} = 25 \, , \, n_{a2} = 40 \, , \, n_{b1} = 50 \, , \, n_{b2} = 35$

$$r_A = \frac{(25 \times 35) - (40 \times 50)}{(25 \times 35) + (40 \times 50)} = -0.391$$

العلاقة عكسية ضعيفة بين الحالة التعليمية والتدخين

تمرين (٣) يوضح الجدول التالى توزيع عينة مكونة من 100 شخص حسب المهنة والتدخين :

التدخين \ المهنة	A	B	C	المجموع
يدخن	25	18	12	55
لا يدخن	20	17	8	45
المجموع	45	35	20	100

1) الحد الأعلى لمعامل التوافق يساوى

A) 0.93

B) 0.76 ✓

C) 0.55

D) غير ذلك

2) تكون قيمة x^2

A) 1.75

B) 1.004

C) 0.388 ✓

D) غير ذلك

3) تكون قيمة معامل التوافق هى

A) 0.09

B) 0.162

C) 0.062 ✓

D) غير ذلك

حل تمرين (٣) ميد ترم ٢٠١٩

■ نحسب الحد الأعلى لمعامل التوافق :

$$\underline{n} = 2 \quad , \quad \underline{m} = 3$$

$$\text{الحد الأعلى} = \sqrt[4]{\frac{(n-1)\times(m-1)}{n\times m}}$$

$$\text{الحد الأعلى} = \sqrt[4]{\frac{(2-1)\times(3-1)}{2\times 3}} = \sqrt[4]{\frac{2}{6}} \approx 0.76$$

■ نحسب (x^2) أولاً :

$$x^2 = n\left[\frac{(n_{y1}X_1)^2}{(n_{y1})(n_{X1})} + \frac{(n_{y1}X_2)^2}{(n_{y1})(n_{X2})} + ..\right] - n$$

$$x^2 = 100\left[\frac{(25)^2}{55\times 45} + \frac{(18)^2}{55\times 35} + \frac{(12)^2}{55\times 20} + ..\right] - 100$$

$$x^2 = 0.388$$

■ نحسب معامل التوافق (r_C) بالعلاقة التالية :

$$r_C = \sqrt{\frac{x^2}{x^2+n}} = \sqrt{\frac{0.388}{0.388+100}} = 0.062$$

تمرين (٤) يوضح الجدول التالى توزيع عينة مكونة من 80 شخص حسب المهنة والتدخين :

التدخين \ المهنة	M	F	W	المجموع
يدخن	13	12	10	35
لا يدخن	20	16	9	45
المجموع	33	28	19	80

1) الحد الأعلى لمعامل التوافق يساوى

A) 0.93 **B) 0.76** C) 0.55 D) غير ذلك

2) تكون قيمة x^2

A) 1.75 **B) 0.873** C) 0.388 D) غير ذلك

3) تكون قيمة معامل التوافق هى

A) 0.09 **B) 0.104** C) 0.063 D) غير ذلك

تابع الحل >>>

حل تمرين (٤) مايو ٢٠١٨

■ نحسب الحد الأعلى لمعامل التوافق :

$$n = 2 \quad , \quad m = 3$$

$$\text{الحد الأعلى} = \sqrt[4]{\frac{(n-1)\times(m-1)}{n\times m}}$$

$$\text{الحد الأعلى} = \sqrt[4]{\frac{(2-1)\times(3-1)}{2\times 3}} = \sqrt[4]{\frac{2}{6}} \approx 0.76$$

■ نحسب (x^2) أولاً :

$$x^2 = n\left[\frac{(n_{y1}X_1)^2}{(n_{y1})(n_{X1})} + \frac{(n_{y1}X_2)^2}{(n_{y1})(n_{X2})} + ..\right] - n$$

$$x^2 = 80\left[\frac{(13)^2}{35\times 33} + \frac{(12)^2}{35\times 28} + \frac{(10)^2}{35\times 19} + ..\right] - 80$$

$$x^2 = 0.873$$

■ نحسب معامل التوافق (r_C) بالعلاقة التالية :

$$r_C = \sqrt{\frac{x^2}{x^2+n}} = \sqrt{\frac{0.873}{0.873+80}} = 0.104$$

تمرين (٥) إذا كانت قيمة x^2 المحسوبة من جدول مكون 3 صفوف و 3 أعمدة لعينة من 45 شخص هى 3.15

1) الحد الأعلى لمعامل التوافق يساوى

A) 0.82 B) 0.76 C) 0.55 D) غير ذلك

2) تكون قيمة معامل التوافق هى

A) 0.092 **B) 0.256** C) 0.063 D) غير ذلك

حل تمرين (٥)

■ نحسب الحد الأعلى لمعامل التوافق :

$$\text{الحد الأعلى} = \sqrt[4]{\frac{(n-1)\times(m-1)}{n\times m}}$$

$$\text{الحد الأعلى} = \sqrt[4]{\frac{(3-1)\times(3-1)}{3\times 3}} = \sqrt[4]{\frac{4}{9}} \approx 0.82$$

■ نحسب معامل التوافق (r_C) بالعلاقة التالية :

$$r_C = \sqrt{\frac{x^2}{x^2+n}} = \sqrt{\frac{3.15}{3.15+45}} = 0.256$$

مراجعة الارتباط والانحدار

① معامل ارتباط سبيرمان r_s

■ يستخدم معامل ارتباط سبيرمان (الرتب) فى حالة البيانات الرقمية ، وكذلك فى حالة البيانات غير الرقمية القابلة للترتيب التصاعدى أو التنازلى .

■ خطوات حساب معامل الارتباط سبيرمان :

١) نرتب قيم كل من المتغيرين ترتيب تصاعدى لإيجاد رتب كل من (X) و (Y) ، مع ملاحظة أن القيم (المتشابهة) المتساوية تاخذ نفس الرتبة بإيجاد الوسط الحسابى عن طريق جمع ترتيب هذه القيم والقسمة على عدد القيم .

٢) نكون الجدول التالى :

قيم (X)	قيم (Y)	رتب (X)	رتب (Y)	d	d^2
					Σd^2

(2) - (1) (2) (1) معطى معطى

٣) نحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

■ قيمة معامل سبيرمان تنحصر بين (+1) و (-1) حيث أن :

١) إذا كان r_s بالموجب ⇐ العلاقة طردية

٢) إذا كان r_s بالسالب ⇐ العلاقة عكسية

٣) إذا كان r_s = صفر ⇐ لا توجد علاقة

٤) إذا كان $r_s = 1$ ⇐ العلاقة تامة

٥) إذا كان $0 < r_s < 0.5$ ⇐ العلاقة ضعيفة

٦) إذا كان $0.5 \leqslant r_s < 0.75$ ⇐ العلاقة متوسطة

٧) إذا كان $0.75 \leqslant r_s < 1$ ⇐ العلاقة قوية

② معامل ارتباط بيرسون r_p

■ يستخدم معامل ارتباط بيرسون لقياس قوة واتجاه العلاقة بين القيم الكمية لظاهرتين أو متغيرين ولا يستخدم إذا كانت إحدى الظاهرتين أو كلاهما فى شكل غير كمى .

■ خطوات حساب معامل الارتباط بيرسون :

أولاً : إذا كانت البيانات غير مبوبة

١) نكون الجدول التالى :

X	Y	XY	X^2	Y^2
معطى	معطى		نربع قيم العمود (1)	نربع قيم العمود (2)
ΣX	ΣY	ΣXY	ΣX^2	ΣY^2

(1) (2) (1×2)

٢) نحسب معامل ارتباط بيرسون بالعلاقة التالية :

$$r_p = \frac{n\Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{[n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2][n\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}}$$

ثانياً : إذا كانت البيانات مبوبة

١) نكون جدول للمتغير (X) نوجد منه : $\Sigma X f_1 , \Sigma X^2 f_1$

٢) نكون جدول للمتغير (Y) نوجد منه : $\Sigma Y f_2 , \Sigma Y^2 f_2$

٣) نكون جدول مزدوج نوجد منه : $\Sigma XY f_{12}$

٤) نحسب معامل ارتباط بيرسون بالعلاقة :

$$r_p = \frac{n\Sigma XY f_{12} - (\Sigma X f_1)(\Sigma Y f_2)}{\sqrt{[n\Sigma X^2 f_1 - (\Sigma X f_1)^2][n\Sigma Y^2 f_2 - (\Sigma Y f_2)^2]}}$$

حيث أن :

التكرارات المشتركة بين X,Y	f_{12}	مجموع التكرارات الكلية	n
التكرارات الافقية للمتغير X	f_1	مراكز فئات المتغير X	X
التكرارات الراسية للمتغير Y	f_2	مراكز فئات المتغير Y	Y

③ تقدير معادلة انحدار (Y) على (X)

■ وتكون على الشكل التالى :

$$\hat{Y} = a + bX$$

■ ويتم تقدير معالم النموذج (b) و (a) كما يلى :

إذا كانت البيانات غير مبوبة

$$b_{Y/X} = \frac{\text{بسط قانون معامل ارتباط بيرسون}}{\text{الجزء الخاص بـ X بدون جذر}}$$

$$a_{Y/X} = \bar{Y} - b\,\bar{X}$$

③ تقدير معادلة انحدار (X) على (Y)

■ وتكون على الشكل التالى :

$$\hat{X} = a + bY$$

■ ويتم تقدير معالم النموذج (b) و (a) كما يلى :

إذا كانت البيانات غير مبوبة

$$b_{X/Y} = \frac{\text{بسط قانون معامل ارتباط بيرسون}}{\text{الجزء الخاص بـ Y بدون جذر}}$$

$$a_{X/Y} = \bar{X} - b\,\bar{Y}$$

ملحوظة : الوسط الحسابى ($\bar{X}$) و ($\bar{Y}$) يحسب كما يلى :

إذا كانت البيانات غير مبوبة

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n} \quad \Big| \quad \bar{Y} = \frac{\Sigma Y}{n}$$

⑤ العلاقة بين الارتباط الانحدار

١) ايجاد معامل انحدار (Y) على (X) :

$$b_{Y/X} = r_p \times \frac{S_Y}{S_X}$$

٢) ايجاد معامل انحدار (X) على (Y) :

$$b_{X/Y} = r_p \times \frac{S_X}{S_Y}$$

٣) ايجاد معامل ارتباط بيرسون :

$$r_p = \sqrt{b_{Y/X} \times b_{X/Y}}$$

٤) ايجاد معامل التحديد :

$$r^2 = (r_p)^2$$

حيث أن :

S_X	الانحراف المعيارى للظاهرة (X)
S_Y	الانحراف المعيارى للظاهرة (Y)
$b_{Y/X}$	معامل انحدار (Y) على (X)
$b_{X/Y}$	معامل انحدار (X) على (Y)
r_p	معامل ارتباط بيرسون
r^2	معامل التحديد

تمرين (١) إذا توافرت لديك البيانات التالية والتى تخص المتغيرين X و Y والموضحة فى الجدول التالى :

X	6	4	2	3	8	5	3	10
Y	8	6	4	5	9	7	6	5

■ تكون قيمة معامل ارتباط الرتب هى

A) 0.565 **B) 0.554** C) 0.517 D) غير ذلك

حل تمرين (١) ميد ترم ٢٠١٩

١) نكون الجدول التالى :

X		Y		رتب (X)	رتب (Y)	d	d^2
6	6	7	8	6	7	-1	1.
4	4	4	6	4	4.5	-0.5	0.25
1	2	1	4	1	1	0	0
2	3	2	5	2.5	2.5	0	0
7	8	8	9	7	8	-1	1
5	5	6	7	5	6	-1	1
3	3	5	6	2.5	4.5	-2	4
8	10	3	5	8	2.5	5.5	30.25
							37.5

٢) نحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 37.5}{8(64-1)} = 0.554$$

العلاقة طردية متوسطة بين دخل الأسرة وانفاقها

تمرين (٢) فيما يلى تقديرات 10 طلاب فى مادتى المحاسبة (X) والرياضة (Y) :

الرياضة (Y)	المحاسبة (X)
جيد جدا	جيد
جيد	مقبول
مقبول	امتياز
ضعيف	جيد جدا
امتياز	مقبول
جيد جدا	ضعيف
مقبول	ضعيف
جيد جدا	ضعيف
جيد	مقبول
ضعيف	جيد

1) تكون قيمة Σd^2 هى

A) 220 **B) 234.5** C) 233.4 D) غير ذلك

2) تكون قيمة معامل ارتباط الرتب هى

A) -0.5 **B) 0.421** C) 0.6 D) غير ذلك

حل تمرين (٢) مايو ٢٠١٨

١) نكون الجدول التالى :

X		Y		رتب (X)	رتب (Y)	d	d^2
7	ج	9	ج ج	7.5	8	-0.5	0.25
4	ل	5	ج	5	5.5	-0.5	0.25
10	م	2	ل	10	3.5	6.5	42.25
9	ج ج	6	ض	9	1.5	7.5	56.25
5	ل	1	م	5	10	-5	25
1	ض	7	ج ج	2	8	-6	36
2	ض	10	ل	2	3.5	-1.5	2.25
3	ض	3	ج ج	2	8	-6	36
6	ل	8	ج	5	5.5	-0.5	0.25
8	ج	4	ض	7.5	1.5	6	36
							234.5

٢) نحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 234.5}{10(100-1)} = 0.421$$

العلاقة طردية ضعيفه بين درجات الطلاب فى المادتين

تمرين (٣) عند إعداد الجدول الخاص بإيجاد معامل ارتباط الرتب لتقديرات 6 من الطلاب فى مادتى الاحصاء والرياضة المالية ، وجد أن : $\Sigma d^2 = 10,5$.

تكون قيمة معامل ارتباط الرتب هى

A) 0.65 B) 0.54 **C) 0.70** D) غير ذلك

حل تمرين (٣)

■ نحسب معامل ارتباط سبيرمان :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 10.5}{6(36-1)} = 0.70$$

العلاقة طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب فى المادتين

تمرين (٤) إذا توافرت لديك البيانات التالية والتى تخص المتغيرين X و Y والموضحة فى الجدول التالى :

X	5	6	2	4	7	4	3	9
Y	7	5	6	5	8	6	5	6

■ تكون قيمة معامل ارتباط بيرسون هى

A) 0.354 | B) 0.45 | C) 0.8 | D) غير ذلك

■ تكون قيمة معامل الانحدار $b_{X/Y}$ هى

A) 0.36 | B) 0.75 | C) 0.45 | D) غير ذلك

■ تكون القيمة التنبؤية للمتغير X عندما Y = 14 هى

A) 5 | B) 12 | C) 9 | D) غير ذلك

حل تمرين (٤) **مايو ٢٠١٨**

١) تكون الجدول التالى :

X	Y	XY	X^2	Y^2
5	7	35	25	49
6	5	30	36	25
2	6	12	4	36
4	5	20	16	25
7	8	56	49	64
4	6	24	16	36
3	5	15	9	25
9	6	54	81	36
40	48	246	236	296

٢) نحسب معامل ارتباط بيرسون بالعلاقة :

$$\because r_p = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[n\sum X^2 - (\sum X)^2\right]\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]}}$$

$$\therefore r_p = \frac{(8 \times 246) - (40 \times 48)}{\sqrt{\left[(8 \times 236) - (40)^2\right]\left[(8 \times 296) - (48)^2\right]}}$$

$$\therefore r_p = \frac{1968 - 1920}{\sqrt{288 \times 64}} = 0.354$$

العلاقة بين المتغيرين طردية ضعيفة

٣) تقدير معادلة انحدار (X) على (Y) :

$$\hat{X} = a + bY$$

$$b_{X/Y} = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}$$

$$b_{X/Y} = \frac{(8 \times 246) - (40 \times 48)}{(8 \times 296) - (48)^2} = \frac{48}{64} = 0.75$$

$$a_{X/Y} = \bar{X} - b\,\bar{Y} = \frac{40}{8} - \left(0.75 \times \frac{48}{8}\right) = 0.5$$

■ فتكون معادلة الانحدار : $\hat{X} = 0.5 + 0.75\,Y$

٤) تكون القيمة التنبؤية للمتغير X عندما Y = 14 هى

$$\hat{X} = 0.5 + 0.75\,Y = 0.5 + 0.75\,(14) = 11$$

تمرين (٥) إذا توافرت لديك البيانات التالية والتى تخص المتغيرين X و Y والموضحة فى الجدول التالى :

$n = 8$ $\quad \Sigma X = 48$ $\quad \Sigma Y = 56$

$\Sigma XY = 342$ $\quad \Sigma X^2 = 324$ $\quad \Sigma Y^2 = 400$

■ تكون قيمة معامل ارتباط بيرسون هى

A) 0.354 | B) 0.45 | C) 0.8 | D) غير ذلك

■ تكون قيمة معامل التحديد هى

A) 0.125 | B) 0.203 | C) 0.64 | D) غير ذلك

■ تكون قيمة معامل الانحدار $b_{Y/X}$ هى

A) 0.36 | B) 0.167 | C) 0.45 | D) غير ذلك

■ تكون القيمة التنبؤية للمتغير Y عندما X = 12 هى

A) 8 | B) 12 | C) 7 | D) غير ذلك

حل تمرين (٥) **مايو ٢٠١٨**

١) نحسب معامل ارتباط بيرسون بالعلاقة :

$$\because r_p = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[n\sum X^2 - (\sum X)^2\right]\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]}}$$

$$\therefore r_p = \frac{(8 \times 342) - (48 \times 56)}{\sqrt{\left[(8 \times 324) - (48)^2\right]\left[(8 \times 400) - (56)^2\right]}}$$

$$\therefore r_p = \frac{2736 - 2688}{\sqrt{288 \times 64}} = 0.354$$

العلاقة بين المتغيرين طردية ضعيفة

حل تمرين (٦)

١) نكون جدول للمتغير (X) : ⇐ (أول عمود وأخر عمود)

الفئات	X	f_1	Xf_1	X^2f_1
	مراكز الفئات	معطى	(٢)×(٣)	(٢)×(٤)
0 -	5	5	25	125
10 -	15	10	150	2250
20 -	25	20	500	12500
30 -	35	10	350	12250
40 -	45	5	225	10125
		50	1250	37250
		Σf_1	ΣXf_1	ΣX^2f_1

٢) نكون جدول للمتغير (Y) : ⇐ (أول صف وأخر صف)

الفئات	Y	f_2	Yf_2	Y^2f_2
	مراكز الفئات	معطى	(٢)×(٣)	(٢)×(٤)
5 -	10	5	50	500
15 -	20	10	200	4000
25 -	30	20	600	18000
35 -	40	10	400	16000
45 -	50	5	250	12500
		50	1500	51000
		Σf_2	ΣYf_2	ΣY^2f_2

٣) نكون الجدول المزدوج التالى لإيجاد ΣXYf_{12} :

X \ Y	10	20	30	40	50	المجموع
5	100 2	300 3				400
15	450 3	600 2	2250 5			3300
25		2500 5	7500 10	5000 5		15000
35			5250 5	4200 3	3500 2	12950
45				3600 2	6750 3	10350
المجموع	550	3400	15000	12800	10250	42000

ΣXYf_{12}

٢) نحسب معامل التحديد بالعلاقة :

$$r^2 = (r_p)^2 = (0.354)^2 = 0.125$$

٣) تقدير معادلة انحدار (Y) على (X) :

$$\hat{Y} = a + bX$$

$$b_{Y/X} = \frac{n\Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

$$b_{Y/X} = \frac{(8 \times 342) - (48 \times 56)}{(8 \times 324) - (48)^2} = \frac{48}{288} = 0.167$$

$$a_{Y/X} = \bar{Y} - b\bar{X} = \frac{56}{8} - (0.167 \times \frac{48}{8}) = 6$$

■ **فتكون معادلة الانحدار :** $\hat{Y} = 6 + 0.167\,X$

٤) تكون القيمة التنبؤية للمتغير Y عندما X = 12 هى

$$\hat{Y} = 6 + 0.167\,X = 6 + 0.167\,(12) = 8$$

تمرين (٦) الجدول التالى يوضح العلاقة بين المتغير (X) والمتغير (Y) :

X \ Y	5 -	15 -	25 -	35 -	45 -	المجموع
0 -	2	3				5
10 -	3	2	5			10
20 -		5	10	5		20
30 -			5	3	2	10
40 -				2	3	5
المجموع	5	10	20	10	5	50

■ **تكون قيمة معامل ارتباط بيرسون هى**

A) 0.75 | B) 0.45 | C) 0.8 | D) غير ذلك

■ **تكون قيمة ΣXYf_{12} هى**

A) 10250 | **B) 42000** | C) 51000 | D) غير ذلك

■ **تكون قيمة معامل التحديد هى**

A) 0.125 | B) 0.203 | C) 0.64 | **D) غير ذلك**

٤) نحسب معامل ارتباط بيرسون :

$$r_p = \frac{n\sum XYf_{12} - (\sum Xf_1)(\sum Yf_2)}{\sqrt{\left[n\sum X^2f_1 - (\sum Xf_1)^2\right]\left[n\sum Y^2f_2 - (\sum Yf_2)^2\right]}}$$

$$r_p = \frac{(50 \times 42000) - (1250 \times 1500)}{\sqrt{\left[(50 \times 37250) - (1250)^2\right]\left[(50 \times 51000) - (1500)^2\right]}}$$

$$r_p = \frac{2100000 - 1875000}{\sqrt{300000 \times 300000}} = \frac{225000}{300000} = 0.75$$

العلاقة بين المتغيرين طردية قوية

٥) نحسب معامل التحديد :

$$r^2 = (r_p)^2 = (0.75)^2 = 0.5625$$

تمرين (٧) عند دراسة العلاقة بين المتغيرين X و Y كانت :

$\bar{X} = 20 \quad \bar{Y} = 90 \quad r = 0.9 \quad S_X = 12 \quad S_Y = 18$

■ تكون قيمة معامل التحديد هى

A) 0.81 | B) 0.125 | C) 0.64 | D) غير ذلك

■ تكون القيمة التنبؤية للمتغير Y عندما X = 60 هى

A) 144 | B) 134 | C) 142 | D) غير ذلك

■ تكون القيمة التنبؤية للمتغير X عندما Y = 80 هى

A) 8 | B) 14 | C) 7 | D) غير ذلك

حل تمرين (٧)

١) نحسب معامل التحديد بالعلاقة :

$$r^2 = (r_p)^2 = (0.9)^2 = 0.81$$

٢) تقدير معادلة انحدار (Y) على (X) :

$$\hat{Y} = a + bX$$

$$b_{Y/X} = r_p \times \frac{S_Y}{S_X} = 0.9 \times \frac{18}{12} = 1.35$$

$$a_{Y/X} = \bar{Y} - b\bar{X} = 90 - (1.35 \times 20) = 63$$

■ فتكون معادلة الانحدار : $\hat{Y} = 63 + 1.35X$

٣) تكون القيمة التنبؤية للمتغير Y عندما X = 60 هى

$$\hat{Y} = 63 + 1.35X = 63 + 1.35(60) = 144$$

٤) تقدير معادلة انحدار (X) على (Y) :

$$\hat{X} = a + bY$$

$$b_{X/Y} = r_p \times \frac{S_X}{S_Y} = 0.9 \times \frac{12}{18} = 0.6$$

$$a_{X/Y} = \bar{X} - b\bar{Y} = 20 - (0.6 \times 90) = -34$$

■ فتكون معادلة الانحدار : $\hat{X} = -34 + 0.6Y$

٥) تكون القيمة التنبؤية للمتغير X عندما Y = 80 هى

$$\hat{X} = -34 + 0.6Y = -34 + 0.6(80) = 14$$

تمرين (٨) عند دراسة العلاقة بين المتغيرين X و Y كانت :

$\bar{X} = 13 \quad \bar{Y} = 16 \quad r = 0.75 \quad S_X = 5 \quad S_Y = 6$

■ تكون قيمة معامل الانحدار $b_{Y/X}$ هى

A) 0.36 | B) 0.9 | C) 0.45 | D) غير ذلك

■ تكون القيمة التنبؤية للمتغير Y عندما X = 3 هى

A) 7 | B) 8 | C) 14 | D) غير ذلك

■ تكون قيمة معامل الانحدار $b_{X/Y}$ هى

A) 0.625 | B) 0.75 | C) 0.9 | D) غير ذلك

■ تكون القيمة التنبؤية للمتغير X عندما Y = 8 هى

A) 8 | B) 14 | C) 7 | D) غير ذلك

حل تمرين (٨)

١) تقدير معادلة انحدار (Y) على (X) :

$$\hat{Y} = a + bX$$

$$b_{Y/X} = r_p \times \frac{S_Y}{S_X} = 0.75 \times \frac{6}{5} = 0.9$$

$$a_{Y/X} = \bar{Y} - b\bar{X} = 16 - (0.9 \times 13) = 4.3$$

■ فتكون معادلة الانحدار : $\hat{Y} = 4.3 + 0.9X$

٢) تكون القيمة التنبؤية للمتغير Y عندما X = 3 هى

$$\hat{Y} = 4.3 + 0.9\,X = 4.3 + 0.9\,(3) = 7$$

٣) تقدير معادلة انحدار (X) على (Y) :

$$\hat{X} = a + bY$$

$$b_{X/Y} = r_p \times \frac{S_X}{S_Y} = 0.75 \times \frac{5}{6} = 0.625$$

$$a_{X/Y} = \bar{X} - b\,\bar{Y} = 13 - (0.625 \times 16) = 3$$

■ فتكون معادلة الانحدار : $\hat{X} = 3 + 0.625\,Y$

٤) تكون القيمة التنبؤية للمتغير X عندما Y = 80 هى

$$\hat{X} = 3 + 0.625\,Y = 3 + 0.625\,(8) = 8$$

تمرين (٩) إذا كانت :

$S_X = 1.5$ $S_Y = 1.6$ $b_{X/Y} = 0.8$

■ تكون قيمة معامل الانحدار $b_{Y/X}$ هى

A) 0.615 | B) 0.703 | C) 1.52 | D) غير ذلك

■ تكون قيمة معامل التحديد هى

A) 0.563 | B) 0.432 | C) 0.52 | D) غير ذلك

حل تمرين (٩) مايو ٢٠١٨

١) تقدير قيمة معامل ارتباط بيرسون r_p :

$$b_{X/Y} = r_p \times \frac{S_X}{S_Y}$$

$$r_p = b_{X/Y} \div \frac{S_X}{S_Y} = 0.8 \div \frac{1.6}{1.5} = 0.75$$

٢) تقدير معامل الانحدار $b_{Y/X}$ هى :

$$b_{Y/X} = r_p \times \frac{S_Y}{S_X} = 0.75 \times \frac{1.5}{1.6} = 0.703$$

٣) نحسب معامل التحديد بالعلاقة :

$$r^2 = (r_p)^2 = (0.75)^2 = 0.563$$

تمرين (١٠) إذا كانت :

$\hat{X} = 3 + 0.625\,Y$ $\hat{Y} = 4.3 + 0.9\,X$

■ تكون قيمة r_p هى

A) 0.84 | B) 0.75 | C) 0.656 | D) غير ذلك

■ تكون قيمة معامل التحديد هى

A) 0.563 | B) 0.432 | C) 0.52 | D) غير ذلك

حل تمرين (١٠)

١) تقدير قيمة معامل ارتباط بيرسون r_p :

$$r_p = \sqrt{b_{Y/X} \times b_{X/Y}}$$

$$r_p = \sqrt{0.9 \times 0.625} = 0.75$$

العلاقة طردية قوية

٢) نحسب معامل التحديد بالعلاقة :

$$r^2 = (r_p)^2 = (0.75)^2 = 0.563$$

تمرين (١١) إذا كانت :

$S_X = 1.4$ $S_Y = 1.5$ $b_{Y/X} = 0.9$

■ تكون قيمة r_p هى

A) 0.84 | B) 0.92 | C) 0.65 | D) غير ذلك

■ تكون قيمة معامل الانحدار $b_{X/Y}$ هى

A) 0.865 | B) 0.784 | C) 1.52 | D) غير ذلك

حل تمرين (١١) مايو ٢٠١٨

١) تقدير قيمة معامل ارتباط بيرسون r_p :

$$b_{Y/X} = r_p \times \frac{S_Y}{S_X}$$

$$r_p = b_{Y/X} \div \frac{S_Y}{S_X} = 0.9 \div \frac{1.5}{1.4} = 0.84$$

٢) تقدير معامل الانحدار $b_{X/Y}$ هى :

$$b_{X/Y} = r_p \times \frac{S_X}{S_Y} = 0.84 \times \frac{1.4}{1.5} = 0.784$$